

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МЭИ»

На правах рукописи



СОРОКОВИК ДАНИЛ ВЯЧЕСЛАВОВИЧ

**АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ НЕСТАЦИОНАРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
ВИБРАТОРНЫХ АНТЕНН
С ПРИМЕНЕНИЕМ КАЧЕСТВЕННЫХ МЕТОДОВ**

Специальность 05.12.07 Антенны, СВЧ устройства и их технологии

ДИССЕРТАЦИЯ

*на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук*

Научный руководитель

д.ф.–м.н., профессор

Пермяков Валерий Александрович

Москва – 2015

СОДЕРЖАНИЕ

СПИСОК ВВЕДЕННЫХ СОКРАЩЕНИЙ	5
ВВЕДЕНИЕ	6
ГЛАВА 1. МЕТОДЫ АНАЛИЗА НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В ОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ	14
1.1. ИСХОДНЫЕ НЕСТАЦИОНАРНЫЕ УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА И УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ВЕКТОРНЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ ПРИ ЗАДАННЫХ СТОРОННИХ ИСТОЧНИКАХ	14
1.2. МЕТОД ЧАСТОТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ	18
1.3. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ УРАВНЕНИЙ С ИСТОЧНИКАМИ ДЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И МАГНИТНОГО ПОЛЕЙ В СРЕДЕ БЕЗ ПОТЕРЬ	19
1.4. ПРЯМЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПОЛЕЙ.	25
1.4.1. Методы, основанные на прямой дискретизации уравнений Максвелла	25
1.4.2. Метод интегрального уравнения во временной области	26
1.5. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ КАЧЕСТВЕННОЙ ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ К АНАЛИЗУ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ	28
1.6. ВЫВОДЫ.....	30
ГЛАВА 2. АНАЛИЗ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ ИЗЛУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДИПОЛЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА КАЧЕСТВЕННОЙ ТЕОРИИ И СОВРЕМЕННЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПАКЕТОВ.....	32
2.1. О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДОВ КАЧЕСТВЕННОЙ ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ К АНАЛИЗУ СИЛОВЫХ ЛИНИЙ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ АНТЕНН, РАСПОЛОЖЕННЫХ В СВОБОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ	32
2.2. ИСХОДНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ КАЧЕСТВЕННОГО АНАЛИЗА И РАСЧЕТ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПОЛЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДИПОЛЯ.....	38
2.3. ЛОКАЛЬНЫЙ КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ОСОБЕННОСТЕЙ ПОЛЕЙ И ВЕКТОРА ПОЙНТИНГА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДИПОЛЯ.....	40
2.3.1. Уравнения силовых линий электрического поля и вектора Пойнтинга	40
2.3.2. Локальный анализ особых точек электрического поля.....	42
2.3.3. Локальный анализ особенностей интегральных линий вектора Пойнтинга	47
2.4. КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ В ЦЕЛОМ ПОЛЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДИПОЛЯ (ГАРМОНИЧЕСКИЙ РЕЖИМ)	50

	3
2.4.1. Качественный анализ в целом электрического поля диполя	50
2.4.2. Качественный анализ в целом структуры вектора Пойнтинга диполя..	66
2.5. О РАБОТЕ Г.ГЕРЦА «СИЛЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ, РАССМАТРИВАЕМЫЕ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ТЕОРИИ МАКСВЕЛЛА»	72
2.6. КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ В ЦЕЛОМ ПОЛЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДИПОЛЯ (ПЕРИОДИЧЕСКИЙ НЕГАРМОНИЧЕСКИЙ И ИМПУЛЬСНЫЙ РЕЖИМЫ).....	75
2.6.1. Качественный анализ траекторий особых точек.....	75
2.6.2. Обсуждение структуры силовых линий электрического поля диполя в импульсном режиме.....	81
2.6.3. О структуре силовых линий магнитного поля	90
2.7. О СКОРОСТЯХ ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ВБЛИЗИ ЭЛЕМЕНТАРНОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ.....	95
2.7.1 Об определении скоростей электромагнитного поля	95
2.7.2 Методика и результаты определения скоростей компонент электромагнитного поля и вектора Пойнтинга электрического диполя	100
2.8. О ДИАГРАММАХ НАПРАВЛЕННОСТИ МАЛЫХ АНТЕНН ПРИ ИМПУЛЬСНОМ ВОЗБУЖДЕНИИ.....	115
2.9. ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 2	116
 ГЛАВА 3. КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ПОЛЕЙ ЛИНЕЙНОГО ВИБРАТОРА. ФОРМИРОВАНИЕ СИСТЕМОЙ ВИБРАТОРОВ ОБЛАСТИ С МИНИМАЛЬНЫМ ЗНАЧЕНИЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ	
	119
3.1. ВВЕДЕНИЕ	119
3.2. СТРУКТУРА ПОЛЕЙ ВБЛИЗИ ВИБРАТОРА КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ.....	120
3.2.1. Постановка задачи и исходные формулы	120
3.2.2. Об особых точках на поверхности тонкого вибратора.....	121
3.2.3. Качественный анализ силовых линий электрического поля линейного вибратора	126
3.2.4. Анализ нулей магнитного поля.....	139
3.2.5. Совместный анализ электрического, магнитного полей и векторного поля плотности потока мощности линейного вибратора	140
3.3. О ФОРМИРОВАНИИ ОБЛАСТЕЙ С ЭКСТРЕМАЛЬНЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА КОНЕЧНОМ РАССТОЯНИИ ОТ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ ВИБРАТОРОВ	154
3.3.1. Вводные замечания	154
3.3.2. Система параллельных электрических вибраторов.....	157
3.4. ОБОБЩЕНИЕ МЕТОДИКИ КАЧЕСТВЕННОГО АНАЛИЗА НА СЛУЧАЙ ИЗЛУЧЕНИЯ АНТЕНН В СРЕДАХ С МАЛЫМИ ПОТЕРЯМИ	165
3.5. ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 3	173
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	176

Приложение 1. ПРОГРАММА ВИЗУАЛИЗАЦИИ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ ПРОСТЫХ АНТЕНН С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПАКЕТА MATLAB.....	179
Приложение 2. РАСЧЕТ ТРАЕКТОРИЙ НУЛЕЙ И ЭКСТРЕМУМОВ КОМПОНЕНТ ПОЛЕЙ, ВЕКТОРА ПОЙНТИНГА И ИХ СКОРОСТЕЙ ДЛЯ ИМПУЛЬСА СПЕЦИАЛЬНОЙ ФОРМЫ.....	189
Приложение 3. ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ И ВЕКТОРА ПОЙНТИНГА ВИБРАТОРА С ДЛИНОЙ ПЛЕЧА $kL=7\pi/6$.....	192
Приложение 4. ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ И ВЕКТОРА ПОЙНТИНГА ВИБРАТОРА С ДЛИНОЙ ПЛЕЧА $kL=2\pi/3$.....	193
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	194
СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ АВТОРА	202

Список введенных сокращений

ДН – диаграмма направленности

ДУ – дифференциальных уравнений

ОДУ – обыкновенное(ые) дифференциальное(ые) уравнение(я)

ОТ – особая точка, особые точки

ППМ – плотность потока мощности

СВЧ – сверхвысокие частоты

СКИ – сверхкороткий(е) импульс(ы)

СЛАУ – система линейных алгебраических уравнений

УМ – уравнения Максвелла

ЭВМ – электронная вычислительная машина

ЭМ – электромагнитный

ЭМВ – электромагнитная волна

ЭМП – электромагнитное поле

FDTD – метод конечных разностей во временной области (английское наименование - Finite Difference Time Domain Method, чему соответствует аббревиатура FDTD)

Введение

Актуальность и цель работы

В настоящей работе рассматриваются электродинамические задачи формирования нестационарных (гармонических и негармонических) полей вибраторных антенн в свободном пространстве.

