

На правах рукописи



Носиков Игорь Анатольевич

**ПРЯМОЙ ВАРИАЦИОННЫЙ МЕТОД  
ДЛЯ РАСЧЕТА ТРАЕКТОРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК  
КВ РАДИОТРАСС В ИОНОСФЕРЕ**

Специальность 01.04.03 —  
«радиофизика»

Автореферат  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Калининград — 2021

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта»

Научный руководитель: **Клименко Максим Владимирович**,  
кандидат физико-математических наук

Официальные оппоненты: **Тинин Михаил Валентинович**,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет», профессор кафедры радиофизики и радиоэлектроники

**Лукин Дмитрий Сергеевич**,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
АНО ВО «Российский новый университет», ведущий научный сотрудник научно-исследовательского центра

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Полярный геофизический институт»

Защита состоится «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 г. в «\_\_\_\_» часов на заседании диссертационного совета Д 002.231.02 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова Российской академии наук (ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН) по адресу: 125009, Москва, ул. Моховая, д. 11, корп. 7.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН и на сайте <http://cplire.ru/rus/dissertations/Nosikov/index.html>.

Автореферат разослан «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук



Кузьмин  
Лев Викторович

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы.** Распространение радиоволн в неоднородной среде от поверхности Земли до высот верхней атмосферы определяет основные сложности прогнозирования оптимального выбора характеристик приемно-передающих устройств (применимых частот, диаграмм направленности и т. д.) при решении задач радиосвязи, загоризонтной радиолокации и позиционирования навигационными спутниковыми системами. Решение данной задачи имеет как фундаментальное значение, связанное с теоретическими аспектами распространения электромагнитных волн в неоднородных анизотропных средах и интерпретацией данных вертикального и наклонного зондирования ионосферы, так и прикладное, связанное с выбором оптимальных характеристик передающих и приемных антенн. К настоящему времени в интерпретации некоторых особенностей ионограмм вертикального и наклонного зондирования ионосферы все еще остается ряд нерешенных вопросов. Причины этого кроются в отсутствии полной и достоверной информации о трехмерном распределении параметров ионосферы (среды распространения радиоволн) и сложностях, возникающих при решении задачи о расчете коротковолновых радиотрасс с заданными точками излучения и приёма.

Для решения научных задач подобного рода используются и активно развиваются современные методы моделирования, мониторинга и исследования ионосферы как среды распространения радиоволн. Динамично расширяется сеть ионозондов, станций наклонного и возвратно-наклонного зондирования, глобальная сеть приемников сигналов навигационных спутниковых систем GPS/GLONASS и др. Существенный вклад в исследование и понимание глобальной структуры ионосферы в 90-е годы XX века внесли новые радиофизические методы радиотомографии и спутникового зондирования, позволившие получать пространственно-временную картину динамики ионосферной плазмы. Большое количество накопленных экспериментальных данных послужило основой для создания региональных и глобальных моделей ионосферы, а также дало импульс для создания теорий, объясняющих физику неизученных ионосферных явлений. На данный момент одним из средств проверки разрабатываемых теорий и важнейшим прикладным инструментом является численное моделирование. Исходя из этого, актуальной научной задачей является совершенствование и поиск новых эффективных методов чис-

ленного моделирования ионосферы и распространения радиоволн. Данная диссертационная работа посвящена одному из направлений в численном моделировании распространения радиоволн – реализации нового метода расчета радиотрасс с заданными положениями передатчика и приемника сигнала в модельной ионосфере, который имеет ряд преимуществ по сравнению с уже существующими и широко используемыми подходами к решению радиофизических задач.

**Цель работы** заключается в разработке и реализации нового подхода к расчету траекторных характеристик радиотрасс в ионосфере Земли с зафиксированными точками передатчика и приемника. Для коротких радиоволн применимо приближение геометрической оптики, основанное на вариационном принципе Ферма, согласно которому траектории радиотрасс должны удовлетворять условию стационарности фазового пути. Этот факт позволяет свести решение исходной краевой задачи к поиску стационарных точек функционала фазового пути радиолуча на основе прямой оптимизации траектории без необходимости решения вариационного уравнения и уравнения эйконала.

**Задачи:**

1. Исследование применимости и преимуществ использования прямого вариационного метода для поиска различных лучевых траекторий в задаче о расчете радиотрасс в ионосфере Земли.
2. Реализация метода прямой оптимизации траектории радиолуча в модельной ионосфере в виде комплекса программ, основываясь на опыте применения вариационных методов в различных областях науки.
3. Разработка и реализация алгоритмов и методов для решения проблем выбора начального приближения и многолучевости при решении задачи ионосферного распространения радиоволн.
4. Верификация и валидация разработанного комплекса программ траекторных расчетов на основе аналитических решений, метода пристрелки и ионограмм наклонного зондирования по данным радиофизических наблюдений.

### Основные положения, выносимые на защиту:

1. На примере различных модельных сред показано, что верхние радиолучи соответствуют минимумам функционала фазового пути, тогда как нижние радиолучи соответствуют седловым точкам первого порядка.
2. Реализован прямой вариационный метод расчета верхних и нижних лучей, основанный на минимизации и поиске седловых точек функционала фазового пути.
3. Разработан и реализован метод глобальной оптимизации функционала для систематического поиска множества верхних и нижних лучей граничной задачи, позволяющий разрешить проблему многолучевости в случае существования горизонтальных и вертикальных неоднородностей ионосферной плазмы.
4. Создан единый комплекс программ решения граничной задачи о расчете радиотрасс в модельной ионосфере. Этот программный комплекс тестировался с использованием метода пристрелки и ионограмм наклонного зондирования ионосферы. Показаны робастность и преимущества созданного комплекса программ.

**Научная новизна:** заключается в разработке нового подхода к расчету лучей коротких радиоволн в ионосфере, отличного от уже существующих. В данной работе впервые показано, что верхние и нижние лучи соответствуют минимумам и седловым точкам функционала фазового пути. Принципиальными отличиями разрабатываемого метода от подходов, использующих численное решение уравнения эйконала и метод пристрелки, являются:

1. строгая фиксация пространственных положений передатчика и приемника радиосигналов;
2. алгоритм прямой оптимизации траектории луча без необходимости решения уравнения эйконала;
3. возможность избирательного определения верхних и нижних лучей;
4. решение проблемы многолучевости на основе систематического поиска верхних и нижних лучей граничной задачи.

