На правах рукописи

ЛУУ ДУК ТХО

ГИБРИДНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ИЗЛУЧЕНИЯ И РАССЕЯНИЯ ТЕЛАМИ С КУСОЧНО – АНАЛИТИЧЕСКОЙ ОБРАЗУЮЩЕЙ

Специальности 01.04.03 – «Радиофизика»
05.12.07 – «Антенны, СВЧ устройства и их технологии»

Автореферат на на соискание ученой степени
кандидата физико - математических наук

Долгопрудный– 2020 г.

Работа выполнена на кафедре радиотехники и систем управления факультета радиотехники и кибернетики (ФРТК) ФГАОУ ВО «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации

Научный руководитель	**Калошин** Вадим Анатольевич доктор физико-математических наук
Официальные оппоненты	**Татарников** Дмитрий Витальевич, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры №406 «Радиофизика, антенны и микроволновая техника»,ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)». **Демин** Дмитрий Борисович, кандидат физико-математических наук, доцент, ФГБОУ ВО «Московский технический университет связи и информатики », доцент кафедры теории вероятностей и прикладной математики.
Ведущая организация	ФГБУН Институт теоретической и прикладной электродинамики РАН (ИТПЭ РАН) (г. Москва)

Защита состоится «30» октября 2020 г., в 11-30, на заседании диссертационного совета Д 002.231.02 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова Российской академии наук (ИРЭ им. В.А.Котельникова РАН) по адресу: 125009, Москва, ГСП-9, ул. Моховая, д. 11, корп. 7.

С диссертацией можно ознакомится в библиотеке ИРЭ им. В.А.Котельникова РАН и на сайте: http://cplire.ru/rus/dissertations/LuuDucTho/disseratation.pdf.

Автореферат разослан «___»________2020 г.

И.о. ученого секретаря диссертационного совета доктор физико-математических наук — Назаров Л.Е.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Идеально-проводящие тела с кусочно-аналитической формой границы используются в качестве моделей в задачах излучения антенн и рассеяния электромагнитных волн на металлических телах. Для решения задач излучения антенн и рассеяния акустических и электромагнитных волн на телах с кусочно-аналитической формой границы используются прямые численные методы: моментов, конечных элементов и конечных разностей во временной области, численно-аналитические методы: разделения переменных, Т-матриц и асимптотические методы: Гюйгенса-Френеля-Кирхгофа (ГФК), геометрическая теория дифракции, физическая теория дифракции и метод параболического уравнения.

В случае, когда характерные размеры задачи большие по сравнению с длиной волны, использование прямых численных методов требуют большого объема оперативной памяти компьютера. Численно-аналитические методы позволяют уменьшить этот объем, однако имеют ограниченное применение из-за ряда условий их использования. Для решения задачи в этом случае можно эффективно использовать асимптотические методы, в частности, метод ГФК. Если поверхность тела можно разбить на участки, каждый из которых является координатной поверхностью в одной из ортогональных систем координат, в которых волновое уравнение можно решить методом разделения переменных, для вычисления интеграла Кирхгофа целесообразно применять метод функций Грина [1]. При этом поля на каждом таком участке, как и в приближении ГФК, полагаются равными падающему полю, а затем эти поля и функция Грина представляются в виде рядов по собственным функциям, что облегчает процесс вычисления интеграла Кирхгофа. Однако, если хотя бы один из характерных электрических размеров задачи мал или соизмерим с длиной волны, применение асимптотических методов приводит к серьезным погрешностям.

В последнее время развиваются гибридные методы решения задач излучения и рассеяния электромагнитных волн, основанные, как правило, на разбиении всего объема задачи на ряд объектов или областей, для электродинамического моделирования которых используются различные методы [2]. Однако, если объекты располагаются на небольшом расстоянии или моделируется единый объект, возникает задача сопряжения используемых методов между собой, которая в общем случае не решена.

Таким образом, тема диссертации, посвященной развитию нового гибридного метода решения задач излучения и рассеяния электромагнитных волн на идеально-проводящих телах с кусочно-аналитической формой границы, является актуальной.

Цель и задачи исследования. Целью диссертационной работы является разработка нового гибридного метода решения задач излучения антенн и рассеяния электромагнитных волн на металлических телах, а также его верификация путем применения для решения конкретных задач.

Достижение поставленной цели потребовало **решения следующих задач:**

1. Рассеяние плоской электромагнитной волны на идеально-проводящем цилиндре с кусочно- аналитической формой сечения.

2. Рассеяние плоской электромагнитной волны на идеально-проводящем осесимметричном теле с кусочно- аналитической формой образующей.

3. Излучение открытого конца нерегулярного в Е плоскости прямоугольного волновода.

4. Излучение открытого конца нерегулярного в Н плоскости прямоугольного волновода.

5. Излучение открытого конца нерегулярного круглого волновода.

Методы исследования. В работе использованы: метод собственных функций, метод последовательных дифракций и принцип эквивалентности (строгая формулировка метода ГФК), а также прямые численные методы: метод моментов (ММ) и метод конечных элементов (МКЭ).

Новые научные результаты:

В диссертационной работе получены следующие новые научные результаты:

1. Предложен и апробирован гибридный метод решения задач рассеяния электромагнитных волн на идеально-проводящих телах с цилиндрической и осевой симметрией, сочетающий метод собственных функций, метод последовательных дифракций и принцип эквивалентности.

2. Разработан алгоритм и проведено исследование диаграммы рассеяния плоской электромагнитной волны на идеально-проводящем цилиндре с кусочно-аналитической образующей гибридным методом.

3. Разработан алгоритм и проведено исследование диаграммы рассеяния плоской электромагнитной волны на идеально-проводящем теле с осевой симметрией и кусочно- аналитической образующей гибридным методом.

4. Предложен и апробирован гибридный метод решения задач излучения антенн с цилиндрической и осевой симметрией, сочетающий метод собственных функций, метод последовательных дифракций и принцип эквивалентности.

5. Разработан алгоритм и проведено исследование диаграмм направленности открытого конца нерегулярного в Е плоскости прямоугольного волновода гибридным методом.

6. Разработан алгоритм и проведено исследование диаграмм направленности открытого конца нерегулярного в Н плоскости прямоугольного волновода гибридным методом.

7. Разработан алгоритм и проведено исследование диаграммы направленности открытого конца нерегулярного круглого волновода гибридным методом.

Теоретическая и практическая значимость работы:

Теоретическая значимость работы заключается в том, что разработан новый гибридный метод решения задач излучения антенн и рассеяния электромагнитных волн на металлических телах, эффективный для решения задач, часть характерных размеров которых существенно больше длины волны, а часть мала или соизмерима. Метод с одной стороны расширяет область применения метода разделения переменных, а с другой стороны – позволяет уточнить асимптотические методы.

Практическая значимость работы заключается в том, что на основе предложенного гибридного метода разработаны алгоритмы и программы, позволяющие эффективно решать задачи излучения антенн и рассеяния электромагнитных волн на металлических телах.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Гибридный метод позволяет решать задачи рассеяния плоской электромагнитной волны на идеально-проводящих телах с цилиндрической симметрией и кусочно- аналитической формой сечения для произвольных радиусов кривизны.

2. Гибридный метод позволяет решать задачи рассеяния плоской электромагнитной волны на идеально-проводящих телах с осевой симметрией и кусочно- аналитической образующей для радиусов кривизны более одной шестой длины волны.

3. Гибридный метод позволяет решать задачи излучения антенн в виде открытого конца нерегулярного прямоугольного волновода с радиусом кривизны стенок кривизны более одной двенадцатой длины волны.

4. Гибридный метод позволяет решать задачи излучения антенн в виде открытого конца нерегулярного круглого волновода с радиусом кривизны стенок кривизны более одной двенадцатой длины волны.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладывались на Международной конференции «2019 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW)», Divnomorskoe, Krasnodar Region, Russia. 2019 и Московском семинаре по электродинамике и антеннам им. Я.Н. Фельда.

Публикации.По теме диссертации опубликовано 4 научных работы, в том числе 3 – в изданиях, рекомендованных ВАК Минобразования и науки РФ, из них входящих в международные базы данных - 1, а также в трудах конференций– 1, из них входящая в международные базы данных - 1. Общий объём опубликованных работ по теме диссертации составил 65 страниц.

Личный вклад:

1. Реализован и апробирован гибридный метод решения задач рассеяния

электромагнитных волн на идеально-проводящих телах с цилиндрической и осевой симметрией, сочетающий метод собственных функций, метод последовательных дифракций и принцип эквивалентности.

2. Разработан алгоритм и проведено исследование диаграммы рассеяния плоской электромагнитной волны на идеально-проводящем цилиндре с кусочно-аналитической формой сечения гибридным методом.

3. Разработан алгоритм и проведено исследование диаграммы рассеяния плоской электромагнитной волны на идеально-проводящем теле с осевой симметрией и кусочно- аналитической образующей гибридным методом.

4. Реализован и апробирован гибридный метод решения задач излучения антенн с цилиндрической и осевой симметрией, сочетающий метод собственных функций, метод последовательных дифракций и принцип эквивалентности.

5. Разработан алгоритм и проведено исследование диаграмм направленности открытого конца нерегулярного в E и нерегулярного в H плоскости прямоугольного волновода гибридным методом.

6. Разработан алгоритм и проведено исследование диаграммы направленности открытого конца нерегулярного круглого волновода гибридным методом.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из Введения, четырех глав, Заключения и Списка литературы из 24 наименования. Диссертационная работа изложена на 93 страницах, содержит 71 рисунка.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во Введении обоснована актуальность темы, сформулированы цели и задачи исследования, описаны научная новизна, теоретическая и практическая значимость диссертационной работы, приведены сведения об апробации работы и положения, выносимые на защиту. Основная часть диссертации состоит из четырех глав.