Исследование излучения электромагнитных волн (ЭМВ) началось с момента их открытия Г.Герцем в 1888 году. В 1889 году Г.Герц дал решение задачи об излучении электрического диполя и описал структуру силовых линий поля в гармоническом режиме излучения [1]. Результаты этого решения, включая наглядное описание силовых линий поля, излагаются в классических курсах электродинамики. Тем не менее, структура силовых линий в подавляющем большинстве изданий (см., например, [2-4]) приводится для столь небольшого числа моментов времени, что не выявляет тонкие эффекты формирования поля диполя, некоторые из которых отмечались уже Г.Герцем [1], а также видны на рисунках, приведенных в [5, 6], но не обсуждаются. Подробные расчеты структуры силовых линий электрического поля и вектора Пойнтинга в режимах гармонического и импульсного излучения диполя опубликованы сравнительно недавно [7-11].

Изучение вопросов нестационарного излучения антенн стимулируется приложениями сверхширокополосных сигналов и сверхкоротких импульсов (СКИ) в подповерхностной радиолокации, импульсной радиолокации высокого разрешения, радиосвязи, радиоизмерениях (Арманд Н.А., Астанин Л.Ю., Гринев А.Ю., Иммореев И.Я., Кардо-Сысоев А.Ф., Костылев А.А., Кошелев В.И., Сарычев В.А., Смирнов В.М., Финкельштейн М.В., Французов А.Д., Баум С.Е., Тейлор Дж. и др. [12-17]).

Обратим внимание также на эффекты аномально малого запаздывания поля вблизи антенн, изучавшиеся в работах: Раффани А. и др, [18,19], Уолкер В.Д.[20], Мисевич О.В., Холмецкий А.Л., Смирнов – Руэда Р. [21,22]).

Развитие практических приложений потребовало осмысления основных понятий сверхширокополосных и сверхкоротких сигналов и

процессов нестационарного излучения антенн. Этим вопросам посвящены работы отечественных ученых Авдеева В.Б. [23], Зернова Н.В. [24], Иммореева И.Я. [25], Кардо-Сысоева А.Ф., Сарычева В.А., Французова А.Д. [26], Ковалева И.П. и Пономарева Д.М. [27], Кошелева В.И. [28], Крымского В.В. [29], зарубежных ученых Смита Г.С. [8, 30], Хармута [31, 32], Шантца Х.Г. [10, 11] и многих других.

Традиционным подходом к анализу характеристик антенн в случае узкополосных сигналов является применение спектрального метода. Для сверхширокополосных сигналов и СКИ более адекватен альтернативный подход, использующий прямое пространственно-временное представление сигналов. Тем не менее, между двумя указанными подходами существует определенный разрыв. Устранению этого разрыва может способствовать анализ эволюции силовых линий электромагнитного поля методами качественной теории дифференциальных уравнений. Существенно, что методика качественного анализа является единой как для гармонических, так и для негармонических, в том числе импульсных, полей.

В этой связи **целью** настоящей работы является **анализ нестационарной структуры электромагнитного поля электрического вибратора с упором на использование методов качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)**. Качественные методы дали блестящие результаты при анализе линейных и нелинейных динамических систем, достаточно указать на работы А.Пуанкаре [43] и школы А.А.Андропова [33, 34]. Качественный анализ излучения антенн представляет методический и практический интерес, в частности, потому, что численное исследование сталкивается с определенными трудностями в окрестностях особых точек векторного поля, а качественные методы эффективны именно в этих случаях. Поэтому сочетание качественных и численных методов является целесообразным способом анализа электромагнитных полей.

Актуальность данной работы обусловлена тем, что практические приложения импульсных ЭМП в радиосвязи и радиолокации требуют дальнейшего развития теоретических исследований, в том числе рассмотренных в данной работе.

В **первой главе** диссертации проведен обзор методов анализа нестационарных полей антенн. Сделан вывод, что применение методов качественной теории ОДУ к анализу процессов нестационарного излучения антенн, начатое работами [35, 36], позволяет выявить закономерности формирования полей антенн с новой точки зрения, существенно дополняя другие известные методы.

Во **второй главе** проведен качественный анализ структуры полей электрического диполя в гармоническом и негармоническом режимах излучения. В цилиндрической системе координат дана классификация особых точек векторного электрического поля и вектора Пойнтинга. Проведено сопоставление результатов качественного анализа с исходной работой Г.Герца по излучению диполя и последующими исследованиями. Выполнен анализ нестационарного излучения диполя, в том числе «сверхсветового» движения силовых линий поля с использованием понятий мгновенных скоростей нулей и экстремумов электромагнитного поля.

В **третьей главе** диссертации выполнен анализ пространственно – временной структуры поля тонкого вибратора конечной длины в гармоническом режиме излучения. Изучены закономерности формирования особых точек векторного электрического поля и их эволюции. Найдена связь между экстремумами и нулями средней за период диаграммы направленности вибратора и траекториями особых точек векторного электрического поля в пространстве времени.

Вторая задача, рассмотренная в данной главе - изучение возможности формирования системой электрических вибраторов областей с минимальными значениями электрического поля. Решение такой задачи представляет интерес в связи с разработкой антенн, расположенных вблизи

пользователя. Ранее в работах [37-42] было показано, что вблизи антенн типа элемента Гюйгенса, системы диполей, системы из двух вибраторов конечной длины при определенных условиях можно реализовать область с минимальными значениями электрического поля. В диссертации, в развитие указанных работ, рассматривается формирование таких областей вблизи системы из конечного числа параллельных вибраторов конечной длины.

В совокупности все поставленные задачи можно рассматривать в рамках широко развивающихся в настоящее время исследований излучения и распространения нестационарных ЭМП в свободном пространстве.

Решаемые задачи

1. Исследование качественными методами эволюции ЭМ полей электрического диполя в гармоническом и негармоническом режимах возбуждения диполя.

2. Исследование качественными методами эволюции ЭМ полей электрического вибратора конечной длины в гармоническом режиме возбуждения.

3. Изучение условий формирования вблизи системы параллельных вибраторов конечной длины областей с минимальными значениями электрического поля.

Методы исследования. Для решения поставленных задач использовались аналитические методы качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений и численные методы интегрирования дифференциальных уравнений.

Новые научные результаты

1. Развита методика качественного анализа силовых линий электрического и магнитного полей и вектора Пойнтинга электрического диполя в гармоническом и негармоническом режимах его излучения в свободном пространстве. Определены условия эволюции ОТ ЭМ полей и вектора Пойнтинга электрического диполя в пространстве и времени, дана классификация ОТ на плоскости r, z цилиндрической системы координат, а

также условия бифуркации ОТ, определена локальная структура силовых линий в окрестностях ОТ, проведен качественный анализ в целом структуры силовых линий в гармоническом режиме и в импульсном (для конкретных форм импульсов). Найдены условия формирования нетривиальной вихревой структуры силовых линий электрического поля в зоне индукции диполя. На основе определения мгновенных скоростей нулей и экстремумов нестационарных полей изучен эффект «сверхсветового» движения локальных участков импульсов в зоне индукции диполя.

2. С использованием аналитической модели распределения тока и заряда тонкого симметричного электрического вибратора конечной длины изучена эволюция ОТ ЭМ полей и вектора Пойнтинга вибратора в пространстве – времени в гармоническом режиме возбуждения. Определены условия формирования нетривиальных вихревых структур силовых линий электрического поля в зоне индукции вибратора в зависимости от его длины. Установлена связь нулей и экстремумов диаграмм направленности (ДН) вибратора с траекториями ОТ векторного электрического поля.

3. Предложена методика определения областей с минимальными значениями электрического поля вблизи системы параллельных вибраторов конечной длины, обнаружена возможность формирования экстремумов («горячих точек») поля вблизи полуволновых вибраторов.

Практическая значимость

1. Развитый в работе метод качественного анализа ЭМ полей и вектора Пойнтинга диполя позволяет провести полное исследование эволюции и перестройки структур ЭМ поля, без пропусков структурных перестроек, возможных при расчетах полей с дискретным временным шагом стандартными численными методами. Это качество развитого в работе метода может быть использовано при анализе полей других типов антенн.

2. Разработана учебная программа визуализации силовых линий и других характеристик ЭМ полей электрического диполя при нестационарном возбуждении.