В отличие от известных подходов, основанных на применении вариационного принципа в задачах расчета радиотрасс, алгоритмы, методы и комплекс программ, представленные в данной диссертационной работе, впервые позволя-

ют на основе единого оптимизационного подхода (метода обобщенной силы и глобальной оптимизации) последовательно получать множество решений различного типа (нижние, верхние и трансионосферные радиолучи).

**Практическая значимость.** Реализация нового подхода к решению задачи расчета радиотрасс в ионосфере с граничными условиями расширяет возможности моделирования и исследования динамики ионосферной плазмы и ее влияния на качество радиосвязи. Одним из достоинств прямого вариационного метода является точное выполнение граничных условий: начальная и конечная точки по определению совпадают с положениями передатчика и приёмника радиоволн. Метод позволяет осуществлять поиск множества решений в неоднородной ионосфере, где существующие численные методы решения граничной задачи могут испытывать трудности. В перспективе, разработанный метод и созданный комплекс программ могут стать эффективным инструментом в моделировании радиотрасс наклонного зондирования ионосферы и при решении задач низкоорбитальной радиотомографии, в которых требуется многократный поиск лучей с заданными точками передачи и приема. Вместе с этим модифицированный комплекс программ может быть использован для решения прикладных задач из различных областей физики, в которых применимо приближение геометрической оптики.

**Достоверность полученных результатов** определяется на основе качественного и количественного сравнения аналитических и численных решений, полученных с использованием различных методик. В частности, для простейших сред, задаваемых с помощью аналитических функций, верификация проводилась на основе известных аналитических решений. В случае использования в качестве среды распространения радиоволн эмпирических моделей ионосферы, полученные результаты расчетов радиотрасс сопоставлялись с результатами численного моделирования, полученными с использованием метода пристрелки, а также с наблюдаемыми ионограммами наклонного зондирования.

**Апробация работы.** Результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались в 24 докладах на международных и российских конференциях и семинарах, в том числе:

1. Международная Байкальская школа по фундаментальной физике (г. Иркутск, 2015, 2017, 2019);

2. Всероссийская открытая конференция «Распространение радиоволн» (г. Томск, ИОА СО РАН, 2016; г. Казань, КФУ, 2019);
3. URSI Atlantic Conferences (г. Маспаломас, Испания, 2015, 2018);
4. URSI Asia-Pacific Conference (г. Сеул, Республика Корея, 2016);
5. URSI General Assembly (г. Рим, Италия, 2020).

**Личный вклад.** Результаты диссертационной работы получены лично автором под руководством научного руководителя. Автором выполнены следующие работы:

1. Построены численные схемы исследования функционала фазового пути и представлено свидетельство существования минимумов и седловых точек функционала радиолуча.
2. Разработаны метод обобщенной силы и алгоритм глобальной оптимизации, направленные на поиск решений различного типа и на решение проблемы многолучевости в задаче распространения радиоволн в ионосфере.
3. На основе разработанных алгоритмов и методов реализован комплекс программ на языке C++ для расчета радиотрасс в ионосфере с последующим получением модельных дистанционно-частотных характеристик наклонного зондирования.
4. Проведены численные эксперименты по расчету траекторных характеристик радиотрасс с использованием аналитических и эмпирических моделей ионосферы. Представлены возможности эффективного применения вариационного подхода в задаче численного моделирования.
5. Осуществлена верификация и валидация созданного комплекса программ на основе аналитических решений, численных расчетов, полученных методом пристрелки, и данных радиофизических наблюдений.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в 16 печатных изданиях, 4 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК (Известия ВУЗов. Радиофизика; Advances in Space Research; Химическая физика; IEEE Transactions on Antennas and Propagation), 12 — в сборниках трудов конференций.

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и одного приложения. Полный объем диссертации составляет 114 страниц текста с 30 рисунками. Список литературы содержит 130 наименований.

## Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, сформулированы научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

В **первой главе** 1) представлен обзор асимптотических методов и подходов к решению задач по распространению коротких радиоволн в ионосфере; 2) приведен анализ работ по развитию метода геометрической оптики для расчета радиотрасс; 3) обсуждаются методы решения задач расчета лучевых траекторий с начальными и граничными условиями; 4) представлен обзор работ по разработке и использованию вариационного подхода на основе принципа Ферма для решения задач в различных областях физики и расчета радиотрасс в ионосфере. Отмечается, что геометрикооптический подход к приближенному описанию волновых полей, используемый диссертантом, позволяет решать задачу в случае, когда размеры ионосферных неоднородностей существенно превосходят радиус первой зоны Френеля, а влиянием дифракционных и интерференционных эффектов можно пренебречь. Метод численного решения задачи Коши с начальными условиями для нахождения поля волны в приближении геометрической оптики, когда положение точки приема не закреплено, предложенный в работах [1; 2], стал основой многих моделей распространения коротких радиоволн в ионосфере. С точки зрения практических приложений, особенно важной представляется проблема расчета траекторий радиолучей с заданными координатами передатчика и приемника радиосигнала. Выделяются два принципиально разных подхода к решению данной задачи. Наиболее популярным из них является метод пристрелки, в котором осуществляется выбор направления излучения радиоволны от передатчика с последующим построением лучевой траектории.



Метод пристрелки имеет свои недостатки. Во-первых, в рамках этого метода необходимо многократно выполнять расчет лучей, что приводит к значительному росту вычислительных затрат. Во-вторых, применение метода пристрелки в случае трехмерно-неоднородной ионосферы усложняется тем, что требуется осуществить поиск двух параметров (азимута и угла возвышения), определяющих направление радиолуча. Процедура нахождения этих параметров сильно зависит от выбора их начального приближения и, вообще говоря, этот процесс не всегда сходится [3]. Вследствие этого актуальной задачей является развитие альтернативных подходов к решению граничной задачи расчета лучевых траекторий коротких радиоволн.