В первой главе рассмотрены задачи рассеяния плоской электромагнитной волны на идеально- проводящей пластине со скругленными кромками [A4] и цилиндре с кусочно- аналитической формой сечения, образованного прямыми дугами окружностей [A1].

В разделе 1.1 рассмотрена задача рассеяния плоской электромагнитной волны падающей под углом φ_0 на идеально-проводящую бесконечную вдоль оси Z пластину с закругленными кромками (рис.1), где *a*– радиус закругления, *h* – длина плоской части. Толщина пластины равна диаметру закругления 2*a*, общая длина равна 2*a*+*h*.

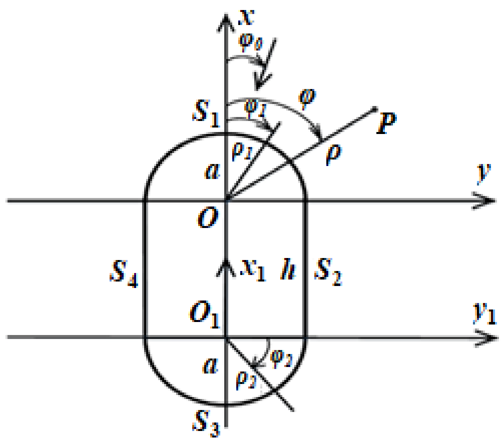


Рис. 1. Геометрия задачи

Сначала находятся токи на поверхности S_1, для чего используется известное решение задачи рассеяния плоской волны на круговом цилиндре в виде ряда Рэлея. Компоненты полного поля для случая E и H поляризации падающей волны имеют вид [3]:

$$E_z = E_0 \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m (-i)^m \cos[m(\varphi_1 - \varphi_0)]\left[J_m(k\rho_1) - J_m(ka)H_m^{(1)}(k\rho_1) / H_m^{(1)}(ka)\right], \quad (1)$$

$$H_{\rho_1} = \frac{-i\omega\varepsilon_a}{k^2\rho_1}\frac{\partial E_z}{\partial\varphi_1}, H_{\varphi_1} = \frac{i\omega\varepsilon_a}{k^2}\frac{\partial E_z}{\partial\rho_1}$$ – для E поляризации.

$$H_z = H_0 \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m (-i)^m \cos[m(\varphi_1 - \varphi_0)]\left[J_m(k\rho_1) - J'_m(ka)H_m^{(1)}(k\rho_1) / H_m'^{(1)}(ka)\right], \quad (2)$$

$$E_{\rho_1} = \frac{i\omega\mu_a}{k^2\rho_1}\frac{\partial H_z}{\partial\varphi_1}, E_{\varphi_1} = \frac{-i\omega\mu_a}{k^2}\frac{\partial H_z}{\partial\rho_1}$$ – для H поляризации.

Токи на S_1 определяется по формулам: $j_z^1 = -H_{\varphi_1}, j_{\varphi_1}^1 = H_z$. (3)

Далее определяются компоненты полного поля в области между $x=0$, $y>a$ и $x=-h$, $y<-a$, а также между $x=0$, $y<-a$ и $x=-h$, $y>a$ с использованием известных формул [3]:

$$E = \frac{-1}{i\omega\varepsilon_a}\left[k^2A^э + \text{grad div } A^э\right] - \text{rot } A^м, \quad H = \frac{-1}{i\omega\mu_a}\left[k^2A^м + \text{grad div } A^м\right] + \text{rot } A^э. \quad (4)$$

$$A^э = \oint_S j^э G\, ds, A^м = \oint_S j^м G\, ds,$$ G - функция Грина. (5)

Токи на S_2 и S_4 находятся по формулам: $j_{z_1}^{2,4} = H_{x_1}$, $j_x^{2,4} = -H_{z_1}$, (6)

а компоненты поля H_{x_1} и H_{z_1} определяются по формуле (4).

Далее находятся токи на S_3 по формулам: $j_{\varphi_2}^3 = \dfrac{-k^2 A_{z_1}^{м}}{i\omega\mu_a} + \dfrac{1}{\rho_2}\left[\dfrac{\partial(\rho_2 A_{\varphi_2}^{э})}{\partial\rho_2} - \dfrac{\partial A_{\rho_2}^{э}}{\partial\varphi_2}\right]$,

$$j_{z_1}^3 = \frac{1}{i\omega\mu_a}\left[k^2 A_{\varphi_2}^{м} + \frac{1}{\rho_2}\left[\frac{\partial}{\partial\varphi_2}\left(\frac{1}{\rho_2}\frac{\partial(\rho_2 A_{\rho_2}^{м})}{\partial\rho_2} + \frac{1}{\rho_2}\frac{\partial A_{\varphi_2}^{м}}{\partial\varphi_2}\right)\right]\right] - \frac{\partial A_{z_1}^{э}}{\partial\rho_2}. \tag{7}$$

Далее находятся диаграммы рассеяния для Е и Н поляризации:

$$E_z = \frac{-k^2}{i\omega\varepsilon_a}\left[\begin{array}{l} \int\limits_{3\pi/2}^{\pi/2} j_z^1 G_0 d\varphi_1 + \int\limits_0^{-h} j_{z_1}^2 G_0 dx + \exp(ikh\cos(\varphi))a \int\limits_{\pi/2}^{\pi} j_{z_1}^3 G_0 d\varphi_2 + \\ + \int\limits_{-h}^{0} j_{z_1}^4 G_0 dx + \exp(ikh\cos(\varphi))a \int\limits_{\pi}^{3\pi/2} j_{z_1}^3 G_0 d\varphi_2 \end{array}\right]. \tag{8}$$

$$H_z = ik\left[\begin{array}{l} a\int\limits_{3\pi/2}^{\pi/2} j_{\varphi_1}^1 G_0 \cos(\varphi-\varphi_1) d\varphi_1 + \exp(ikh\cos(\varphi))a \int\limits_{\pi/2}^{\pi} j_{\varphi_2}^3 G_0 \cos(\varphi-\varphi_2) d\varphi_2 - \\ -\sin\varphi\left[\int\limits_{-h}^{0} j_x^4 G_0 dx + \int\limits_0^{-h} j_x^2 G_0 dx\right] + \exp(ikh\cos(\varphi))a \int\limits_{\pi}^{3\pi/2} j_{\varphi_2}^3 G_0 \cos(\varphi-\varphi_2) d\varphi_2 \end{array}\right]. \tag{9}$$

При падении плоской волны под большими углами φ_0 взаимодействием токов на разных участках образующей пластины в рамках гибридного метода можно пренебречь.Ток на S_1 определяется по формуле (3).Ток на освещенной прямой S_2 находится по формуле: $J^{э} = 2[H^{\text{пад}}, n]$, а ток на S_4 полагается равным нулю. В результате, токи на S_2 и S_3 имеют вид:

$$J_z^2 = -2E_0 \frac{\omega\varepsilon_a}{k} \sin(\varphi_0) \exp\left[-ik\rho_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_0)\right], J_x^2 = -2H_0 \exp\left[-ik\rho_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_0)\right]. \tag{10}$$

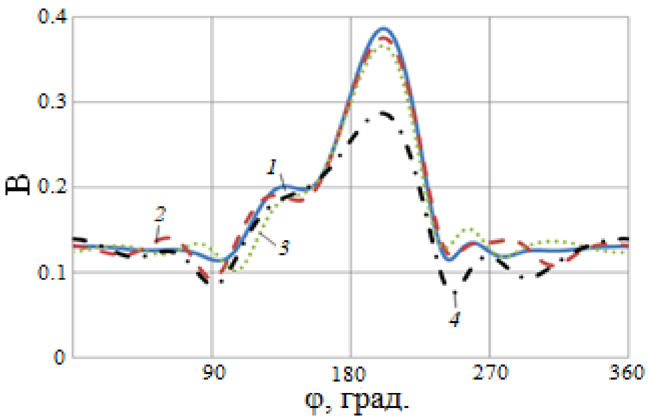
$$j_{z_1}^3 = -\exp\left[ikh\cos(\varphi_0)\right] H_{\varphi_2}, \; j_{\varphi_2}^3 = \exp\left[ikh\cos(\varphi_0)\right] H_{z_1}. \tag{11}$$

В результате, для рассеянного поля получаем:

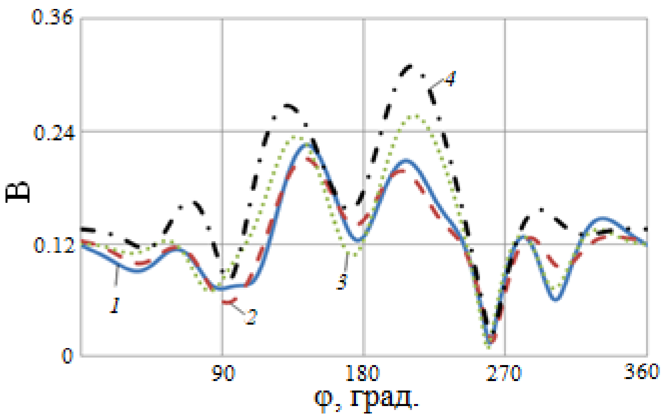
$$E_z = \frac{-k^2}{i\omega\varepsilon_a}\left[\begin{array}{l} a\int\limits_{3\pi/2}^{\pi/2} j_z^1 G_0 d\varphi_1 + \exp(ikh\cos(\varphi))a\int\limits_{\pi/2}^{\pi} j_{z_1}^3 G_0 d\varphi_2 + \\ +\int\limits_0^{-h} J_z^2 G_0 dx + \exp(ikh\cos(\varphi))a\int\limits_{\pi}^{3\pi/2} j_{z_1}^3 G_0 d\varphi_2 \end{array}\right]. \quad (12)$$

$$H_z = ik\left[\begin{array}{l} a\int\limits_{3\pi/2}^{\pi/2} j_{\varphi_1}^1 G_0\cos(\varphi-\varphi_1)d\varphi_1 + \exp(ikh\cos(\varphi))a\int\limits_{\pi/2}^{\pi} j_{\varphi_2}^3 G_0\cos(\varphi-\varphi_2)d\varphi_2 - \\ -\sin\varphi\int\limits_0^{-h} J_x^2 G_0 dx + \exp(ikh\cos(\varphi))a\int\limits_{\pi}^{3\pi/2} j_{\varphi_2}^3 G_0\cos(\varphi-\varphi_2)d\varphi_2 \end{array}\right]. \quad (13)$$

На рис. 2 приведены результаты расчета диаграммы рассеяния на пластине с параметрами $kh=5$, ka=2. Кривая *1* показывает результаты расчета с использованием ММ, *2* – гибридным методом с учетом взаимодействия, кривые *3* – гибридным методом без учета взаимодействия, *4* – методом ГФК.