3. С применением качественного анализа предложено объяснение эффекта аномально малого запаздывания экстремумов и нулей поля относительно фронта импульса, что может быть использовано при интерпретации экспериментов.

4. Предложенная методика определения области с заданным числом и расположением нулей электрического поля вблизи системы параллельных вибраторов конечной длины может быть использована при решении практических задач формирования областей с минимальными значениями электрического поля для обеспечения электромагнитной совместимости антенн или реализации минимальных величин полей вблизи пользователя.

Достоверность результатов работы подтверждается согласием результатов качественного и численного анализов ЭМ полей диполя, в том числе с численными результатами, полученными ранее другими авторами на аналогичных моделях, контролем погрешности применяемых численных методов.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Развитая методика качественного анализа силовых линий электрического и магнитного полей и вектора Пойнтинга электрического диполя в гармоническом, негармоническом периодическом и импульсном режимах излучения позволяет проанализировать эволюцию ОТ электромагнитного поля и вектора Пойнтинга в пространстве и времени и условия их бифуркации, и тем самым дать полную картину структурной перестройки полей без пропусков, которые возможны при численном исследовании полей с дискретным временным шагом.

2. На основе качественного анализа установлены условия возникновения двух нетривиальных структур электрического поля в зоне индукции электрического диполя в негармоническом режиме возбуждения. Первая структура аналогична обнаруженной Г.Герцем и представляет собой вихревые силовые линии, охваченные силовыми линиями замыкающимися на диполе. Вторая структура соответствует обращению в нуль

электрического поля на сферической поверхности и имеет место только в негармоническом режиме.

3. Анализ мгновенных скоростей нулей и экстремумов импульса конкретной формы показал, что в зоне индукции диполя могут реализоваться сверхсветовые режимы движения нулей и экстремумов компонент ЭМ поля и вектора Пойнтинга, при этом скорости характерных точек импульса с удалением от диполя стремятся к скорости света в вакууме, а сами точки не достигают фронта импульса.

4. Качественный анализ эволюции полей тонкого вибратора конечной длины в гармоническом режиме возбуждения показал, что нетривиальная вихревая структура силовых линий электрического поля, выявленная для диполя, имеет место и для вибратора с длиной плеча менее четверти длины волны. Для вибраторов конечной длины установлена связь траекторий ОТ с нулями и максимумами средней за период ДН вибратора, а именно: траектории ОТ типа седла выходят на нули, а траектории ОТ типа центра – на максимумы ДН.

5. Обнаружено, что в системе полуволновых вибраторов при формировании области с заданными нулями электрического поля возникают экстремумы («горячие точки»), отсутствующие вблизи вибраторов малой длины.

Апробация результатов и публикации. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на 10-й Международной научно-технической конференции студентов и аспирантов МЭИ «Радиоэлектроника, электротехника и энергетика» (Москва, 2004 г.); 1-й и 2-й всероссийских конференциях «Сверхширокополосные сигналы в радиолокации, связи и акустике», Муром, 2003 г, 2006 г.; Международной научной конференции к 95-летию академика В.А.Котельникова «Современная радиоэлектроника в ретроспективе идей В.А.Котельникова». М. 2003 г.; международной научной конференции «Излучение и рассеяние электромагнитных волн ИРЭМВ-2005», Таганрог, 2005 г, третьей международной конференции

«Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals. UWBUSIS-2006», September 18-22, 2006. Sevastopol, Ukraine, 3-й, 5-й, 6-й Всероссийских научно-технических конференциях «Радиолокация и радиосвязь», М., ИРЭ РАН, 2009, 2011, 2012 гг., международных конференциях «Progress in electromagnetic research», Moscow, 2009, 2012, первой Всероссийской микроволновой конференции, Москва, ИРЭ РАН, 2013 г. Результаты исследований опубликованы в 4-х статьях (из них 3 статьи в журналах из списка ВАК РФ) и 14 докладах на Всероссийских и Международных конференциях.

Использование результатов работы. Результаты работы использованы в учебном процессе кафедры РТПиАС НИУ «МЭИ».

Глава 1. Методы анализа нестационарных электромагнитных полей в однородных средах

В первой главе дан обзор основных методов, применяемых для анализа нестационарного излучения антенн. Так как литература по этому вопросу велика, обзор носит ограниченный характер. Основное внимание уделено общей характеристике методов со ссылками на учебные пособия, монографии и обзоры. Конкретные работы в основном цитируются в приложении к тем вопросам, которые будут более детально рассмотрены в последующих главах, а также в тех случаях, когда необходимо выявить дискуссионные или нерешенные вопросы анализа нестационарных полей.

1.1. Исходные нестационарные уравнения Максвелла и уравнения для векторных потенциалов при заданных сторонних источниках

В качестве исходных для анализа нестационарных процессов в однородной изотропной среде используем нестационарные уравнения Максвелла в дифференциальной форме [3]

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j}^{\text{э}}, \quad (1.1)$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}, \quad (1.2)$$

$$\operatorname{div}\mathbf{D} = \rho^{\text{э}}, \quad (1.3)$$

$$\operatorname{div}\mathbf{B} = 0. \quad (1.4)$$

В (1.1)–(1.4) \mathbf{D} , \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{H} - мгновенные значения, соответственно, векторов электрической индукции и электрического поля, магнитной индукции и магнитного поля, $\mathbf{j}^{\text{э}}$ и $\rho^{\text{э}}$ - вектор объемной плотности электрического тока и объемная плотность электрического заряда. Все величины являются функциями пространственных координат \mathbf{r} и временной t . Уравнения (1.1) – (1.4) являются уравнениями макроскопической электродинамики. Система

(1.1) – (1.4) незамкнута. Для замыкания уравнений Максвелла используем материальные уравнения однородной среды с потерями

$$\mathbf{D} = \varepsilon_a \mathbf{E}, \quad (1.5)$$

$$\mathbf{B} = \mu_a \mathbf{H}, \quad (1.6)$$

$$\mathbf{j}^{\text{э}} = \sigma \mathbf{E} \quad (1.7)$$

В (1.5)-(1.7) $\varepsilon_a = \varepsilon_0 \varepsilon$ - абсолютная диэлектрическая проницаемость среды, $\mu_a = \mu_0 \mu$ - абсолютная магнитная проницаемость среды, ε_0 и μ_0 - соответствующие абсолютные проницаемости вакуума, ε и μ - соответствующие относительные проницаемости среды, σ - проводимость среды. Система согласована, так как уравнение (1.4) является следствием уравнения (1.2). Отметим также, что объемные плотности электрического тока и заряда связаны уравнением непрерывности.

$$\operatorname{div} \mathbf{j}^{\text{э}} = -\frac{\partial \rho^{\text{э}}}{\partial t} \quad (1.8)$$

Дополнительно к уравнениям Максвелла в дифференциальной форме постулируют по аналогии с электро- и магнитостатикой выражения для плотностей энергии электромагнитного поля [3], [47].

Для описания процессов возбуждения электромагнитных полей в уравнения Максвелла вводят сторонние электрические токи и заряды. При этом уравнения Максвелла приводятся к виду

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \varepsilon_a \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \sigma \mathbf{E} + \mathbf{j}^{\text{эсм}} \quad (1.9)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu_a \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1.10)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho^{\text{э}}}{\varepsilon_a} \quad (1.11)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = 0 \quad (1.12)$$

Здесь $\mathbf{j}^{\text{эсм}}$ и $\rho^{\text{эсм}}$ – объемные плотности сторонних электрических тока и заряда, связанные уравнением непрерывности, аналогичным (1.5).

Для полной симметрии в уравнения Максвелла вводят на макроуровне “свободные” и “сторонние” магнитные заряды и токи [3]. Ограничимся анализом излучения электрических сторонних токов, так как решение задач возбуждения полей магнитными токами можно получить с помощью принципа перестановочной двойственности [3].

Полагаем далее, что пространственно-временные зависимости сторонних зарядов и токов заданы, и необходимо найти решения неоднородных уравнений Максвелла с заданными сторонними зарядами и токами.