Одним из таких альтернативных подходов к решению данной проблемы является подход, основанный на применении вариационного принципа к функционалу фазового пути радиолуча напрямую, без необходимости решения вариационного уравнения. Его идея заключается в том, что некая первоначально заданная кривая последовательно трансформируется в лучевую траекторию, причём её начальная и конечная точки на протяжении всего процесса оптимизации зафиксированы в соответствии с граничными условиями. Важным достоинством такого подхода по сравнению с методом пристрелки является автоматическое выполнение граничных условий для радиотрассы: начальная и конечная точки по определению совпадают с положениями передатчика и приемника радиоволны соответственно. Известны различные варианты такого метода последовательных трансформаций, которые используются в различных областях науки. Так, например, в сейсмологии широко применяется метод «изгибания» луча для расчета траекторий звуковых волн в земной коре [4]. В химии и физике магнитных переходов активно применяется метод «подталкивания упругой нити» [5]. В задачах распространения радиоволн до сих пор подобные методы практически не применялись. В одной из немногих работ на эту тему [6] была реализована минимизация функционала фазового пути для нахождения верхних и трансionoсферных лучей. Однако, согласно автору [6], минимизация не позволяет находить нижние ионосферные лучи, что ограничивает применимость оптимизационных методов для решения данной задачи.

Во **второй главе** представлены постановка задачи и подробное описание нового вариационного подхода к расчету радиолучей, основанного на

прямой минимизации функционала фазового (оптического) пути. Запишем выражение для функционала радиолуча в изотропной среде:

$$S[\gamma] = \int_A^B n(\vec{r}) dl. \quad (1)$$

Здесь интегрирование производится вдоль кривой  $\gamma$ , задающей траекторию луча, которая соединяет точки  $A$  и  $B$ , определяющие местоположения передатчика и приемника радиоволн,  $n(\vec{r})$  — показатель преломления в точке  $\vec{r} = (x, y, z)$ , лежащей на кривой  $\gamma$ , и  $dl$  — элемент длины вдоль  $\gamma$ . На практике подынтегральная функция  $n(\vec{r})$  может представлять неявно заданную зависимость. Поскольку аналитически решить задачу в общем случае не представляется возможным, для реализации численного расчета (1) целесообразно переписать интегральную запись функционала  $S[\gamma]$ , используя метод трапеций:

$$S[\gamma] \approx S(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^P (n_{i+1} + n_i) |\vec{r}_{i+1} - \vec{r}_i|, \quad (2)$$

где  $\vec{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$  — положение  $i$ -ой точки,  $n_i = n(\vec{r}_i)$ ,  $P$  — число подвижных точек,  $\vec{r}_0 = \vec{r}_A$  и  $\vec{r}_{P+1} = \vec{r}_B$ . Поскольку положения первой и последней точки зафиксированы, задача о нахождении траектории радиолуча сводится к поиску экстремума функции  $S = S(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_P)$ . Таким образом, кривая  $\gamma$  аппроксимируется кусочно-линейной кривой, соединяющей  $P$  подвижных точек (см. рис. 1). При этом концы  $A$  и  $B$  траектории зафиксированы в соответствии с граничными условиями, а систему, состоящую из положений  $P$  промежуточных точек, требуется последовательно привести к оптимальной конфигурации.

Многие численные методы поиска минимума многомерной функции основаны на вычислении отрицательного градиента целевой функции:

$$\mathbf{F} = -\nabla S(\mathbf{r}) = \left( F^1, F^1, \dots, F^P \right). \quad (3)$$

Здесь  $\mathbf{F}$  представляет собой вектор фиктивной силы, который указывает на направление сходимости некоторой первоначальной траектории к оптимальной конфигурации (искомому решению). Построение численной схемы возможно на основе (3), однако прямая минимизация позволяет находить толь-

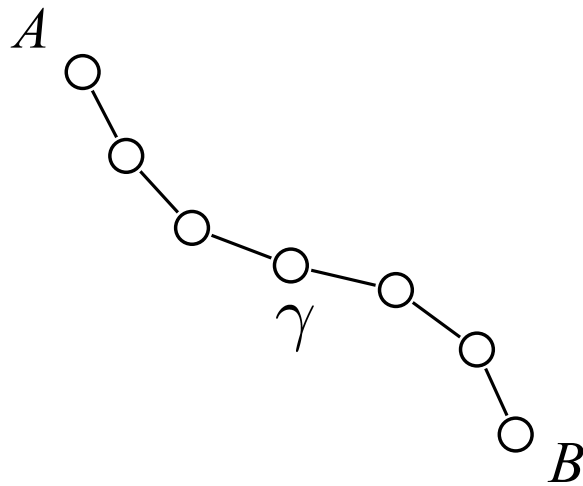


Рис. 1 — Иллюстрация кусочно-линейного представления радиолуча.

ко часть решений граничной задачи. Действительно, как обсуждалось в работе [6] только верхние и трансионосферные лучи соответствуют минимумам функционала, а значит прямая минимизация на основе (3) может приводить к потере других решений. Примером таких решений, не определяемых методом минимизации, являются нижние лучи. Как было показано в работах [A2, A3] нижние лучи соответствуют седловым точкам первого порядка функционала фазового пути (2).

Для седловой точки первого порядка градиент целевой функции во всех направлениях положителен, за исключением одного направления, в котором этот градиент отрицателен. В качестве примера, показывающего различия седловой точки первого порядка и минимума, на рис. 2 приведены нижний и верхний лучи на фоне карты функционала фазового пути (2). В данном случае значения по осям задают положения вершин виртуальных лучей, а цветом представлены соответствующие им значения фазового пути. Из рисунка видно, что верхний луч соответствует минимуму фазового пути во всех направлениях, а нижний луч представляет собой седловую точку первого порядка.

В третьей главе представлены универсальный метод оптимизации для нахождения как верхних, так и нижних лучей и алгоритм систематического поиска множества решений задачи о расчете радиотрасс.