а) Е поляризация



б) Н поляризация

Рис. 2. Диаграммы рассеяния при φ_0=20^0.

В разделе 1.2 рассмотрена задача рассеяния плоской электромагнитной волны, падающей под углом φ_0 на идеально-проводящий бесконечный цилиндр, поперечное сечение которого показано на рис.3, где a_1 , a_2– радиусы закруглений, h– расстояние между центрами закруглений.

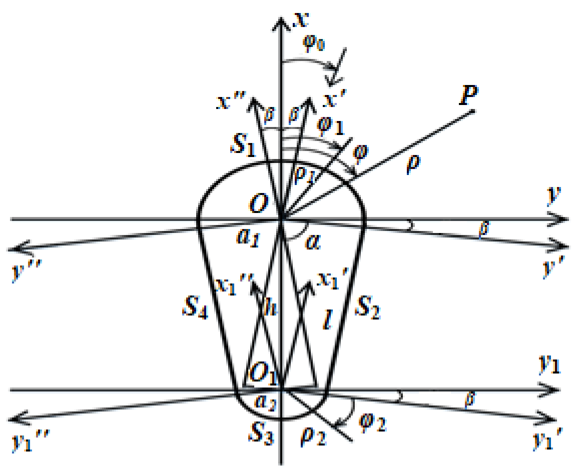


Рис. 3. Геометрия задачи

Сначала рассмотрен случай падения плоской волны под углом $\varphi_0 < \pi/2$. Токи на S_1 определяем по формуле (3), далее находятся токи на S_2 и S_4 по формуле (6). Токи на S_3 определены формулой (7). В результате, диаграммы рассеяния для двух поляризаций падающей волны имеют вид:

$$E_z = \frac{-k^2}{i\omega\varepsilon_a}\left[\begin{array}{l} a_1 \int\limits_{-\beta+3\pi/2}^{\beta+\pi/2} j_z^1 G d\varphi_1 + \int\limits_0^{-l} j_{z_1'}^2 G_0 dx' + \exp(ikh\cos(\varphi)) a_2 \int\limits_{\beta+\pi/2}^{\pi} j_{z_1}^3 G_0 d\varphi_2 + \\ + \int\limits_{-l}^{0} j_{z_1''}^4 G_0 dx'' + \exp(ikh\cos(\varphi)) a_2 \int\limits_{\pi}^{-\beta+3\pi/2} j_{z_1}^3 G_0 d\varphi_2 \end{array}\right]. \quad (14)$$

$$H_z = ik\left[\begin{array}{l} a_1 \int\limits_{-\beta+3\pi/2}^{\beta+\pi/2} j_{\varphi_1}^1 G_0 \cos(\varphi-\varphi_1) d\varphi_1 - \sin(\varphi-\beta) \int\limits_0^{-l} j_{x'}^2 G_0 dx' + \\ + \exp(ikh\cos(\varphi)) a_2 \int\limits_{\beta+\pi/2}^{\pi} j_{\varphi_2}^3 G_0 \cos(\varphi-\varphi_2) d\varphi_2 - \sin(\varphi+\beta) \int\limits_{-l}^{0} j_{x''}^4 G_0 dx'' + \\ + \exp(ikh\cos(\varphi)) a_2 \int\limits_{\pi}^{-\beta+3\pi/2} j_{\varphi_2}^3 G_0 \cos(\varphi-\varphi_2) d\varphi_2 \end{array}\right]. \quad (15)$$

Построение решения при падении плоской волны под углами $\varphi_0 \geq \pi/2$ проводится по аналогичной схеме.

При падении плоской волны под углом φ_0, лежащем в пределах $\beta < \varphi_0 \leq \pi - \beta$ использован гибридный метод решения задачи рассеяния без учета взаимодействия. Токи на S_2 определяются формулой (10), а на S_3 - формулой (11).

В результате, диаграммы рассеяния для двух поляризациий падающей волны имеют вид:

$$E_z = \frac{-k^2}{i\omega\varepsilon_a}\left[\begin{array}{l} a_1 \int\limits_{-\beta+3\pi/2}^{\beta+\pi/2} j_z^1 G_0 d\varphi_1 + \exp(ikh\cos(\varphi)) a_2 \int\limits_{\beta+\pi/2}^{\pi} j_{z_1}^3 G_0 d\varphi_2 + \\ + \int\limits_0^{-l} J_{z'}^2 G_0 dx' + \exp(ikh\cos(\varphi)) a_2 \int\limits_{\pi}^{-\beta+3\pi/2} j_{z_1}^3 G_0 d\varphi_2 \end{array}\right]. \quad (16)$$

$$H_z = ik\left[\begin{array}{l} a_1 \int\limits_{-\beta+3\pi/2}^{\beta+\pi/2} j_{\varphi_1}^1 G_0 \cos(\varphi-\varphi_1) d\varphi_1 + \exp(ikh\cos(\varphi)) a_2 \int\limits_{\beta+\pi/2}^{\pi} j_{\varphi_2}^3 G_0 \cos(\varphi-\varphi_2) d\varphi_2 - \\ - \sin(\varphi-\beta) \int\limits_0^{-l} J_{x'}^2 G_0 dx' + \exp(ikh\cos(\varphi)) a_2 \int\limits_{\pi}^{-\beta+3\pi/2} j_{\varphi_2}^3 G_0 \cos(\varphi-\varphi_2) d\varphi_2 \end{array}\right]. \quad (17)$$

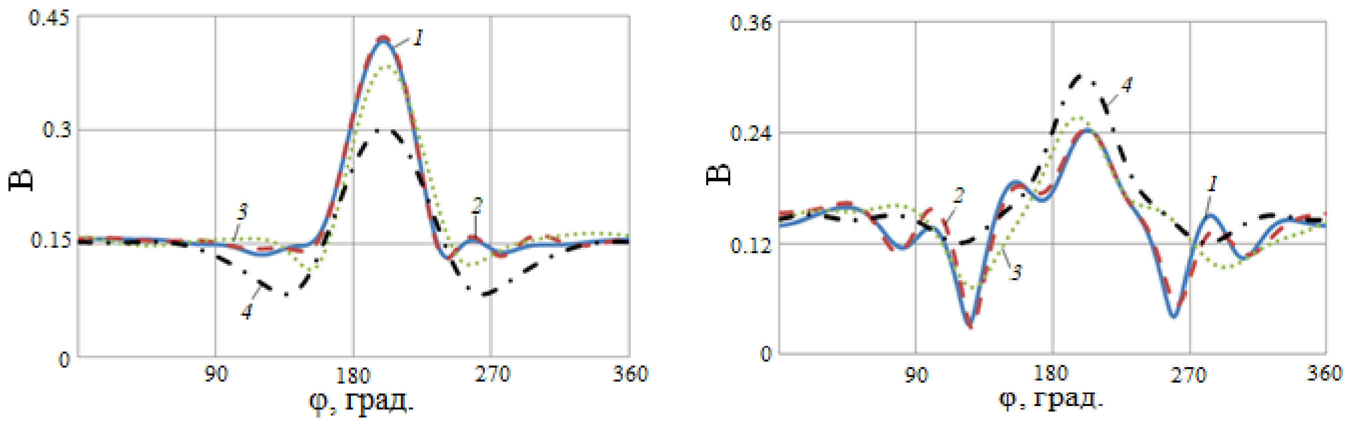
При падении плоской волны под малыми углами $\varphi_0 \le \beta$ компоненты тока на поверхности S_2, S_3, S_4 полагаются равными нулю.В результате, для диаграммы рассеяния получаем: $E_z = \frac{-k^2 a_1}{i\omega\varepsilon_a} \int\limits_{-\beta+3\pi/2}^{\beta+\pi/2} j_{z_1}^1 G_0 d\varphi_1$, $H_z = ika_1 \int\limits_{-\beta+3\pi/2}^{\beta+\pi/2} j_{\varphi_1}^1 G_0 \cos(\varphi-\varphi_1) d\varphi_1$.(18)