При решении задач возбуждения, как правило, решают не непосредственно уравнения Максвелла, а преобразуют их к неоднородным волновым уравнениям для векторных и скалярных потенциалов. Сведение нестационарных уравнений Максвелла со сторонними токами к волновым уравнениям для потенциалов изложено, например, в [3].

Следуя [3], определим вектор магнитного поля через электрический векторный потенциал $A^{\circ}(\mathbf{r}, t)$

$$\mathbf{H} = \text{rot} A^{\circ} \quad (1.13)$$

Подстановка (1.13) во второе уравнение Максвелла (1.10) дает

$$\text{rot} \left(\mathbf{E} + \mu_a \frac{\partial A^{\circ}}{\partial t} \right) = 0 \quad (1.14)$$

Соотношение (1.14) будет тождественно равно нулю, если выражение под знаком ротора приравнять градиенту скалярного потенциала. Поэтому можно определить вектор электрического поля соотношением

$$\mathbf{E} = -\text{grad} \varphi^{\circ} - \mu_a \frac{\partial A^{\circ}}{\partial t} \quad (1.15)$$

Исключив \mathbf{E} и \mathbf{H} с помощью (1.13) и (1.15) из уравнения (1.9), получим

$$\text{grad} \left(\text{div} A^{\circ} + \varepsilon_a \frac{\partial \varphi^{\circ}}{\partial t} + \sigma^{\circ} \varphi^{\circ} \right) = \Delta A^{\circ} - \varepsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 A^{\circ}}{\partial t^2} - \sigma^{\circ} \mu_a \frac{\partial A^{\circ}}{\partial t} + \mathbf{j}^{\text{эсм}} \quad (1.16)$$

Поскольку магнитное поле (1.13) определяется с точностью до градиента скалярного потенциала, используем эту свободу, положив аргумент градиента в левой части (1.16) равным нулю.

$$\operatorname{div} \mathbf{A}^{\vartheta} + \varepsilon_a \frac{\partial \varphi^{\vartheta}}{\partial t} + \sigma^{\vartheta} \varphi^{\vartheta} = 0 \quad (1.17)$$

Выбор связи (1.17) называется калибровочным соотношением Лоренца [3]. В результате (1.16) сводится к неоднородному векторному волновому уравнению для электрического потенциала

$$\Delta \mathbf{A}^{\vartheta} - \varepsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 \mathbf{A}^{\vartheta}}{\partial t^2} - \sigma^{\vartheta} \mu_a \frac{\partial \mathbf{A}^{\vartheta}}{\partial t} + \mathbf{j}^{\vartheta cm} = 0, \quad (1.18)$$

Выражение (1.17) – это неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка от времени t , имеющее решение

$$\varphi^{\vartheta} = -\frac{1}{\varepsilon_a} \exp(-t/\tau) \int_{t_0}^t (\operatorname{div} \mathbf{A}^{\vartheta}) \exp(t/\tau) dt, \quad (1.19)$$

где $\tau = \varepsilon_a / \sigma^{\vartheta}$ - время релаксации поля в проводящей среде.

Исключая с помощью (1.19) скалярный потенциал из (1.15), получим

$$\mathbf{E} = -\mu_a \frac{\partial \mathbf{A}^{\vartheta}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_a} \exp(-t/\tau) \int_{t_0}^t (\operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{A}^{\vartheta}) \exp(t/\tau) dt, \quad (1.20)$$

Таким образом, решив уравнение (1.18), с помощью соотношений (1.13) и (1.20), можем найти поля \mathbf{H} и \mathbf{E} .

В частном случае непроводящей среды неоднородные волновые уравнение для векторного и скалярного потенциалов сводятся к виду

$$\Delta \mathbf{A}^{\vartheta} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}^{\vartheta}}{\partial t^2} = -\mathbf{j}^{\vartheta cm} \quad (1.21)$$

$$\Delta \varphi - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \varphi^{\vartheta}}{\partial t^2} = -\frac{1}{\varepsilon_a} \frac{\partial \rho^{\vartheta cm}}{\partial t} \quad (1.22)$$

В (1.21), (1.22) $v = (\varepsilon_a \mu_a)^{-1/2} = c(\varepsilon \mu)^{-1/2}$ - скорость света в среде с относительными проницаемостями ε и μ , c - скорость света в вакууме.

Решения волновых уравнений (1.21), (1.22) записываются в форме запаздывающих интегралов [48]

$$A^{\text{э}}(\mathbf{r}, t) = \frac{I}{4\pi} \int_{V'} \frac{1}{R} \mathbf{j}^{\text{эсм}}(\mathbf{r}', t - R/v) dV' \quad (1.23)$$

$$\varphi^{\text{э}}(\mathbf{r}, t) = \frac{I}{4\pi\epsilon_a} \int_{V'} \frac{1}{R} \rho^{\text{эсм}}(\mathbf{r}', t - R/v) dV' \quad (1.24)$$

В соотношениях (1.23), (1.24)

$$R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = [(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{1/2} \quad (1.25)$$

- расстояние между точкой источника $\mathbf{r}' = (x', y', z')$ и точкой наблюдения $\mathbf{r} = (x, y, z)$, интегрирование ведется по объему источников V' .

1.2. Метод частотного преобразования Фурье

Наиболее распространенным методом анализа нестационарных электромагнитных полей является метод частотного преобразования Фурье. Он подробно описан в учебных пособиях и монографиях [3, 48]. Поэтому ограничимся кратким описанием возможностей метода Фурье. Применение частотного преобразования Фурье ко мгновенным значениям электрического и магнитного полей, а также векторного потенциала позволяет перейти к решению уравнений для комплексных амплитуд полей и потенциалов. Соответствующие уравнения для комплексных амплитуд следуют из (1.9 - 1.12), (1.18), (1.22) после замены дифференциального оператора $\frac{\partial}{\partial t}$ на $i\omega$ при временном множителе $\exp(i\omega t)$. Тем самым исходная задача анализа излучения импульсного поля сводится к решению серии задач для гармонических полей. Уравнения Гельмгольца для комплексных амплитуд полей и потенциалов оказываются проще, чем исходные нестационарные уравнения для мгновенных значений полей и потенциалов. Применение метода разделения переменных к уравнениям Гельмгольца позволяет найти разложения решений для комплексных амплитуд полей и потенциалов в виде

рядов или интегралов по собственным функциям в системах координат, допускающих разделение переменных [3].

При анализе нестационарных полей методом частотного преобразования Фурье решения уравнений для комплексных амплитуд должны быть найдены во всем диапазоне частотного спектра исходных сторонних токов. При этом приходится проводить расчеты для ограниченного по частоте набора спектральных гармоник. Поэтому применение метода Фурье целесообразно в случае узкополосных сигналов, когда число подлежащих решению задач для гармонических полей невелико либо вообще можно ограничиться анализом полей на несущей частоте. В противоположном случае сверхширокополосных сигналов число подлежащих решению задач резко возрастает и метод Фурье становится неэффективным. Это обстоятельство является недостатком метода Фурье по сравнению с прямыми пространственно-временными методами решения уравнений Максвелла или нестационарных уравнений для потенциалов и полей, если решения последних оказываются проще.

1.3. Аналитические методы решения нестационарных уравнений с источниками для электрического и магнитного полей в среде без потерь

Альтернативой методу частотного преобразования Фурье являются прямые пространственно-временные методы. Можно указать, по крайней мере, два направления, на которых прямые пространственно-временные методы следует считать более эффективными, чем метод Фурье. Первое направление – анализ излучения источников в однородной среде без потерь с помощью запаздывающих потенциалов. Второе – решение уравнений Максвелла с помощью прямых численных пространственно-временных методов.

Рассмотрим первое направление. Для методических целей весьма желательно получение аналитических решений нестационарных задач в

замкнутой форме без привлечения метода частотного преобразования Фурье хотя бы для простейших видов излучателей. Такая возможность реализуется в случае однородной среды без потерь.