Задача определения седловых точек находит свое применение в различных областях науки [5; 7]. Способ определения седловых точек, используемый в данной работе, основан на применении метода минимальной моды (*англ. minimum mode following method*) [8]. Идея метода заключается в модифика-

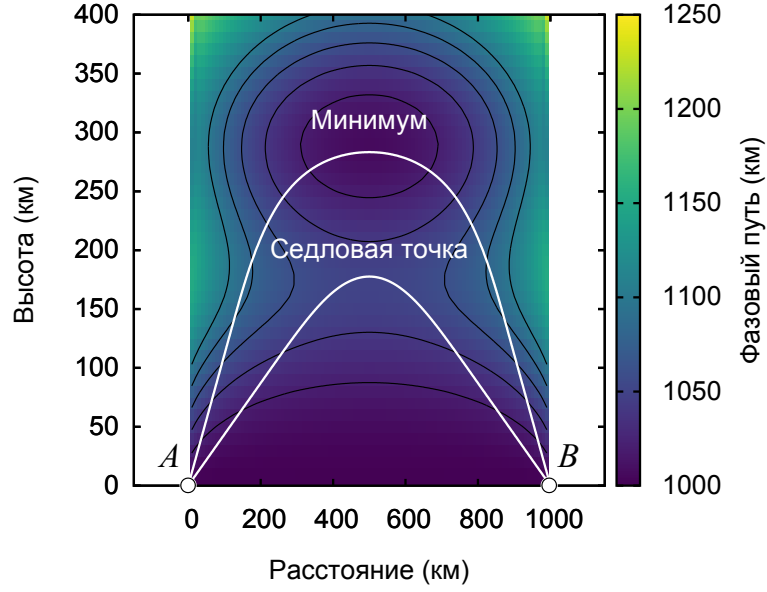


Рис. 2 — Иллюстрация двумерной карты функционала фазового пути. Белые линии представляют лучевые траектории радиоволны с рабочей частотой 12 МГц. Ионосфера задавалась аналитически в виде однослойной среды.

ции градиента целевой функции (см. формулу (3)), в результате чего иско-мая седловая точка инвертируется в локальный минимум. Сведение задачи к поиску локальных минимумов позволяет использовать любые численные схе-мы минимизации, что представляет собой хорошо изученную задачу. Важно отметить, что реализация поиска седловых точек отличается от прямой ми-нимизации только способом расчета силы  $\mathbf{F}$ . Это позволяет сформулировать единый подход к поиску как минимумов, так и седловых точек, получивший название «метод обобщенной силы».

В рамках метода обобщенной силы, верхние ионосферные лучи мо-гут быть определены прямой минимизацией функционала фазового пути ра-диолуча  $S(\mathbf{r})$ . Минимизация основана на расчете отрицательного градиента функционала  $S(\mathbf{r})$ , продольная компонента которого заменена силой упру-гости [A2]:

$$\mathbf{F}^h = -\nabla S(\mathbf{r})|_{\perp} + \mathbf{F}^s, \quad (4)$$

где

$$\nabla S(\mathbf{r})|_{\perp} = \left( \vec{\nabla}_1 S(\mathbf{r})|_{\perp}, \vec{\nabla}_2 S(\mathbf{r})|_{\perp}, \dots, \vec{\nabla}_P S(\mathbf{r})|_{\perp} \right), \quad (5)$$

$$\mathbf{F}^s = \left( \vec{F}_1^s, \vec{F}_2^s, \dots, \vec{F}_P^s \right), \quad (6)$$

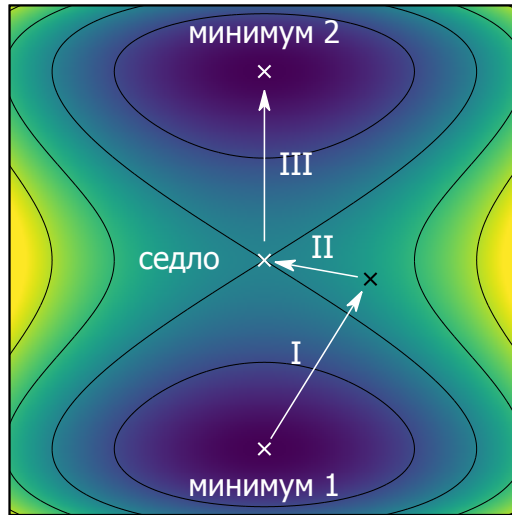


Рис. 3 — Иллюстрация алгоритма глобальной оптимизации в пространстве функционала  $S(\mathbf{r})$  радиолуча. Белыми крестиками обозначены положения стационарных точек. Белыми сплошными стрелками схематично изображен процесс перехода от одного локального минимума к другому через седловую точку. Черным крестиком обозначен момент смены знака минимального собственного значения гессиана функционала в процессе оптимизации.

а также  $\vec{\nabla}_i S(\mathbf{r}) \Big|_{\perp}$  и  $\vec{F}_i^s$  — поперечная компонента градиента функционала  $S(r)$  и сила упругости соответственно. Введение фиктивных упругих сил позволяет контролировать распределение точек вдоль луча и, при необходимости, увеличивать их плотность в критических областях лучевой траектории [A2]. В противном случае плотность распределения точек в некоторых областях траектории может оказаться недостаточной, в результате чего информация о луче в этих областях будет потеряна.

Для определения нижних ионосферных лучей, соответствующих седловым точкам первого порядка, используется оптимизационный метод, который включают в себя несколько этапов: 1) инициализация; 2) выход из области минимума; 3) оптимизация в области седловой точки. Инициализация состоит в задании начального приближения вблизи локального минимума. На первом этапе осуществляется выход из области локального минимума вдоль градиента целевой функции (см. переход I на рис. 3). Поскольку движение вдоль градиента в конечном итоге приведет в область локального максимума, направление движения после выхода из области минимума следует скорректировать. Причем корректировка должна быть выполнена с учетом условия

минимизации по всем направлениям, кроме одного направления на максимум. Анализ направлений на максимум и минимум функционала осуществляется на основе вычислений собственных значений и векторов матрицы Гессе. Начало второго этапа поиска (см. переход II на рис. 3) происходит в момент смены знака минимального собственного значения матрицы Гессе, после чего осуществляется спуск к ближайшей седловой точке. Такая стратегия есть суть поиска седловых точек первого порядка.