При падении плоской волны под углами (π – $\beta<\varphi_0$) компоненты тока на S_4 определяется формулой (10). В результате, диаграммы рассеяния для двух поляризаций падающей волны имеют вид:

$$E_z = \frac{-k^2}{i\omega\varepsilon_a}\left[\begin{array}{l} a_1 \int\limits_{-\beta+3\pi/2}^{\beta+\pi/2} j_z^1 G_0 d\varphi_1 + \exp(ikh\cos(\varphi)) a_2 \int\limits_{\beta+\pi/2}^{\pi} j_{z_1}^3 G_0 d\varphi_2 + \\ + \int\limits_0^{-l} J_{z'}^2 G_0 dx' + \int\limits_{-l}^{0} J_{z''}^4 G_0 dx'' + \exp(ikh\cos(\varphi)) a_2 \int\limits_{\pi}^{-\beta+3\pi/2} j_{z_1}^3 G_0 d\varphi_2 \end{array}\right]. \tag{19}$$

$$H_z = ik\left[\begin{array}{l} a_1 \int\limits_{-\beta+3\pi/2}^{\beta+\pi/2} j_{\varphi_1}^1 G_0 \cos(\varphi-\varphi_1) d\varphi_1 - \sin(\varphi-\beta) \int\limits_0^{-l} J_{x'}^2 G_0 dx' + \\ + \exp(ikh\cos(\varphi)) a_2 \int\limits_{\pi}^{-\beta+3\pi/2} j_{\varphi_2}^3 G_0 \cos(\varphi-\varphi_2) d\varphi_2 - \sin(\varphi+\beta) \int\limits_{-l}^{0} J_{x''}^4 G_0 dx'' + \\ + \exp(ikh\cos(\varphi)) a_2 \int\limits_{\beta+\pi/2}^{\pi} j_{\varphi_2}^3 G_0 \cos(\varphi-\varphi_2) d\varphi_2 \end{array}\right]. \tag{20}$$

На рис. 4 приведены результаты расчета диаграмм рассеяния на цилиндре с параметрами $kh = 5$, ka_1=3, ka_2=1. Кривая *1* показывает результаты расчета с использованием ММ, *2* – гибридным методом с учетом взаимодействия, *3* – гибридным методом без учета взаимодействия, *4* – методом ГФК.



а) Е поляризация б) Н поляризация

Рис. 4. Диаграммы рассеяния при φ_0=20^0.

Во второй главе рассмотрена задача рассеяния плоской электромагнитной волны, падающей на круглый идеально - проводящем цилиндр, ограниченнй по торцам полусферами (рис.5), под углом θ_0 к его оси Z [A2].

В разделе 2.1 гибридным методом с учетом взаимодействия решена задача рассеяния для Е-поляризации падающей волны (волновой вектор и вектор электрического поля которой лежат в плоскости XZ). Длина цилиндра h , а радиус ограничивающих цилиндр полусфер a.

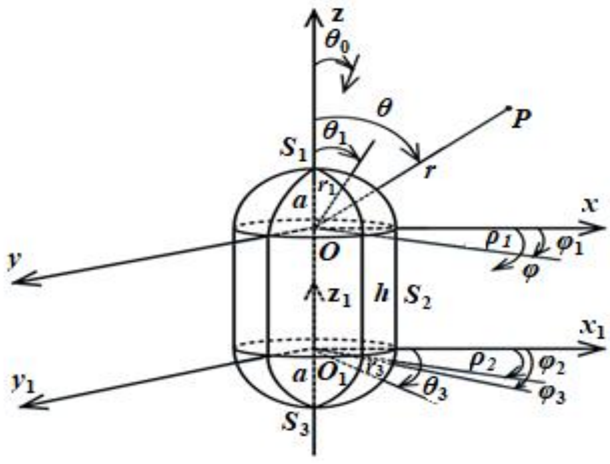


Рис.5. Геометрия задачи

Для определения токов на S_1 используется известное решение задачи рассеяния плоской волны на полной сфере в виде ряда Ми в повернутой на угол θ_0 к исходной системе координат [3]:

$$H_{\varphi'} = i\omega\varepsilon_a \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\partial U_m^{\text{э}}}{\partial \theta'} + \frac{1}{r'\sin(\theta')} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\partial^2 (r' U_m^{\text{м}})}{\partial \varphi' \partial r'}, H_{r'} = \frac{1}{r'} \sum_{m=0}^{\infty} m(m+1) U_m^{\text{м}},$$

$$H_{\theta'} = \frac{-i\omega\varepsilon_a}{\sin(\theta')} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\partial U_m^{\text{э}}}{\partial \varphi'} + \frac{1}{r'} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\partial^2 (r' U_m^{\text{м}})}{\partial \theta' \partial r'}. \qquad (21)$$

В исходной системе координат (r_1, θ_1, φ_1), компоненты полного поля на S_1 имеют вид:

$$H_{\varphi_1} = -\sin\varphi_1 H_x + \cos\varphi_1 H_y \ , \ H_{\theta_1} = \cos\theta_1 \cos\varphi_1 H_x + \cos\theta_1 \sin\varphi_1 H_y - \sin\theta_1 H_z, \qquad (22)$$

где, $H_y = \sin\theta' \sin\varphi' H_{r'} + \cos\theta' \sin\varphi' H_{\theta'} + \cos\varphi' H_{\varphi'}$,

$$H_x = \left(\sin\theta' \cos\varphi' \cos\theta_0 + \cos\theta' \sin\theta_0\right) H_{r'} + \left(\cos\theta' \cos\varphi' \cos\theta_0 - \sin\theta' \sin\theta_0\right) H_{\theta'} - \sin\varphi' \cos\theta_0 H_{\varphi'},$$

$$H_z = \left(\cos\theta' \cos\theta_0 - \sin\theta' \cos\varphi' \sin\theta_0\right) H_{r'} - \left(\sin\theta' \cos\theta_0 + \cos\theta' \cos\varphi' \sin\theta_0\right) H_{\theta'} + \sin\varphi' \sin\theta_0 H_{\varphi'}.$$

Токи на полусфере S_1 определяется по формулам : $j_{\theta_1} = H_{\varphi_1}, j_{\varphi_1} = -H_{\theta_1}$. (23)

Далее, используя принцип эквивалентности, находим компоненты полного поля в области между плоскостями XY и X_1Y_1 по формуле (4).

Токи на поверхности S_2: $j_{\varphi_2} = H_z$, $j_z = -H_{\varphi_2}$. Найдем токи на полусфере S_3 с использованием токового варианта гибридного метода:

$$j_{\theta_3} = \frac{1}{r_3}\left[\frac{\partial}{\partial r_3}(r_3 A^{\text{э}}_{\theta_3}) - \frac{\partial}{\partial \theta_3} A^{\text{э}}_{r_3}\right] + \exp(ikh\cos\theta_0) H_{\varphi_3},$$

$$j_{\varphi_3} = \frac{-1}{r_3}\left[\frac{1}{\sin\theta_3}\frac{\partial}{\partial \varphi_3}(A^{\text{э}}_{r_3}) - \frac{\partial}{\partial r_3}(r_3 A^{\text{э}}_{\varphi_3})\right] - \exp(ikh\cos\theta_0) H_{\theta_3}. \qquad (24)$$

Найдем токи на полусфере S_3 с использованием апертурного варианта гибридного метода. В результате, для тока на поверхности S_3 получаем:

$$j_{\theta_3} = \frac{-1}{i\omega\mu_a}\left[k^2 A^{\text{м}}_{\varphi_3} + \frac{1}{r_3\sin\theta_3}\frac{\partial}{\partial\varphi_3}\left(\frac{1}{r_3^2}\frac{\partial(r_3^2 A^{\text{м}}_{r_3})}{\partial r_3} + \frac{1}{r_3\sin\theta_3}\frac{\partial(\sin\theta_3 A^{\text{м}}_{\theta_3})}{\partial\theta_3} + \frac{1}{r_3\sin\theta_3}\frac{\partial A^{\text{м}}_{\varphi_3}}{\partial\varphi_3}\right)\right] + \frac{1}{r_3}\left[\frac{\partial}{\partial r_3}\left(r_3 A^{\text{э}}_{\theta_3}\right) - \frac{\partial}{\partial\theta_3}A^{\text{э}}_{r_3}\right],$$

$$j_{\varphi_3} = \frac{1}{i\omega\mu_a}\left[k^2 A^{\text{м}}_{\theta_3} + \frac{1}{r_3}\frac{\partial}{\partial\theta_3}\left(\frac{1}{r_3^2}\frac{\partial(r_3^2 A^{\text{м}}_{r_3})}{\partial r_3} + \frac{1}{r_3\sin\theta_3}\frac{\partial(\sin\theta_3 A^{\text{м}}_{\theta_3})}{\partial\theta_3} + \frac{1}{r_3\sin\theta_3}\frac{\partial A^{\text{м}}_{\varphi_3}}{\partial\varphi_3}\right)\right] + \frac{1}{r_3}\left[\frac{1}{\sin\theta_3}\left(r_3 A^{\text{э}}_{\theta_3}\right) - \frac{\partial}{\partial\theta_3}A^{\text{э}}_{r_3}\right]. \qquad (25)$$

Таким образом, мы нашли токи на всей поверхности тела с использованием двух вариантов гибридного метода с учетом взаимодействия. В результате, суммируя вклады всех токов для диаграммы рассеяния получаем:

$$E_\varphi = E^1_\varphi + E^2_\varphi + \exp\left[ikh\cos(\theta)\right]E^3_\varphi,\ E_\theta = E^1_\theta + E^2_\theta + \exp\left[ikh\cos(\theta)\right]E^3_\theta. \qquad (26)$$

В разделе 2.2 гибридным методом без учета взаимодействия решены задачи рассеяния для Е и Н поляризации падающей плоской волны.