Используя решения для векторного и скалярного потенциалов (1.23) и (1.24), подстановкой в (1.13) и (1.15) получим выражения для электрического и магнитного полей в среде без потерь [3]

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = & -\frac{\text{grad}}{4\pi\epsilon_a} \int_{V'} \frac{1}{R} \rho^{\text{эсм}}(\mathbf{r}', t - R/v) dV' \\ & - \frac{\mu_a}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \int_{V'} \frac{1}{R} \mathbf{j}^{\text{эсм}}(\mathbf{r}', t - R/v) dV' \end{aligned} \quad (1.26)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{4\pi} \text{rot} \int_{V'} \frac{1}{R} \mathbf{j}^{\text{эсм}}(\mathbf{r}', t - R/v) dV' \quad (1.27)$$

В (1.26) и (1.27) векторные операторы grad и rot действуют на координаты точки наблюдения $\mathbf{r}=(x, y, z)$, входящей в расстояние R (см. (1.25)).

Соотношения (1.26), (1.27) могут быть использованы для получения различных вариантов представлений электрического и магнитного полей, возбуждаемых нестационарными сторонними источниками [28, 49, 82]. Приведем те представления, которые понадобятся в дальнейшем. Вводя операторы grad , rot , $\partial/\partial t$ под интегралы и воздействуя ими на подынтегральные функции, после преобразований получим [82]

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = & \frac{1}{4\pi} \int_{V'} \left[\frac{\rho^{\text{эст}}(\mathbf{r}', t - R/v)}{R^2 \epsilon_a} + \frac{1}{Rv\epsilon_a} \frac{\partial \rho^{\text{эст}}(\mathbf{r}', t - R/v)}{\partial t} \right] \mathbf{e}_R dV' \\ & - \frac{\mu_a}{4\pi} \int_{V'} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{j}^{\text{эст}}(\mathbf{r}', t - R/v) dV' \end{aligned} \quad (1.31)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{4\pi} \int_{V'} \left[\frac{\mathbf{e}_R \times \mathbf{j}^{\text{эсм}}(\mathbf{r}', t - R/v)}{R^2} + \frac{1}{vR} \mathbf{e}_R \times \frac{\partial \mathbf{j}^{\text{эсм}}(\mathbf{r}', t - R/v)}{\partial t} \right] dV' \quad (1.32)$$

Здесь \mathbf{e}_R - единичный вектор, коллинеарный с вектором \mathbf{R} , направленным из точки источника $\mathbf{r}'=(x', y', z')$ в точку наблюдения $\mathbf{r}=(x, y, z)$.

Из представлений (1.31), (1.32) могут быть получены выражения для нестационарных полей электрического диполя. Задача нестационарного

излучения элементарного электрического диполя рассматривалась во множестве работ (см., например, [28, 31, 32, 50, 52, 53, 82]).

Зададим электрический диполь коротким отрезком проводника длиной l , на концах которого расположены изменяющиеся во времени заряды $+q(t)$ и $-q(t)$. Определим дипольный момент соотношением

$$\mathbf{p} = q(t)l\mathbf{e}_l, \quad (1.33)$$

а объемную плотность тока – соотношением

$$\mathbf{j} = j_0\delta(\mathbf{r}'-0)\delta(t). \quad (1.34)$$

Связь дипольного момента с линейным током диполя найдем с помощью уравнения непрерывности (1.8)

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{dq}{dt}l\mathbf{e}_l = I(t)l\mathbf{e}_l, \quad (1.35)$$

где линейный ток

$$I(t) = |\mathbf{j}\mathbf{n}| \Delta S, \quad (1.36)$$

ΔS - площадь поперечного сечения диполя, \mathbf{n} – нормаль к поверхности диполя, а распределение тока по антенне предполагается равномерным.

Подстановкой (1.33) и (1.34) в формулы (1.31), (1.32) находятся выражения для нестационарных полей электрического диполя [82], совпадающие после преобразований с приведенными в [50]

$$\mathbf{E}(r,t) = \frac{I}{4\pi\epsilon_a} \left\{ \frac{\mathbf{e}_R \times \mathbf{e}_R \times \frac{d^2\mathbf{p}}{dt^2}}{\upsilon^2 R} + \frac{3\mathbf{e}_R(\mathbf{e}_R \frac{d\mathbf{p}}{dt}) - \frac{d\mathbf{p}}{dt}}{\upsilon R^2} + \frac{3\mathbf{e}_R(\mathbf{e}_R \mathbf{p}) - \mathbf{p}}{R^3} \right\} \quad (1.37)$$

$$\mathbf{H}(r,t) = \frac{I}{4\pi} \left\{ \frac{\frac{d^2\mathbf{p}}{dt^2} \times \mathbf{e}_R}{\upsilon R} + \frac{\frac{d\mathbf{p}}{dt} \times \mathbf{e}_R}{R^2} \right\} \quad (1.38)$$

В приведенных формулах \mathbf{e}_R - единичный вектор, направленный из точки расположения диполя \mathbf{r}' в точку наблюдения \mathbf{r} , $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$, $\mathbf{p} = q(\mathbf{r}', t-R/\upsilon)l\mathbf{e}_l$.

Физический смысл нестационарных полей диполя подробно рассмотрен в [50] и других источниках. Как неоднократно отмечалось,

структура полей точечного источника представляется в виде ряда по обратным степеням расстояния R . При этом первые слагаемые в фигурных скобках (1.37) и (1.38) пропорциональны второй временной производной дипольного момента, обратно пропорциональны расстоянию, как R^{-1} , и определяют поле излучения. Вторые слагаемые пропорциональны первой временной производной дипольного момента, обратно пропорциональны квадрату расстояния, как R^{-2} , и определяют поле индукции. Последнее слагаемое в (1.37) описывает квазистатическое электрическое поле диполя, пропорциональное дипольному моменту и убывающее, как R^{-3} . Таким образом, вклады поля излучения и поля индукции в электрическое и магнитное поля естественным образом разделяются по временной зависимости (второй или первой временной производной) дипольного момента и по зависимости от расстояния. Квазистатическое поле диполя определяется зависимостью дипольного момента от времени обратно пропорционально кубу расстояния. Рассмотренную возможность пространственно-временного разделения вкладов слагаемых нестационарных полей в суммарное поле следует считать определенным достоинством по сравнению с традиционными представлениями полей элементарных источников в частотной форме.

Из полученных выражений с использованием принципа перестановочной инвариантности рассмотрено излучение элементарного магнитного диполя [28, 31, 32].

Изучались и другие виды антенн. Излучение элементарной площадки - элемента Гюйгенса рассмотрено методом потенциалов в [28, 31, 32]. Излучение двух электрических или магнитных диполей, а также линейных решеток диполей рассмотрено на основе принципа суперпозиции полей элементарных источников в [32]. Специальные виды антенн для излучения несинусоидальных сигналов прямоугольной формы, описываемых функциями Уолша, рассмотрены в [32]. В [26] на основе зарядовой модели (при использовании допущения о применимости формулы излучения заряда

при движении его со скоростью света) рассмотрены различные виды антенн из тонких проводников: уголкового вибратора, ромбическая антенна, спиральная антенна, антенна с синусоидальным профилем. Там же предложены различные виды проволочных антенн, оптимальных для излучения и приема импульсных сигналов. В [26] также рассмотрены задачи синтеза таких антенн на основе зарядовой модели. Импульсное излучение линейных антенн и антенн с плоским раскрытием (круглым и прямоугольным) рассматривалось аналитическими методами в [54-59, 60]. Исследованы основные характеристики импульсных антенн, такие, как форма импульса поля на различных расстояниях от антенны, распределение плотности потока энергии в пространстве, диаграммы направленности и т.д. Конкретные расчеты проведены для некоторых характерных импульсов возбуждающих токов и апертурных распределений. Отмечено, что важнейшее отличие излучателей импульсов от излучателей квазимонохроматических волн заключается в изменении формы импульса в зависимости от направления излучения поля.

Поэтому основные характеристики импульсных антенн, в том числе диаграммы направленности по полю, по мощности, по энергии отличаются от соответствующих характеристик антенн в квазимонохроматических полях и требуют самостоятельного анализа. Следует отметить также, что во многих работах последних лет [8-11, 58, 59] для визуализации амплитудной и векторной структур электромагнитного поля, распределения плотности потока энергии широко используются возможности современных математических пакетов, что позволяет получить наглядное представление электромагнитных полей в цветном изображении.