Формула обобщенной силы для оптимизации нижних ионосферных лучей имеет следующий вид:

$$\mathbf{F}^l = \begin{cases} \nabla S(\mathbf{r})|_{\perp} + \mathbf{F}^s & \text{или} \quad (\nabla S(\mathbf{r})|_{\perp} \cdot \mathbf{Q}_{\lambda}) \mathbf{Q}_{\lambda} + \mathbf{F}^s, \text{ если } \lambda \geq 0, \\ -\nabla S(\mathbf{r})|_{\perp} + 2(\nabla S(\mathbf{r})|_{\perp} \cdot \mathbf{Q}_{\lambda}) \mathbf{Q}_{\lambda} + \mathbf{F}^s, & \text{если } \lambda < 0. \end{cases} \quad (7)$$

здесь  $\lambda$  – минимальное собственное значение гессиана и  $\mathbf{Q}_{\lambda}$  – соответствующий минимальному собственному значению нормированный собственный вектор или минимальная мода. Аналогично поиску верхних лучей точки траектории сходятся к оптимальной форме стандартной процедурой оптимизации, дополненной обобщенной силой  $\mathbf{F}^l$ . Конфигурация точек траектории соответствующая нулевому значению силы  $\mathbf{F}^l$  является дискретным представлением нижнего луча.

В ходе выполнения диссертационной работы был разработан алгоритм глобальной оптимизации [А4], основанный на взаимосвязи минимумов и седловых точек функционала фазового пути: между двумя локальными минимумами всегда существует как минимум одна седловая точка первого порядка. Поэтому искомые решения могут быть найдены в результате перехода от одного локального минимума к другому через седловую точку (см. рис. 3). Задав начальное приближение на найденном верхнем луче, множество нижних лучей может быть найдено генерацией различных малых смещений точек траектории или, другими словами, заданием малых возмущений траектории. Определив нижний луч, траектория подвергается малому возмущению вдоль известного направления – минимальной моды. Причем направление выбирается обратное от начального верхнего луча. После этого новый верхний луч определяется прямой минимизацией функционала радиолуча  $S(\mathbf{r})$ .

На основе представленных методов и алгоритмов разработан и реализован комплекс программ по расчету радиотрасс в изотропной ионосфере,

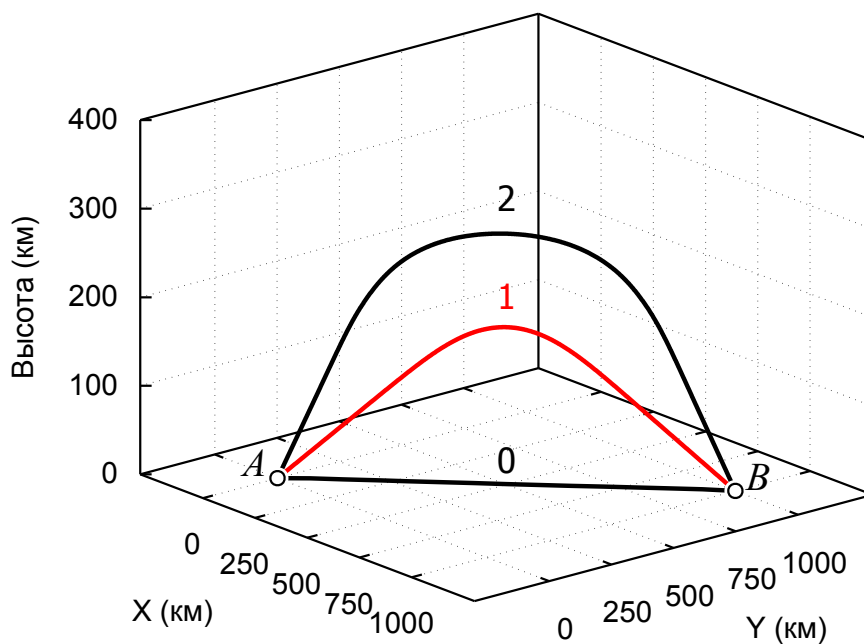


Рис. 4 — Результат применения алгоритма глобальной оптимизации лучей в однослойной модели ионосферы. Рабочая частота равна 12 МГц. Верхние и нижние лучи представлены черными и красными линиями соответственно.

который позволяет рассчитывать лучевые траектории радиотрассы с зафиксированными положениями передатчика и приемника (см. рис. 4).

В четвертой главе представлены результаты численного моделирования радиотрасс с использованием разработанного вариационного подхода. Была исследована применимость вариационного метода в среде при наличии разрыва в производной функции электронной концентрации на примере параболической модели ионосферы. Проблема устойчивости метода при наличии сингулярности была преодолена введением дополнительных точек траектории непосредственно на разрыве. Причем движение таких точек осуществляется исключительно вдоль разрывов. Лучевые траектории, полученные вариационным подходом в данной среде для различных рабочих частот, показали полное согласие с аналитическими решениями для данной модельной среды.

На примере двухслойной модели ионосферы исследовалась проблема многолучевости с использованием алгоритма глобальной оптимизации. Было показано, что глобальная оптимизация позволяет успешно находить множество лучей, в том числе в трехмерной неоднородной среде, где отсутствует априорная информация о конфигурации лучевого семейства. Кроме того, на представленных примерах показано, что для успешного поиска всех лучей не требуется подбор начальных приближений. Лучевые траектории определяют