При падении плоской электромагнитной волны под углом θ_0, токи на полусферах S_1, S_3 полагаются равными токам на полных сферах при рассеянии плоской волны (см. формулу (23)). Токи на S_2 полагаются равным токам на цилиндре при рассеянии плоской волны в виде ряда Рэлея. В результате, для Е-поляризации падающего поля получаем:

$$j_z = \frac{i\omega\varepsilon_a}{k^2\sin\theta_0}\exp(-ikz\cos\theta_0)\sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m(-i)^m\cos m\varphi_2\left[J'_m(ka\sin\theta_0) - \frac{J_m(ka\sin\theta_0)}{H^{(1)}_m(ka\sin\theta_0)}H'^{(1)}_m(ka\sin\theta_0)\right],$$

$$j_{\varphi_2} = 0. \qquad (27)$$

Таким образом, мы нашли токи на всей поверхности тела с использованием гибридного метода без учета взаимодействия. В результате для диаграммы рассеяния в Е и Н плоскостях получаем:

$$E_{\varphi}=E_{\varphi}^{1}+\exp\left[ikh\cos(\theta)\right]E_{\varphi}^{3}, E_{\theta}=E_{\theta}^{1}+E_{\theta}^{2}+\exp\left[ikh\cos(\theta)\right]E_{\theta}^{3}. \tag{28}$$

Для Н-поляризации падающей волны токи на S_1, S_3 также определяются формулой (23) при замене угла φ' на φ' - 90^0.Токи на S_2 имеют вид:

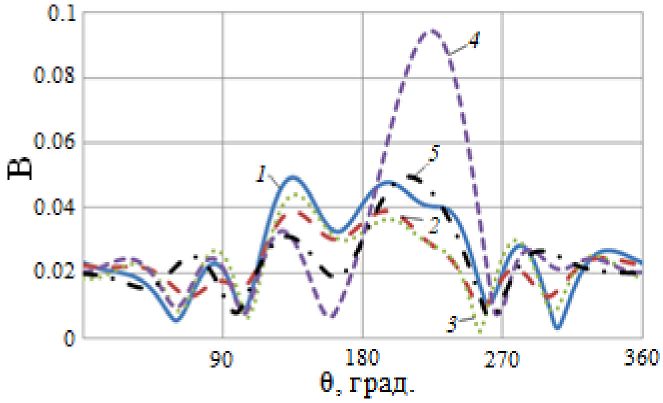
$$j_{\varphi_2}=-\sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}}\sin\theta_0\exp(-ikz\cos\theta_0)\sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m(-i)^m\cos m\varphi_2\left[\begin{array}{l}J_m(ka\sin\theta_0)-\dfrac{J'_m(ka\sin\theta_0)}{H'^{(1)}_m(ka\sin\theta_0)}\times\\ \times H^{(1)}_m(ka\sin\theta_0)\end{array}\right],$$

$$j_z=\frac{-i\cos\theta_0}{ka\sin\theta_0}\sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}}\exp(-ikz\cos\theta_0)\sum_{m=0}^{\infty}m\,\varepsilon_m(-i)^m\sin m\varphi_2\left[\begin{array}{l}J_m(ka\sin\theta_0)-\dfrac{J'_m(ka\sin\theta_0)}{H'^{(1)}_m(ka\sin\theta_0)}\times\\ \times H^{(1)}_m(ka\sin\theta_0)\end{array}\right]. \tag{29}$$

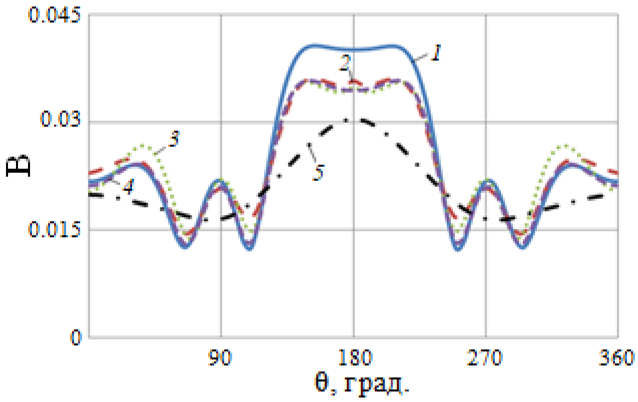
В результате, для диаграмм рассеяния в Е и Н плоскостях получаем:

$$E_{\varphi}=E_{\varphi}^{1}+E_{\varphi}^{2}+\exp\left[ikh\cos(\theta)\right]E_{\varphi}^{3}, E_{\theta}=E_{\theta}^{1}+E_{\theta}^{2}+\exp\left[ikh\cos(\theta)\right]E_{\theta}^{3}. \tag{30}$$

В разделе 2.3 приведены результаты численного моделирования. На рис. 6-8 приведены результаты расчета диаграммы рассеяния в Е и Н плоскостях при падении Е и Н поляризованной плоской волны на тело вращения (рис.5) с параметрами kh=5 и ka=2. Кривая *1* показывает результаты расчета с использованием ММ, *2* – гибридным методом с учетом взаимодействия (апертурный вариант), *3* – гибридным методом с учетом взаимодействия (токовый вариант), *4* – гибридным методом без учета взаимодействия, *5* – методом ГФК.

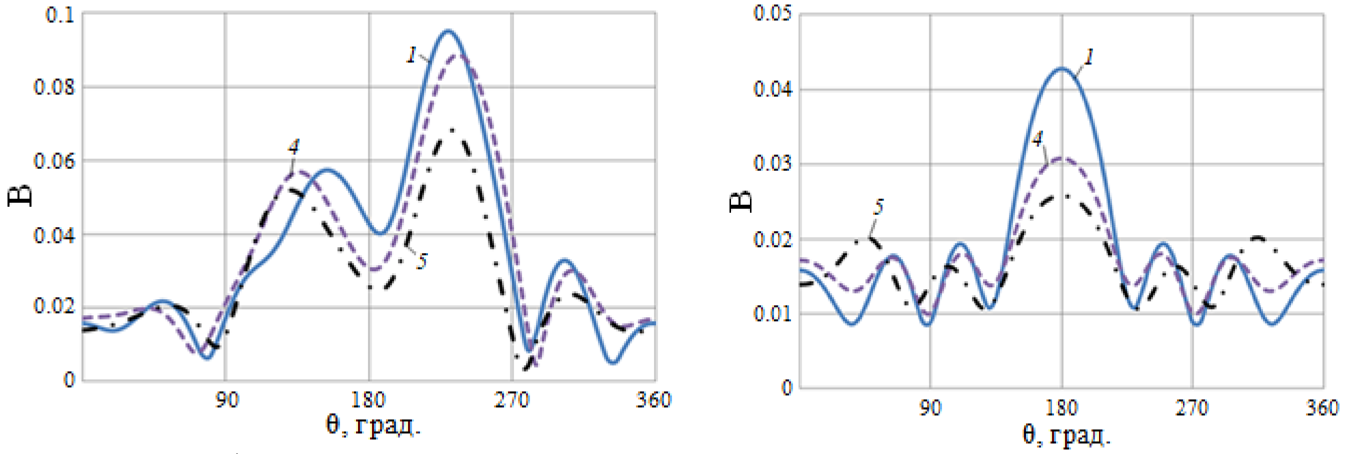


а) Е плоскость



б) Н плоскость

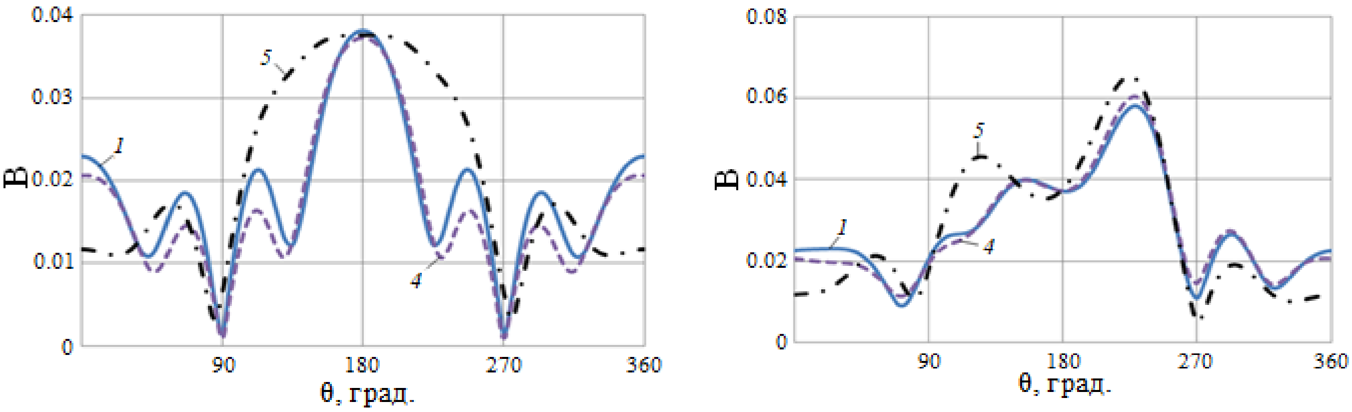
Рис. 6. Диаграммы рассеяния при θ_0=10^0 для Е-поляризации падающей волны.



а) Е плоскость

б) Н плоскость

Рис. 7. Диаграммы рассеяния при θ_0=45^0 для Е-поляризации падающей волны.



а) Е плоскость

б) Н плоскость

Рис. 8. Диаграммы рассеяния при θ_0=45^0 для Н-поляризации падающей волны.

<u>**В третьей главе**</u> рассмотрена задача излучения моды H_{10} из открытого конца нерегулярного прямоугольного волновода [А3].

В разделе 3.1 рассмотрено излучение из открытого конца прямоугольного волновода нерегулярного в Н плоскости.

Продольное сечение волновода нерегулярного в Н-плоскости показано на рис.9, где *a* – радиус кривизны узких стенок волновода в Н плоскости (φ =0), 2*b*– размер регулярной части волновода в Н плоскости, 2*d* – размер волновода в Е плоскости, *h*– длина регулярной части волновода, *L* = *h* + *a* – длина широких стенок.