Импульсное излучение антенн рассматривалось также в связи с возможностью создания так называемого «электромагнитного снаряда». Под «электромагнитным снарядом» понимается следующий гипотетический процесс: при определенных условиях энергия излученного импульса согласно некоторым теоретическим оценкам убывает на больших

расстояниях (в дальней зоне в классическом определении для монохроматического поля) медленнее, чем квадрат обратного расстояния. Наиболее последовательный разбор этого эффекта на конкретных примерах содержится в работах [61], [62], в них можно найти ссылки на более ранние работы. Согласно [61], зависимость убывания энергии электромагнитного импульса от расстояния R на больших расстояниях зависит от структуры фронта импульса тока. Как следует из формул (1.31), (1.32), структура импульса поля в дальней зоне определяется второй производной по времени импульса заряда или, что то же самое, первой производной по времени импульса тока. Поэтому при прямоугольных импульсах производная тока на антенне и представления полей в пространстве на поверхностях, соответствующих скачкам тока, обращается в бесконечность. Формальный анализ полей, создаваемых таким скачком тока, приводит к конечной энергии импульса на больших расстояниях. При этом энергия прямоугольного импульса поля вдоль оси круглой апертурной антенны убывает на оси антенны как $1/R$. Однако прямоугольные импульсы тока на практике создать нельзя из-за конечной длительности переходных процессов, обусловленных реактивными элементами излучающей системы. При этом спектр тока от частоты имеет зависимость на высоких частотах $1/\omega^2$, реальный фронт импульса имеет конечную длительность и конечную скорость роста тока. В физически реализуемых системах при конечной длительности фронта импульса тока энергия импульса поля, начиная с некоторого расстояния, убывает как $1/R^2$.

Более общий анализ этого вопроса выполнен в [63], где показано, что энергия импульса, излучаемого движущимися зарядами или меняющимися во времени токами, в дальней зоне убывает как $1/R^2$ при следующих условиях: ускорение заряда не может быть бесконечным, а частотный спектр тока убывает быстрее, чем $1/\omega^{3/2}$. Поскольку все известные источники тока имеют частотный спектр, убывающий как $1/\omega^2$, электромагнитный снаряд не может быть реализован, исходя из классической теории Максвелла.

Приведенный пример не является единственным. Так, в работах Хармута [31-32] для представления полей импульсных источников используются несинусоидальные ортогональные функции, построенные на базе прямоугольных импульсов.

На основе анализа указанных работ, посвященных эффекту “электромагнитного снаряда”, следует сделать вывод, что при теоретическом анализе излучения импульсных полей нельзя использовать функции тока (заряда) с бесконечными скачками тока (заряда), как физически нереализуемые и приводящие к физически некорректным структурам полей излучения антенн. Поэтому во избежание получения физически некорректных результатов следует использовать при описании излучения нестационарных полей гладкие функции заряда с ограниченными первой и второй производными заряда во времени.

1.4. Прямые численные пространственно-временные методы исследования нестационарных полей.

Эти методы будут рассмотрены очень кратко, так как в дальнейшем они не будут использоваться.

1.4.1. Методы, основанные на прямой дискретизации уравнений Максвелла

Наиболее распространенным прямым численным методом решения уравнений Максвелла является метод конечных разностей во временной области (Finite Difference Time Domain Method, чему соответствует аббревиатура FDTD). Он был предложен в 1966 г. [64], число публикаций по данному методу весьма велико, см. обзоры и монографии [65-67].

Метод используется для решения самых разнообразных задач электродинамики, в том числе внутренних и внешних задач. Недостатком метода является то, что для его реализации необходимы значительные вычислительные ресурсы, однако бурное развитие вычислительной техники

компенсирует этот недостаток. Если десятилетие назад для реализации метода FDTD требовались многопроцессорные ЭВМ, то в настоящее время метод успешно реализуется на современных персональных ЭВМ с оперативной памятью единицы гигабайт и тактовой частотой единицы ГГц.

Для обеспечения приемлемой точности результатов необходимо, чтобы источник поля имел ограниченный спектр, что является принципиальным при реализации метода. При большой крутизне фронтов импульса возникают значительные вычислительные погрешности. Поэтому импульсы источников тока задаются гладкими функциями. Приемлемая точность достигается при условии, что на ширину фронта импульса приходится около 10 временных отсчетов.

Также недостатком метода FDTD, как и любого сеточного метода, является трудность его реализации при решении внешних задач электродинамики. Во внешних задачах по сути физической постановки необходимо анализировать поле в неограниченной области, например, при исследовании диаграмм направленности антенн. Однако при численной реализации сеточных методов приходится ограничивать область численного решения. Для приемлемого описания полей на внешней границе области используются специальные граничные условия, наиболее распространенным приемом является введение поглощающих граничных условий [65-67].

Помимо метода FDTD известны и другие сеточные методы решения нестационарных уравнений Максвелла. Так, в работах Б.В.Сестрорецкого с сотрудниками разработан и реализован эффективный алгоритм импедансных сеток [68-70].

1.4.2. Метод интегрального уравнения во временной области

Наряду с сеточными методами для численного анализа нестационарных полей широко применяется метод интегральных уравнений. С методом интегральных уравнений во временной области можно ознакомиться по публикациям [71, 72]. Наиболее эффективно применение

метода к задачам дифракции импульса на идеально проводящих объектах. При этом так же, как в сеточных методах, приходится использовать достаточно гладкие импульсы возбуждающего тока, и, кроме того, налагать определенные требования гладкости на поверхность объектов.

В целом, если сравнивать численные методы, основанные на использовании частотного преобразования Фурье и последующего решения серии задач гармонического возбуждения объектов, с прямыми пространственно-временными методами, то последние имеют явные преимущества при анализе импульсных полей. Во-первых, как уже указывалось, при использовании метода частотного преобразования Фурье приходится решать большое число задач гармонического возбуждения объектов полей для всего частотного спектра сигнала. Во-вторых, численное решение задач гармонического возбуждения объектов сводится, после дискретизации исходных дифференциальных или интегральных уравнений, к решению системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) большого порядка, что требует значительных временных затрат на обращение матриц при способе обращения методом Гаусса. Поэтому для уменьшения времени решения СЛАУ приходится разрабатывать различные приемы, сокращающие время счета (итерационные методы, специальные методы, основанные на применении быстрого преобразования Фурье и т.д.). Прямые пространственно-временные методы лишены этих недостатков, так как отсутствует необходимость решения СЛАУ. При прямом решении нестационарных задач структура полей на каждом временном шаге вычисляется по полям на предыдущем временном шаге, что существенно облегчает вычисления. В этом состоит принципиальное преимущество прямого решения нестационарных задач являющихся задачами эволюционного типа (задачами Коши).

1.5. Применение методов качественной теории дифференциальных уравнений к анализу электромагнитных полей

Методы качественной теории дифференциальных уравнений широко используются в теории колебаний, теории волновых процессов и в различных прикладных задачах, в частности, в радиотехнике, для анализа нестационарных процессов. Литература по этому вопросу очень велика, поэтому ограничимся ссылками на фундаментальные работы школы А.А.Андропова [33] и родственные работы [73]. Математические аспекты качественной теории в учебно-методическом изложении даны в [34, 43, 44, 74].

В электродинамике качественные методы применялись для анализа нестационарных колебаний и описания пространственной структуры гармонических полей, в том числе в нелинейных средах [75-80].

Достоинством качественных методов является возможность классификации процессов без привлечения численного решения дифференциальных уравнений полей. Численное решение конкретной задачи не всегда допускает наглядную интерпретацию полученных решений. Особенно сложными для численного анализа являются случаи, когда при изменении каких-либо параметров задачи или в процессе эволюции системы происходит ее перестройка. На языке качественной теории перестройке системы соответствуют точки (параметры) бифуркации. Момент качественной перестройки при численном решении уловить достаточно трудно. С другой стороны, предварительный качественный анализ точек бифуркации системы, описываемой ОДУ, позволяет сократить объем численных исследований. Таким образом, объединение качественных и численных методов позволяет повысить эффективность анализа систем.