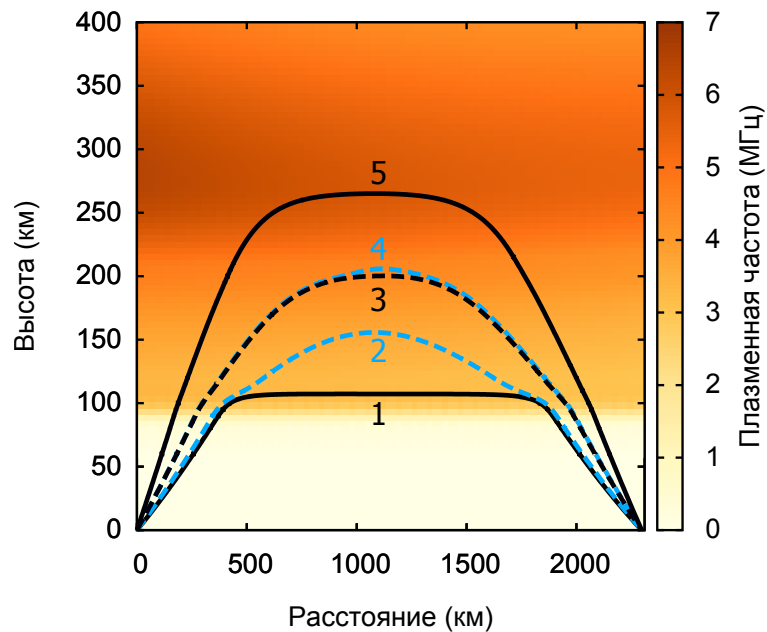


Рис. 5 — Результаты расчетов, полученные с использованием алгоритма глобальной оптимизации на трассе Хабаровск ( $47^{\circ}$ с.ш.,  $134^{\circ}$ в.д.) – Торы ( $51^{\circ}$ с.ш.,  $103^{\circ}$ в.д.) в день солнечного солнцестояния 22.06.2016. Электронная концентрация задается моделью IRI-2007. Рабочая частота равна 12 МГц. Лучи получены двумя различными подходами – вариационным методом и численным решением уравнения эйконала методом характеристик с дальнейшим применением алгоритмов трассировки и пристрелки. Верхние и нижние лучи представлены черными и синими линиями соответственно. Лучи, изображенные пунктирной линией представляют решения, не найденные методом пристрелки для трассировки с шагом по углу возвышения превышающим  $1^{\circ}$ . Для идентификации луча 4 требуется значение шага по углу менее  $0.1^{\circ}$ .

ся последовательным применением метода обобщенной силы, где каждое найденное решение является начальным приближением для поиска следующего луча. В результате, найдены решения ключевых проблем оптимизационных методов, ранее обозначенных в работах [4; 6].

В работе представлено численное сравнение результатов вариационного подхода и традиционного метода пристрелки на примере радиотрассы в среде, где электронная концентрация задавалась по модели IRI-2007 [9]. Результаты расчета лучевых траекторий для радиоволны с частотой 12 МГц с использованием двух методов показаны на рис. 5. Сравнение показало эффективность вариационного подхода в поиске множества решений граничной задачи. Так применение алгоритма глобальной оптимизации для радиотрасс



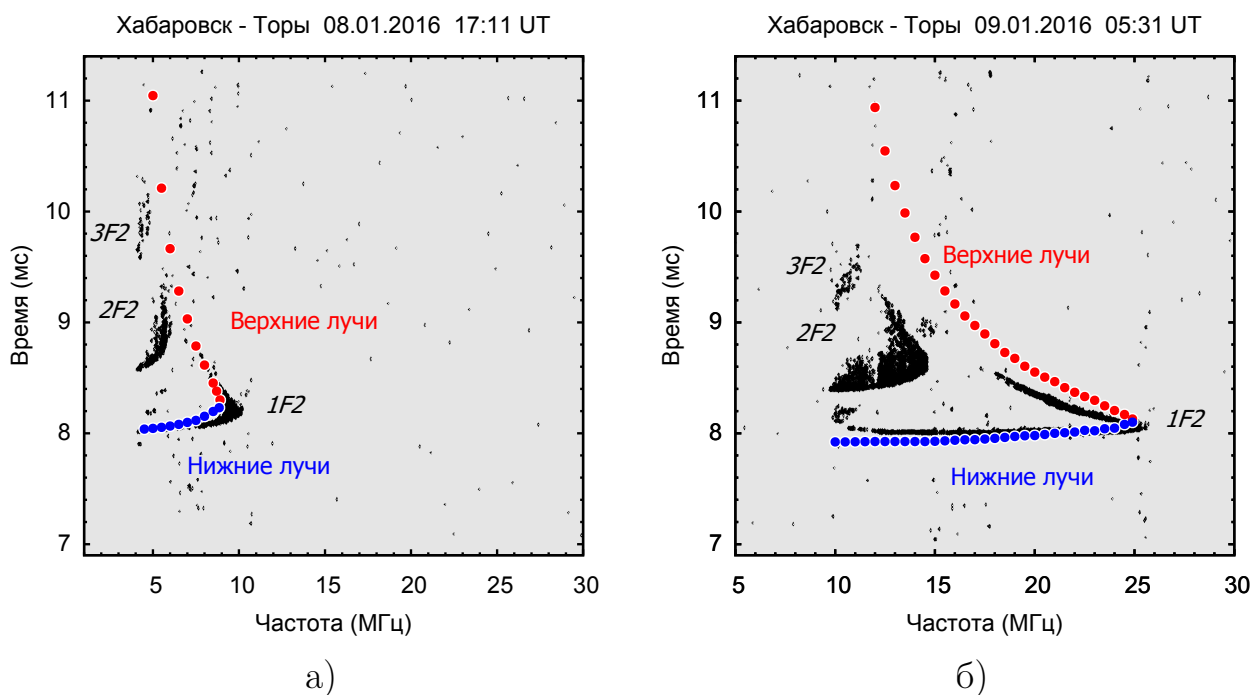


Рис. 6 — Дистанционно-частотные характеристики наклонного зондирования на трассе Хабаровск - Торы за 8 января 2016 года 17:11 UT (а) и 9 января 2016 года в 5:31 UT (б). Дистанция представлена в виде задержки радиосигнала. Данные наблюдений показаны черными точками; результаты, полученные с использованием вариационного метода и модели IRI-2007, показаны цветными кружками. Красные и синие кружки обозначают следы односкачковых верхних и нижних лучей соответственно. Метки « $1F2$ », « $2F2$ » и « $3F2$ » указывают на следы лучей с одним, двумя или тремя скачками соответственно отраженных от ионосферного слоя  $F2$ .

позволило определить три верхних луча (лучи 1, 3, 5, отраженные от слоев  $E$ ,  $F1$  и  $F2$ , как показано на рис. 5) и два нижних луча (лучи 2, 4, отраженные соответственно от слоев  $F1$  и  $F2$ , как показано на рис. 5). При этом выбранная рабочая частота близка к минимальной рабочей частоте ионосферного слоя  $F2$ , в результате чего лучевые траектории 3 (верхний луч, отраженный от  $F1$  слоя) и 4 (нижний луч, отраженный от  $F2$  слоя) практически сливаются (см. рис. 5). Близость данных решений не вызывает трудностей в их определении вариационным подходом.