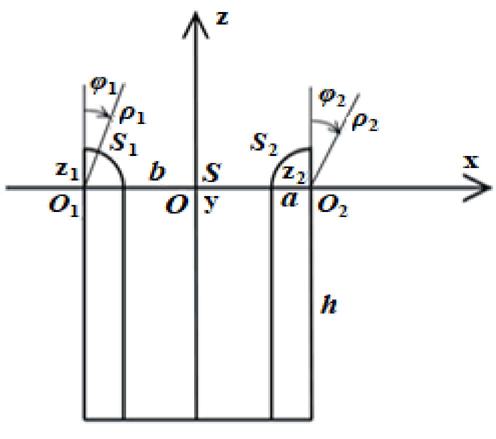


Рис. 9. Геометрия задачи

Тангенциальные компоненты поля моды H_{10} прямоугольного волновода в поперечном сечении S (рис.9) имеют вид [4]:

$$E_y = -2\cos\left(\frac{\pi x}{2b}\right), H_x = \frac{2}{\omega\mu_a} \mathrm{k}_v \cos\left(\frac{\pi x}{2b}\right),\ k_v = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{2b}\right)^2}. \quad (31)$$

Используя принцип эквивалентности [3], находим вклад в ДН в Н- плоскости от эквивалентных токов $J_y^э = -2H_x,\ J_x^м = -2E_y$ на поверхности S:

$$E_\varphi^v = \frac{i}{b}\frac{\cos(kb\sin\theta)}{k\cos\theta - k_v}. \quad (32)$$

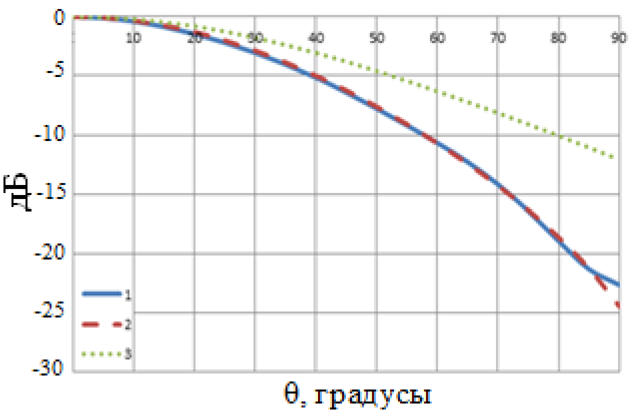
Далее, интегрируя эквивалентные токи на поверхности S, находим токи на участках поверхности круговых цилиндров S_1, S_2.

$$j_y = \frac{1}{i\omega\mu_a}\left[k^2 A^м_{\varphi_{1,2}} + \frac{1}{\rho_{1,2}}\frac{\partial}{\partial\varphi_{1,2}}\left[\frac{1}{\rho_{1,2}}\frac{\partial}{\partial\rho_{1,2}}\left(\rho_{1,2}A^м_{\rho_{1,2}}\right) + \frac{1}{\rho_{1,2}}\frac{\partial}{\partial\varphi_{1,2}}A^м_{\varphi_{1,2}}\right]\right] - \frac{\partial}{\partial\rho_{1,2}}A_y^э. \quad (33)$$

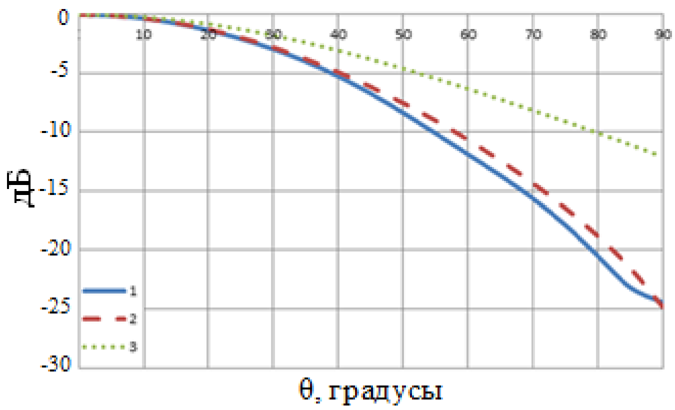
Таким образом, мы нашли токи на S_1 , S_2. Далее находим вклад этих токов в ДН в Н–плоскости: $E_\varphi^{1,2} = \dfrac{-k^2}{i\omega\varepsilon_a}A_y$. (34)

Суммируя вклады, получаем: $E_\varphi = E_\varphi^1 + E_\varphi^v + E_\varphi^2$. (35)

На рис. 10 приведены результаты расчета ДН в Н-плоскости, электрическая длина регулярной части волновода здесь и далее *kh*= 10 . Кривая *1* показывает результаты расчета с использованием МКЭ, *2* –гибридным методом , *3* – методом ГФК.



а) *ka*=1



б) *ka*=0.5

Рис. 10. ДН в Н плоскости при *kb*= 0.72π, *kd*= 0.36π.

В разделе 3.2 рассмотрено излучение моды H_{10} из открытого конца прямоугольного волновода в E плоскости (φ =90^0). Продольное сечение показано на рис.9, где необходимо заменить b на d.

Находим вклад в ДН в E плоскости токов на поверхности S также как в H-плоскости (см. выше). В результате, получаем: $E_\theta^v = \dfrac{-i\omega\mu_a}{\pi k}\mathrm{ctg}\left(\dfrac{\theta}{2}\right)\sin\left(kd\sin\theta\right)$. (36)

Далее, интегрируя эквивалентные токи на поверхности S , находим токи на участках поверхности круговых цилиндров S_1 , S_2.

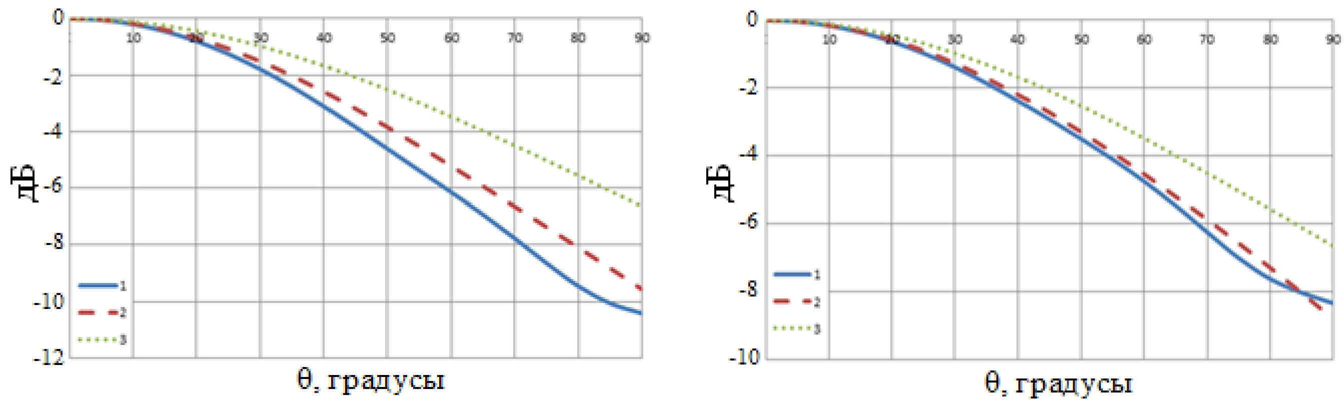
$$j_z = -\sin\varphi_{1,2}\left[\frac{k_v^{\,2}}{-i\omega\mu_a}A_x^{м} + \frac{1}{\rho_{1,2}}\left[\frac{\partial}{\partial\rho_{1,2}}\left(\rho_{1,2}A_{\varphi_{1,2}}^{э}\right) - \frac{\partial}{\partial\varphi_{1,2}}A_{\rho_{1,2}}^{э}\right]\right], \tag{37}$$

$$j_x = \cos\varphi_{1,2}\left[\frac{k_v^{\,2}}{-i\omega\mu_a}A_x^{м} + \frac{1}{\rho_{1,2}}\left[\frac{\partial}{\partial\rho_{1,2}}\left(\rho_{1,2}A_{\varphi_{1,2}}^{э}\right) - \frac{\partial}{\partial\varphi_{1,2}}A_{\rho_{1,2}}^{э}\right]\right].$$

Таким образом, мы нашли токи на S_1 , S_2. Добавляя вклад этих токов в диаграмму направленности, получаем: $E_\theta^{1,2} = \dfrac{-k^2}{i\omega\varepsilon_a}\left[\cos\theta A_x - \sin\theta A_z\right]$. (38)

Суммируя вклады , получаем: $E_\theta = E_\theta^1 + E_\theta^v + E_\theta^2$. (39)

На рис. 11 приведены результаты расчета ДН в E-плоскости. Кривая *1* показывает результаты расчета с использованием МКЭ, *2* – гибридным методом , *3* – методом ГФК.



а) ka=1 б) ka=0.5

Рис. 11. ДН в E плоскости при kb= 0.72π, kd= 0.36π.

<u>**В четвертой главе**</u> рассмотрена задача излучения из открытого конца круглого волновода основной моды H_{11} и первых симметричных мод E_{01}, H_{01} [А3].

Продольное сечение круглого волновода имеет такой же вид, как и прямоугольного волновода (рис.9), где *a* – радиус образующей нерегулярной части круглого волновода (торроидальной поверхности), *b* - радиус круглого волновода.