К сожалению, возможности качественных методов ограничены. Их применение эффективно тогда, когда удастся получить обыкновенные

дифференциальные уравнения невысокого порядка для физических переменных, описывающих анализируемую систему.

К анализу электромагнитных полей, излучаемых сторонними источниками, качественные методы были применены по-видимому впервые в работах В.А.Пермякова [35, 36], где было предложено использовать эти методы для анализа силовых линий электрического диполя в гармоническом режиме. Аналогично [35, 36] качественные методы могут быть применены к изучению силовых линий излучателей, для которых можно записать аналитические выражения для нестационарных полей. Качественными методами анализировалось излучение антенн типа элемента Гюйгенса и турникетной антенны в диссертации А.Н.Корюкина [81-83], выполненной под руководством В.А.Пермякова.

В последнее время появился ряд работ, в которых аналитическими и численными методами исследовалось нестационарное излучение простых антенн (электрический диполь, вибратор и т.д.) [8-10]. Цель этих работ – путем анализа излучения импульсных полей типовых антенн выработать представления о физических механизмах импульсного излучения антенн. В этих работах для представления электромагнитных полей, в том числе для анализа силовых линий, использовались современные математические средства (пакеты Mathcad, MatLab и другие), а также применялись приемы, близкие к тем, которые используются при качественном анализе электромагнитных полей. Однако в явном виде качественные методы, помимо работ В.А.Пермякова с соавторами, насколько нам известно, в задачах излучения антенн не применялись.

Следует указать, что качественные методы наиболее наглядны для описания силовых линий электромагнитного поля, когда силовые линии описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями на плоскости [35, 36]. Наглядность представлений полей силовыми линиями сохраняется и в трехмерном пространстве, когда они описываются системой трех обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка [43-44].

Однако представление силовых линий в четырехмерном пространстве-времени теряет наглядность. Также осложняется изучение полей качественными методами в случаях, когда не удастся представить выражения для полей источников в замкнутой аналитической форме.

Качественные методы анализа электромагнитных полей сложной структуры естественно рассматривать в плане объединения с эвристическими квазиоптическими методами (геометрическая оптика [109] и геометрическая теория дифракции [110], физическая оптика [107], физическая теория дифракции [111], метод параболического уравнения [112]). В развитии математической теории, которую можно рассматривать как обобщение качественных методов, в течение XX-го века значительные результаты были получены в работах В.И. Арнольда с соавторами [45]. Методам анализа электромагнитных полей сложной структуры посвящены работы по специальным функциям волновых катастроф [46, 113]. Применение упомянутых работ к анализу излучения антенн выходит за рамки задач, поставленных в диссертации, поскольку представляется целесообразным прежде всего рассмотреть излучение антенн простейшей структуры.

1.6. Выводы

Проведенный в главе 1 обзор показал, что в связи с практическими приложениями, начиная с середины XX века, появилось большое число работ, посвященных вопросам анализа нестационарного излучения антенн. При этом, как альтернатива методу частотного преобразования Фурье, стали активно развиваться прямые пространственно-временные методы теоретического исследования полей излучения антенн. Основные усилия исследователей были сосредоточены на развитии численных пространственно-временных методов. Вместе с тем ощущался недостаток аналитических подходов. В последние годы появился ряд работ, в которых на примере простых антенн (элементарные излучатели, вибраторы конечной

длины и т.д.), допускающих аналитическое решение для импульсных полей антенн, изучалась динамика силовых линий и вектора Пойнтинга в различных областях пространства [8-10, 58, 59]. Наряду с этими работами было предложено использовать для анализа импульсного излучения антенн методы качественной теории дифференциальных уравнений [35, 36]. В этом направлении были выполнены работы [81-83]. Совместное использование численных и качественных методов с применением современных математических пакетов для визуализации силовых линий, амплитудных и энергетических характеристик импульсных полей является перспективным направлением исследований, ценным как с учебно-методической, так и с прикладной точек зрения.

Глава 2. Анализ нестационарных процессов излучения электрического диполя с использованием метода качественной теории и современных математических пакетов

2.1. О применении методов качественной теории дифференциальных уравнений к анализу силовых линий нестационарных электромагнитных полей антенн, расположенных в свободном пространстве

Для выяснения соотношения подходов при анализе гармонических и негармонических процессов целесообразно вернуться от представления гармонических полей в форме комплексных амплитуд к мгновенным значениям полей. Гармонические поля определяются амплитудой, фазой и поляризацией. Понятие разности фаз в силу гармоничности процесса позволяет указать положение двух последовательных фазовых фронтов относительно друг друга. Например, компоненты поля электрического диполя в сферической системе координат представляются соотношениями

$$E_m(R, \theta, t) = A_m(R, \theta) \cos \Phi_m(\omega t + \varphi_m(R)), \quad m=R, \theta, \varphi$$

Из этих соотношений следует, что фаза $\Phi_m(R, t)$ волнового процесса строго определяет периодичность во времени, но не в пространстве. Мгновенные значения компоненты поля $E_m(R, \theta, t)$ и осциллирующей функции $\cos \Phi_m(R, t)$ меняются в пространстве по разным законам вследствие пространственной зависимости амплитуды. Чтобы исключить эту зависимость, разумно характеризовать колебательный процесс только положением нулей функции $\cos \Phi_m(R, t)$, т.е. условием $\Phi_m(R, t) = 0,5\pi + n\pi$, $n=0, 1, 2, \dots$ (амплитудную функцию полагаем неотрицательной).

При произвольной зависимости поля от координат и времени понятие фазы, принятое в случае гармонических полей, теряет смысл, однако сохраняют смысл такие характеристики поля, как амплитуда и поляризация. При этом компоненты электромагнитного поля имеют осциллирующий

характер с интегральным значением, равным нулю, вследствие того, что при излучении должна отсутствовать постоянная составляющая поля.

Определим понятие фазы в случае произвольного поля через положения нулей его компонент в пространстве – времени. Отсюда следует, что важным показателем векторной структуры поля в пространстве – времени являются нули этого поля – точки пространства – времени, в которых $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)=0$. Тем самым мы приходим к необходимости изучения эволюции нулей векторного поля в пространстве – времени, а это есть задача качественной теории дифференциальных уравнений.

В свободном пространстве поле антенны может быть найдено в любой точке пространства вне антенны методом запаздывающих потенциалов при заданном распределении стороннего заряда (тока) в пространстве – времени (см. главу 1). Для удобства повторим формулы (1.31), (1.32) гл.1

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{V'} \left[\frac{\rho^{\text{эст}}(\mathbf{r}', t - R/v)}{R^2 \varepsilon_a} + \frac{1}{Rv\varepsilon_a} \frac{\partial \rho^{\text{эст}}(\mathbf{r}', t - R/v)}{\partial t} \right] \mathbf{e}_R dV' - \frac{\mu_a}{4\pi} \int_{V'} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{j}^{\text{эст}}(\mathbf{r}', t - R/v) dV' \quad (2.1)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{4\pi} \int_{V'} \left[\frac{\mathbf{e}_R \times \mathbf{j}^{\text{эст}}(\mathbf{r}', t - R/v)}{R^2} + \frac{1}{vR} \mathbf{e}_R \times \frac{\partial \mathbf{j}^{\text{эст}}(\mathbf{r}', t - R/v)}{\partial t} \right] dV' \quad (2.2)$$

Здесь \mathbf{e}_R - единичный вектор, коллинеарный с вектором \mathbf{R} , направленным из точки источника $\mathbf{r}'=(x', y', z')$ в точку наблюдения $\mathbf{r}=(x, y, z)$.

В общем случае, когда на сторонние токи, как функции пространства и времени, не налагаются какие – либо ограничения, вычисление интегралов (2.1) и (2.2) определяет поля \mathbf{E} и \mathbf{H} , как векторные функции четырех независимых переменных – трех пространственных координат и времени.