В то же время расчет лучей методом пристрелки с близкими параметрами углов излучения вызывает трудности. Так, для определения всех пяти решений требуется задать достаточно мелкий угловой шаг трассировки  $\delta\alpha \leq 0.1^\circ$ . В случае задания углового шага трассировки  $0.5^\circ \leq \delta\alpha \leq 1^\circ$ , были

определены только лучи 1, 2, 3 и 5, а луч 4 оставался ненайденным. В случае трассировки лучей с угловым шагом  $\delta\alpha \gtrsim 1^\circ$ , методом пристрелки удалось определить только два луча (1 и 5), при этом оставшиеся три решения не были найдены. Отметим, что увеличение числа лучей предварительной трассировки, необходимой для идентификации решений алгоритмом пристрелки, неизбежно приводит к росту вычислительных затрат. Кроме того, заранее неизвестен оптимальный угол трассировки позволяющий найти все лучи алгоритмом пристрелки. Для вариационного подхода, напротив, близость лучей не вызывает увеличения вычислительных затрат, и все лучи могут быть найдены без необходимости дополнительной настройки параметров метода.

На основе вариационного подхода для расчета радиолучей и модели ионосферы IRI-2007 реализован программный блок расчета дистанционно-частотных характеристик (ДЧХ) наклонного зондирования. Результаты численного моделирования сравнивались с экспериментальными ионограммами для среднеширотной трассы Хабаровск – Торы. Экспериментальные ионограммы получены с помощью сети многофункциональных ионозондов Института солнечно-земной физики СО РАН (ИСЗФ СО РАН). В ходе численного эксперимента для каждой лучевой траектории, найденной вариационным методом, рассчитывался групповой путь в зависимости от выбранной частоты [10]. Полученные модельные ДЧХ количественно согласуются с данными наблюдений (см. рис. 6). В представленных примерах лучшее согласие наблюдается для следов нижних лучей, траектории которых будут испытывать незначительные изменения под влиянием внешнего магнитного поля. Верхние лучи напротив, испытывают значительное изменение траекторий при учете анизотропии, что объясняет различие в результатах модельных расчетов и данных наблюдений (см. рис. 6). Количественное различие во временах группового запаздывания и значениях максимально применимых частот также объясняется выбором модели IRI-2007, которая представляет собой климатическую модель ионосферы и не описывает погодных вариаций основных параметров ионосферной плазмы, особенно в сильно изменчивой субавроральной области. Успешное моделирование ДЧХ наклонного зондирования с использованием вариационного подхода к расчету радиолучей показывает широкие возможности его дальнейшего применения.

В заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы.

1. Разработан новый метод расчета лучевых траекторий распространения коротких радиоволн в ионосфере, с заданными положениями передатчика и приемника. В основе метода лежит основополагающий закон геометрической оптики – принцип Ферма, согласно которому фазовый (оптической путь) луча принимает стационарное значение.
2. Проведено численное исследование стационарных значений функционала фазового пути радиолуча. Полученные результаты позволили определить два основных типа лучевых траекторий краевой задачи: минимумы и седловые точки.
3. Реализован метод обобщенной силы – оптимизационный метод, позволяющий проводить избирательный поиск решений граничной задачи. Минимумы и седловые точки, соответствующие искомым лучевым траекториям, могут быть найдены в результате одной и той же процедуры оптимизации под управлением обобщенной силы, формулировка которой зависит от типа искомого решения.
4. Разработан и реализован метод глобальной оптимизации, работа которого основана на систематическом поиске лучевых траекторий с заданными граничными условиями. Предложенный вариант глобальной оптимизации исключает проблему задания начальных приближений посредством последовательного поиска лучей и позволяет находить множество лучевых траекторий радиотрассы.
5. Проведено численные моделирование радиотрасс в трехмерной неоднородной изотропной среде с использованием метода обобщенной силы и алгоритма глобальной оптимизации. Исследованы возможности использования предложенных методов для решения краевой задачи с учетом многолучевого распространения. Показано, что вариационный подход позволяет эффективно решать граничную задачу о расчете лучевых траекторий без априорной информации о лучевом семействе.
6. Проведено сравнение вариационного подхода и метода пристрелки в среде, электронная концентрация которой задавалась по моде-

ли IRI-2007. Показаны преимущества использования вариационного подхода.

7. На основе метода обобщенной силы и алгоритма глобальной оптимизации реализован комплекс программ для численного моделирования ионограмм наклонного зондирования. Проведена верификация разработанного комплекса программ на основе сравнения численных результатов и экспериментальных ионограмм наклонного зондирования.

Таким образом, в ходе выполнения диссертационной работы был создан и развит новый вариационный подход к расчету лучевых траекторий с заданными граничными условиями. Метод обобщенной силы и алгоритм глобальной оптимизации позволили реализовать новый инструмент численного моделирования лучевых траекторий коротких радиоволн в ионосфере, успешно апробированный в различных модельных средах.

## **Публикации автора по теме диссертации**

### **В журналах, включенных в Перечень ВАК:**

- A1. *Носиков И. А.* Применение метода поперечных смещений для расчёта коротковолновых радиотрасс. Постановка задачи и предварительные результаты / И. А. Носиков, П. Ф. Бессараб, М. В. Клименко // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2016. – Т. 59, № 1. – С. 1–14.
- A2. *Носиков И. А.* Исследование функционала верхних и нижних лучей в задаче расчета радиотрасс в модельной ионосфере / И. А. Носиков, М. В. Клименко // Химическая физика. – 2017. – Т. 36, № 12. – С. 61–66.

### **В зарубежных рецензируемых журналах, входящих в Международные реферативные базы данных и системы цитирования Scopus и Web of Science:**

- A3. *Nosikov I. A.* Application of the nudged elastic band method to the point-to-point radio wave ray tracing in IRI modeled ionosphere / I. A. Nosikov, M. V. Klimenko, P. F. Bessarab, G. A. Zhabankov // Advances

in Space Research. – 2017. – Т. 60, № 2. – С. 491–497. – DOI: 10.1016/j.asr.2016.12.003.

- A4. *Nosikov I. A.* Generalized Force Approach to Point-to-Point Ionospheric Ray Tracing and Systematic Identification of High and Low Rays / I. A. Nosikov, M. V. Klimenko, G. A. Zhibankov, A. V. Podlesnyi, V. A. Ivanova, P. F. Bessarab // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2020. – Т. 68, № 1. – С. 455–467. – DOI: 10.1109/TAP.2019.2938817.