В разделе 4.1 рассмотрено излучение моды H_{01}. Компоненты поля моды H_{01} круглого волновода в поперечном сечении *S* имеют вид [4]:

$$H_{\rho'} = -iv_1\left(\frac{b}{\varepsilon_{01}}\right)^2 J_0'\left(\frac{\varepsilon_{01}}{b}\rho'\right), E_{\varphi'} = i\omega\mu_a\left(\frac{b}{\varepsilon_{01}}\right)^2 J_0'\left(\frac{\varepsilon_{01}}{b}\rho'\right), v_1 = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\varepsilon_{01}}{b}\right)^2}, \varepsilon_{01} = 3.832. \quad (40)$$

Используя принцип эквивалентности, находим вклад в ДН от эквивалентных токов $J_{\varphi'}^{э} = -2H_{\rho'}$, $J_{\rho'}^{м} = -2E_{\varphi'}$ на плоскости *S*: $E_{\varphi}^1 = -i\omega\mu_a bJ_0(\varepsilon_{01})\dfrac{J_1(kb\sin\theta)}{k\cos\theta - v_1}$. (41)

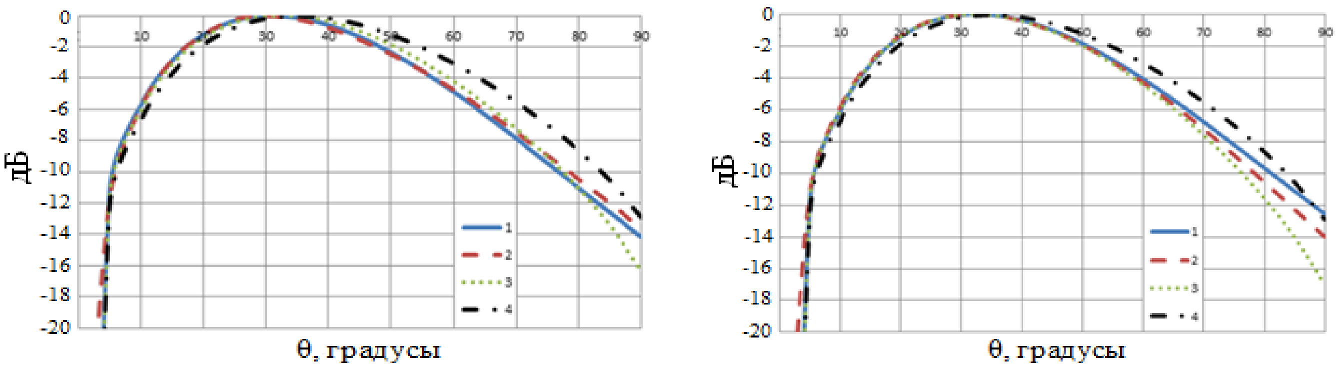
Далее найдем токи на участке торродиальной поверхности S_1.

$$j_{\varphi'} = \frac{1}{i\omega\mu_a}\left[k^2 A_{\varphi_1}^{м} + \frac{1}{\rho_1}\frac{\partial}{\partial\varphi_1}\left[\frac{1}{\rho_1}\frac{\partial}{\partial\rho_1}(\rho_1 A_{\rho_1}^{м}) + \frac{1}{\rho_1}\frac{\partial}{\partial\varphi_1}A_{\varphi_1}^{м} + \frac{\partial}{\partial y}A_y^{м}\right]\right] + \left[\frac{\partial}{\partial y}A_{\rho_1}^{э} - \frac{\partial}{\partial\rho_1}A_y^{э}\right]. \quad (42)$$

Вклад токов на S_1 в диаграмму направленности: $E_{\varphi}^2 = \dfrac{-k^2}{i\omega\varepsilon_a}A_{\varphi}$. (43)

Суммируя все вклады, получаем: $E_{\varphi} = E_{\varphi}^1 + E_{\varphi}^2$. (44)

На рис. 12 приведены результаты расчета ДН моды H_{01}. Кривая *1* показывает результаты расчета с использованием ММ, *2*– МКЭ, *3*– гибридным методом , *4* – методом ГФК.



а) *ka*=1 б) *ka*=0.5

Рис. 12. ДН излучения моды H_{01} при *kb*=4.

В разделе 4.2 рассмотрено излучение моды E_{01}.Компоненты поля моды E_{01} круглого волновода на плоскости *S* имеют вид [4]:

$$E_{\rho'} = -iv_2\left(\frac{b}{\beta_{01}}\right)^2 J_0'\left(\frac{\beta_{01}}{b}\rho'\right), H_{\varphi'} = -i\omega\varepsilon_a\left(\frac{b}{\beta_{01}}\right)^2 J_0'\left(\frac{\beta_{01}}{b}\rho'\right), v_2 = \sqrt{k^2-\left(\frac{\beta_{01}}{b}\right)^2}, \beta_{01} = 2.405. \quad (45)$$

Используя принцип эквивалентности, находим вклад в ДН от эквивалентных токов $J^{э}_{\rho'} = 2H_{\varphi'}$, $J^{м}_{\varphi'} = 2E_{\rho'}$ на плоскости S: $E^1_\theta = ik^2\dfrac{b^2}{\beta_{01}}J_1(\beta_{01})\dfrac{\sin\theta J_0(kb\sin\theta)}{k\cos\theta - v_2}$. (46)

Далее найдем токи на участке торродиальной поверхности S_1.

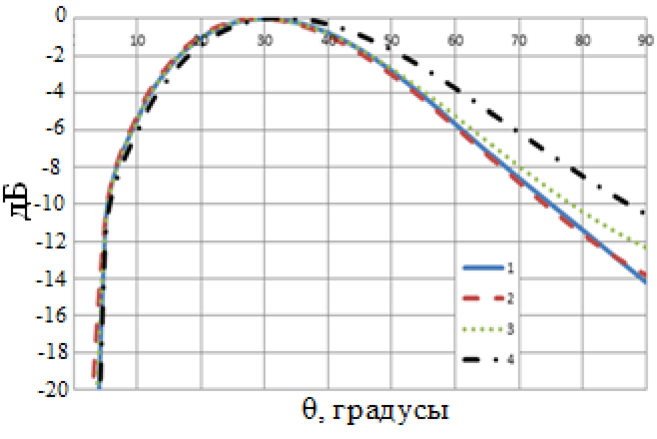
$$j_{z'} = \sin\varphi_1\left[\frac{1}{i\omega\mu_a}\left[k^2A^{м}_y + \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{1}{\rho_1}\frac{\partial}{\partial\rho_1}(\rho_1 A^{м}_{\rho_1}) + \frac{1}{\rho_1}\frac{\partial}{\partial\varphi_1}A^{м}_{\varphi_1} + \frac{\partial}{\partial y}A^{м}_y\right]\right] + \frac{1}{\rho_1}\left[\frac{\partial}{\partial\rho_1}\left(\rho_1 A^{э}_{\varphi_1}\right) - \frac{\partial}{\partial\varphi_1}A^{э}_{\rho_1}\right]\right], \quad (47)$$

$$j_{\rho'} = \cos\varphi_1\left[\frac{1}{i\omega\mu_a}\left[k^2A^{м}_y + \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{1}{\rho_1}\frac{\partial}{\partial\rho_1}(\rho_1 A^{м}_{\rho_1}) + \frac{1}{\rho_1}\frac{\partial}{\partial\varphi_1}A^{м}_{\varphi_1} + \frac{\partial}{\partial y}A^{м}_y\right]\right] + \frac{1}{\rho_1}\left[\frac{\partial}{\partial\rho_1}\left(\rho_1 A^{э}_{\varphi_1}\right) - \frac{\partial}{\partial\varphi_1}A^{э}_{\rho_1}\right]\right].$$

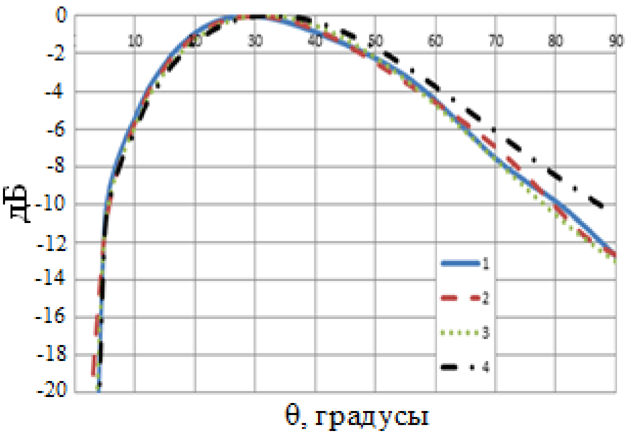
Вклад токов на S_1 в ДН: $E^2_\theta = \dfrac{-k^2}{i\omega\varepsilon_a}\left(\cos\theta A_\rho - \sin\theta A_z\right)$. (48)

Суммируя все вклады, получаем: $E_\theta = E^1_\theta + E^2_\theta$. (49)

На рис. 13 приведены результаты расчета ДН моды E_{01}. Кривая *1* показывает результаты расчета с использованием ММ, *2*– МКЭ, *3* – гибридным методом , *4* – методом ГФК.



а) ka=1



б) ka=0.5

Рис. 13. ДН излучения моды E_{01} при kb=4.

В разделе 4.3 рассмотрено излучение моды H_{11}. Компоненты поля моды H_{11} круглого волновода на плоскости S имеют вид [4]:

$$E_{\rho'} = i\omega\mu_a\frac{1}{\rho'}\left(\frac{b}{\varepsilon_{11}}\right)^2 J_1\left(\frac{\varepsilon_{11}}{b}\rho'\right)\sin\varphi', E_{\varphi'} = i\omega\mu_a\left(\frac{b}{\varepsilon_{11}}\right)^2 J_1'\left(\frac{\varepsilon_{11}}{b}\rho'\right)\cos\varphi', \varepsilon_{11} = 1.841, \quad (50)$$

$$H_{\rho'} = -iv_3\left(\frac{b}{\varepsilon_{11}}\right)^2 J_1'\left(\frac{\varepsilon_{11}}{b}\rho'\right)\cos\varphi', H_{\varphi'} = iv_3\frac{1}{\rho'}\left(\frac{b}{\varepsilon_{11}}\right)^2 J_1\left(\frac{\varepsilon_{11}}{b}\rho'\right)\sin\varphi', v_3 = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\varepsilon_{11}}{b}\right)^2}.$$

Используя принцип эквивалентности, находим вклад в ДН от эквивалентных токов $J^{э}_{\rho'} = 2H_{\varphi'}, J^{м}_{\varphi'} = 2E_{\rho'}$, $J^{э}_{\varphi'} = -2H_{\rho'}$, $J^{м}_{\rho'} = -2E_{\varphi'}$ на плоскости S:

$$E^1_\theta = \frac{-\omega\mu_a}{k}\left(\frac{b}{\varepsilon_{11}}\right)^2 J_1(\varepsilon_{11})\sin\varphi(v_3\cos\theta + k)\frac{J_1(kb\sin\theta)}{\sin\theta}, E^1_\varphi = \omega\mu_a J_1(\varepsilon_{11})\cos\varphi\frac{J_1'(kb\sin\theta)}{v_3 - k\cos\theta}. \quad (51)$$

Далее найдем токи на участке торродиальной поверхности S_1:

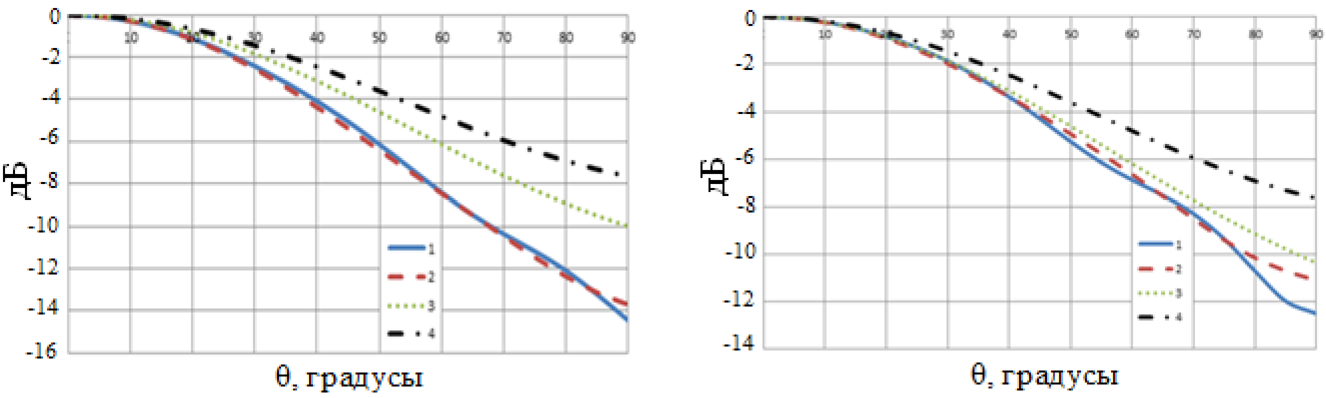
$$j_{\rho'} = \cos\varphi_1\sin\varphi'\left[\frac{1}{i\omega\mu_a}\left[k^2 A^{м}_x + \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{\rho_1}\frac{\partial}{\partial\rho_1}\left(\rho_1 A^{м}_{\rho_1}\right) + \frac{1}{\rho_1}\frac{\partial}{\partial\varphi_1}A^{м}_{\varphi_1} + \frac{\partial}{\partial x}A^{м}_x\right]\right] + \frac{1}{\rho_1}\left[\frac{\partial}{\partial\rho_1}\left(\rho_1 A^{э}_{\varphi_1}\right) - \frac{\partial}{\partial\varphi_1}A^{э}_{\rho_1}\right]\right],$$

$$j_{\varphi'} = \cos\varphi'\left[\frac{1}{i\omega\mu_a}\left[k^2 A^{м}_{\varphi_1} + \frac{1}{\rho_1}\frac{\partial}{\partial\varphi_1}\left[\frac{1}{\rho_1}\frac{\partial}{\partial\rho_1}\left(\rho_1 A^{м}_{\rho_1}\right) + \frac{1}{\rho_1}\frac{\partial}{\partial\varphi_1}A^{м}_{\varphi_1} + \frac{\partial}{\partial y}A^{м}_y\right]\right] + \left[\frac{\partial}{\partial y}A^{э}_{\rho_1} - \frac{\partial}{\partial\rho_1}A^{э}_y\right]\right]. \quad (52)$$

Вклад токов на S_1 в диаграмму направленности: $E^2_\varphi = \frac{-k^2}{i\omega\varepsilon_a}A_\varphi, E^2_\theta = \frac{-k^2}{i\omega\varepsilon_a}A_\theta$. (53)

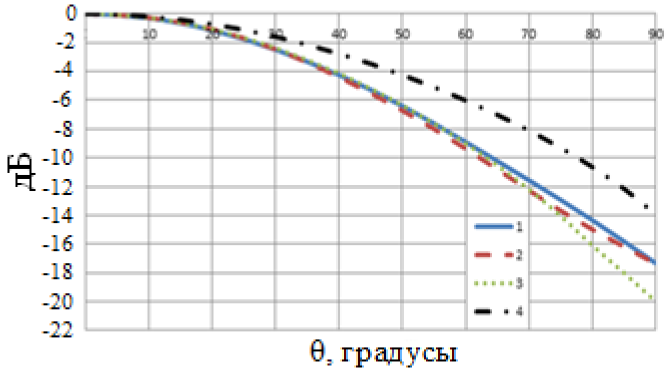
Суммируя вклады , получаем: $E_\varphi = E^1_\varphi + E^2_\varphi, E_\theta = E^1_\theta + E^2_\theta$. (54)

На рис. 14, 15 приведены результаты расчета ДН для моды H_{11}. Кривая *1* показывает результаты расчета с использованием ММ, *2*–МКЭ, *3* – гибридным методом, *4* – методом ГФК.

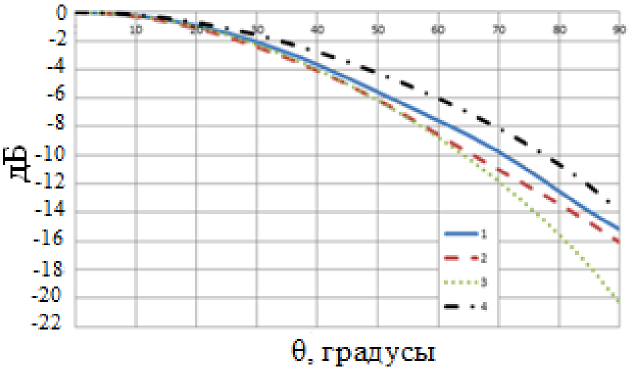


а) ka=1 б) ka=0.5

Рис. 14. ДН излучения моды H_{11} в E плоскости при kb=2.



а) ka=1



б) ka=0.5

Рис. 15. ДН излучения моды H_{11} в H плоскости при kb=2.

В Заключении проведены основные результаты диссертации:

1. Предложен и апробирован гибридный метод решения задач рассеяния электромагнитных волн на идеально-проводящих телах с цилиндрической и осевой симметрией, сочетающий метод собственных функций, метод последовательных дифракций и принцип эквивалентности.

2. Разработан алгоритм и проведено исследование диаграммы рассеяния плоской электромагнитной волны на идеально-проводящем цилиндре с кусочно-аналитической образующей гибридным методом.

3. Разработан алгоритм и проведено исследование диаграммы рассеяния плоской электромагнитной волны на идеально-проводящем теле с осевой симметрией и кусочно- аналитической образующей гибридным методом.

4. Предложен и апробирован гибридный метод решения задач излучения антенн с цилиндрической и осевой симметрией, сочетающий метод собственных функций, метод последовательных дифракций и принцип эквивалентности.

5. Разработан алгоритм и проведено исследование диаграмм направленности открытого конца нерегулярного в E и нерегулярного в H плоскости прямоугольного волновода гибридным методом.

6. Разработан алгоритм и проведено исследование диаграммы направленности открытого конца нерегулярного круглого волновода гибридным методом.

Несмотря на погрешности вычисления, можно делать вывод о том, что предложенный гибридный метод позволяет, с одной стороны, расширить область применения метода разделения переменных, а с другой стороны уточнить асимптотические методы решения задач излучения и рассеяния электромагитных волн гладкими металлическими телами с кусочно-аналитической образующей.

Список публикаций автора в журналах, входящих в перечень ВАК РФ

A1. Калошин В.А., Луу Д.Т. Рассеяние плоской волны на цилиндре с кусочно-аналитической формой сечения // РЭ. 2020. Т. 65 № 5 С. 457-463.

A2. Калошин В.А., Луу Д.Т. Решение задачи рассеяния на теле вращения с кусочно-аналитической формой образующей гибридным методом // Журнал радиоэлектроники. 2020. №6. DOI: 10.30898/1684-1719.2020.6.6.

A3. Калошин В.А., Луу Д.Т. Решение задачи излучения открытого конца нерегулярного волновода гибридным методом // Журнал радиоэлектроники. 2020. № 7. DOI: 10.30898/1684-1719.2020.7.6.

Список публикаций автора в трудах конференций

A4. KaloshinV.A., Luu D.T.: // Proc. Of IEEE Int. Conf. «2019 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW)», Divnomorskoe, Krasnodar Region, Russia. 2019.P.232. DOI:10.1109/RSEMW.2019.8792743.

Список цитируемойлитературы

1. A.A.Kleshchev. Journal of Acoustics. 2016.V.6. № 4.P.45 https://www.scirp.org/journal/paperinformation.aspx?paperid=72779.

2. А.Ю.Гринев. Численные методы решения прикладных задач электродинамики. М.:Радиотехника. 2012.

3. Г.Т. Марков, А.Ф. Чаплин. Возбуждение электромагнитных волн. М.- Л.: Энергия. 1967.

4. Д.Ю. Муромцев, О.А. Белоусов. Техническая электродинамика. ТГТУ. 2012.