### **Труды конференций:**

- A5. *Носиков И. А.* Применение прямого вариационного метода для расчета радиотрасс волн КВ-диапазона – постановка задачи и предварительные результаты / И. А. Носиков, П. Ф. Бессараб, М. В. Клименко // Сборник трудов Региональной XX конференции по распространению радиоволн. – СПбГУ. – 2014. – С. 61–64.
- A6. *Nosikov I. A.* Investigation of optical path functional for high and low ionospheric radio rays / I. A. Nosikov, M. V. Klimenko, P. F. Bessarab, G. A. Zhibankov // URSI Asia-Pacific Radio Science Conference (URSI AP-RASC). – IEEE. – 2016. – С. 1317–1320.
- A7. *Nosikov I. A.* Identification of Low and High Ionospheric Rays by a Direct Variational Method / I. A. Nosikov, M. V. Klimenko, P. F. Bessarab // 2nd URSI Atlantic Radio Science Meeting (AT-RASC). – IEEE. – 2018. – С. 1–4.
- A8. *Носиков И. А.* Применение метода подталкивания упругой нити для расчета радиотрасс в неоднородных средах / И. А. Носиков, П. Ф. Бессараб, М. В. Клименко, В. В. Клименко, Ф. С. Бессараб, Д. С. Котова, В. Е. Захаров // Международная Байкальская молодежная научная школа по фундаментальной физике. – 2015. – С. 153–154.
- A9. *Носиков И. А.* Применение прямого вариационного метода поиска верхних и нижних лучей в задаче расчета КВ-радиотрасс в ионосфере / И. А. Носиков, М. В. Клименко, П. Ф. Бессараб, Г. А. Жбанков // Международная Байкальская молодежная научная школа по фундаментальной физике. – 2017. – С. 129–131.

- A10. *Носиков И. А.* Применение прямого вариационного метода для расчета характеристик волн различной природы в приближении геометрической оптики / И. А. Носиков, М. В. Клименко, П. Ф. Бессараб // Международная Байкальская молодежная научная школа по фундаментальной физике. – 2019. – С. 269–270.
- A11. *Nosikov I. A.* Application of the optimization method to the point-to-point radio wave ray-tracing problem / I. A. Nosikov, M. V. Klimenko, P. F. Bessarab, G. A. Zhbakov // URSI Radio Science Bulletin. – 2017. – Т. 2017, № 361. – С. 14–19.
- A12. *Nosikov I. A.* Investigation of Singular Points in Optical Path Functional for High and Low Rays in Ionospheric Radio Path / I. A. Nosikov, M. V. Klimenko, P. F. Bessarab // Proceedings of V International conference «Atmosphere, Ionosphere, Safety». – 2016. – С. 241–243.
- A13. *Nosikov I. A.* Features of Radio Ray Identification by a Direct Variational Method / I. A. Nosikov, M. V. Klimenko, P. F. Bessarab // Proceedings of VI International conference «Atmosphere, Ionosphere, Safety». Т. 2. – 2018. – С. 49–53.
- A14. *Носиков И. А.* Особенности поиска верхних и нижних лучей при использовании метода оптимизации в задаче расчета радиотрасс волн КВ-диапазона в ионосфере / И. А. Носиков, М. В. Клименко, П. Ф. Бессараб // XXV Всероссийская научная конференция «Распространение радиоволн». Т. 2. – 2016. – С. 110–113.
- A15. *Носиков И. А.* Глобальная оптимизация как способ исключения проблемы задания начальных условий при модельном расчете радиотрасс / И. А. Носиков, М. В. Клименко, П. Ф. Бессараб // XXVI Всероссийская научная конференция «Распространение радиоволн». Т. 2. – 2019. – С. 426–430.
- A16. *Nosikov I. A.* Global Point-to-Point Ionospheric Ray Tracing Using the Direct Variational Method / I. A. Nosikov, M. V. Klimenko, D. S. Kotova, P. F. Bessarab // XXXIIIrd General Assembly and Scientific Symposium of the International Union of Radio Science. – IEEE. – 2020. – С. 1–3.

## Список литературы

1. *Haselgrove J.* The Hamiltonian ray path equations // *Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics.* — 1963. — т. 25. — с. 397–399.
2. *Казанцев А. Н., Лукин Д. С., Спиридонов Ю. Г.* Метод исследования распространения радиоволн в неоднородной магнитоактивной ионосфере // *Космические исследования.* — 1967. — т. 5, № 4. — с. 593–600.
3. *Калиткин Н. Н.* Численные методы. — БХВ-Петербург, 2011. — с. 587.
4. *Um J., Thurber C.* A fast algorithm for two-point seismic ray tracing // *Bulletin of the Seismological Society of America.* — 1987. — т. 77, № 3. — с. 972–986.
5. *Bessarab P. F., Uzdin V. M., Jónsson H.* Method for finding mechanism and activation energy of magnetic transitions, applied to skyrmion and antivortex annihilation // *Computer Physics Communications.* — 2015. — т. 196. — с. 335–347.
6. *Coleman C. J.* Point-to-point ionospheric ray tracing by a direct variational method // *Radio Science.* — 2011. — т. 46, № 5. — RS5016.
7. *Jónsson H., Mills G., Jacobsen K. W.* Nudged elastic band method for finding minimum energy paths of transitions // *Classical and Quantum Dynamics in Condensed Phase Simulations.* — World Scientific, 2008. — с. 385–404.
8. *Plasencia Gutiérrez M., Argáez C., Jónsson H.* Improved Minimum Mode Following Method for Finding First Order Saddle Points // *Journal of Chemical Theory and Computation.* — 2017. — т. 13, № 1. — с. 125–134.
9. *Bilitza D., Reinisch B. W.* International Reference Ionosphere 2007: Improvements and new parameters // *Advances in Space Research.* — 2008. — т. 42, № 4. — с. 599–609.
10. *Budden K. G.* The Propagation of Radio Waves: The Theory of Radio Waves of Low Power in the Ionosphere and Magnetosphere. — Cambridge University Press, 1988.