Для наглядного представления векторных полей используются понятия векторных линий (интегральных линий, линий тока, силовых линий). Эти понятия в математическом смысле эквивалентны. Согласно математическому определению векторная линия (линия тока) – это кривая, в каждой точке

которой вектор поля является касательным вектором к кривой. С математической точки зрения интегральные линии – решения некоторой системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Понятие силовой линии в физической и инженерной литературе в одном отношении может отличаться от математического. При построении силовых линий обычно выбирают плотность силовых линий так, что она пропорциональна абсолютному значению векторного поля в пределах малой площадки, ортогональной силовым линиям [84]. Однако это требование не является обязательным, такая точка зрения высказана в [5] и мы будем ее придерживаться. В частности, при изображении на плоскости густота линий пропорциональна напряженности поля только при двумерных источниках полей [7]. Обратим внимание на важное замечание в [84]: картина силовых линий дает представление о топологических свойствах изображаемого векторного поля. Заметим также, что в физических энциклопедиях [84] утверждается, что, поскольку напряженности полей - однозначные функции координат точки пространства, через каждую точку пространства может проходить только одна силовая линия. Это утверждение требует пояснений. Поскольку в [84] не оговорено, о каком пространстве идет речь – трехмерном физическом пространстве или четырехмерном пространстве – времени, то для определенности будем иметь в виду трехмерное пространство. Утверждение [84] следует считать справедливым в случае статических электрических и магнитных полей. Однако для нестационарных полей оно будет неверным, если рассматривать силовые линии в трехмерном пространстве как проекции интегральных кривых полей из четырехмерного пространства в трехмерное. При этом отображении могут возникнуть особенности поля, что подтверждается анализом силовых линий электрического поля гармонического диполя в трехмерном пространстве [35].

Для определенности рассмотрим силовые линии электрического поля. В декартовых координатах дифференциальное уравнение силовой линии вектора \mathbf{E} имеет вид

$$\frac{dx}{ds} = E_x(x(s), y(s), z(s)), \frac{dy}{ds} = E_y(x(s), y(s), z(s)), \frac{dz}{ds} = E_z(x(s), y(s), z(s)), \quad (2.3)$$

где s – независимая переменная, меняющаяся вдоль силовой линии.

Если в качестве независимой переменной в (2.3) можно принять одну из декартовых координат, например, x , то система (2.3) исключением переменной s сводится к системе двух уравнений

$$\frac{dy}{dx} = \frac{E_y(x, y(x), z(x))}{E_x(x, y(x), z(x))}, \quad \frac{dz}{dx} = \frac{E_z(x, y(x), z(x))}{E_x(x, y(x), z(x))}. \quad (2.4)$$

Для плоского поля одно из уравнений пропадает. Пусть электрическое поле – плоское в плоскости (x, z) . Тогда (2.3) сводится к системе из двух уравнений относительно неизвестных (x, z) .

$$\frac{dx}{ds} = E_x(x(s), z(s)), \quad \frac{dz}{ds} = E_z(x(s), z(s)). \quad (2.5)$$

Если линии тока можно записать в виде $z=z(x)$, то уравнение силовых линий сводится к одному уравнению

$$\frac{dz}{dx} = \frac{E_z(x, z)}{E_x(x, z)}. \quad (2.6)$$

Уравнения (2.3) - (2.5) суть системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) первого порядка, а уравнение (2.6) – одно нелинейное ОДУ первого порядка.

Наряду с декартовой системой координат может оказаться удобным анализировать уравнения силовых линий в других системах координат. В криволинейной ортогональной системе координат u_1, u_2, u_3 система уравнений силовых линий имеет вид

$$h_j(u_1(s), u_2(s), u_3(s)) du_j = E_j(u_1(s), u_2(s), u_3(s)) ds, \quad j = 1, 2, 3 \quad (2.7)$$

где h_j – коэффициенты Ламе, s – независимая переменная, в качестве которой можно взять длину кривой.

Система (2.7) может быть при определенных условиях упрощена аналогично системе (2.3). Аналогично уравнениям силовых линий электрического поля (2.3) - (2.7) могут быть получены уравнения силовых линий магнитного поля и вектора Пойнтинга.

Согласно теории ОДУ [85] в том случае, когда входящие в правые части уравнений функции являются аналитическими, через каждую точку векторного поля, за исключением особых точек, проходит только одна интегральная кривая. Особыми точками векторного поля и, соответственно, уравнений (2.3) - (2.7) являются точки, в которых вектор E не определен или $E=0$. В n -мерном случае особенности векторного поля могут быть поверхностями размерности от 1 до $n-1$.

Отметим, что в правые части систем (2.3) и (2.5) не входит явно переменная s , такие системы называются динамическими системами, их анализ упрощается по сравнению с системами более общего вида [33]. Именно благодаря этому свойству системы (2.3) и (2.5) сводятся соответственно к уравнениям (2.4) и (2.6).

Геометрическая интерпретация силовых линий как кривых в пространстве или на плоскости является наглядной и лежит в основе качественного анализа силовых линий. Цель качественного анализа заключается в изучении структуры силовых линий и их эволюции при изменении параметров системы, строго говоря, без прямого решения системы уравнений. При этом принципиальную роль играет анализ положения особых точек уравнений, эволюции особых точек при изменении параметров задачи, структуры силовых линий в окрестностях особых точек уравнений.

В «домашинную» эпоху возможности численного решения уравнений были весьма ограничены, и, как правило, при численном решении прибегали к существенным упрощениям исходных уравнений. Поэтому возможность проведения качественного анализа без численного решения исходных уравнений играла принципиальную роль.

В настоящее время на фоне прогресса вычислительной техники роль качественной теории изменилась. Системы ОДУ эффективно решаются численно с применением ЭВМ для конкретных параметров системы. Объединение сильных сторон качественных и численных методов позволяет по-новому подойти к проблеме анализа ОДУ. Так, типы особых точек, условия их бифуркации, локальная структура силовых линий в окрестности особых точек принципиально могут быть определены методами качественного анализа, однако практически на определенных этапах этого анализа также разумно привлекать численные методы. Глобальный анализ силовых линий представляет трудности с позиций качественной теории и его целесообразно вести с применением численных методов. Наконец, предварительный качественный анализ уравнений повышает эффективность исследований тем, что позволяет провести классификацию структур силовых линий и тем самым ограничить численное исследование только этими вариантами, избавляя от избыточного численного счета (такое мнение высказано в [34], стр. 42).

Следует сделать еще одно замечание. Силовые линии нестационарных полей зависят от времени. Однако в случае однородной недиспергирующей среды, в которой поля, возбуждаемые сторонними источниками, определяются запаздывающими потенциалами, между полями в точках наблюдения и источника существует причинная связь, обусловленная распространением поля с постоянной скоростью, благодаря чему в правые части уравнений силовых линий время входит как параметр. Поэтому в нестационарных задачах сохраняется возможность анализа силовых линий в трехмерном (в общем случае) пространстве. Тем не менее, появление временной зависимости полей приводит к новому качеству: силовые линии и особенности полей становятся функциями времени. Структурная перестройка полей реализуется в пространстве – времени, что усложняет качественный анализ и в то же время представляет особый интерес.

Дальнейший качественный анализ силовых линий будем вести на конкретном примере излучения элементарного электрического вибратора (диполя). В этом случае, а также для двумерных моделей излучателей и антенн, имеющих ось симметрии, при осесимметричном возбуждении их сторонними токами, качественный анализ сводится к анализу на плоскости, т.е. к уравнению типа (2.6). В трехмерном пространстве особенности силовых линий (2.6) могут быть точками, линиями и поверхностями. На плоскости (x,z) особенности силовых линий, соответственно, будут точками или линиями. В дальнейшем будем употреблять термины «особые точки и линии» по отношению к особенностям уравнений на плоскости (x,z) .

2.2. Исходные формулы для качественного анализа и расчет нестационарных полей электрического диполя

Рассмотрим электрический диполь, возбуждаемый импульсным зарядом (током) и направленный вдоль оси z декартовой системы координат (Рис. 2.1).

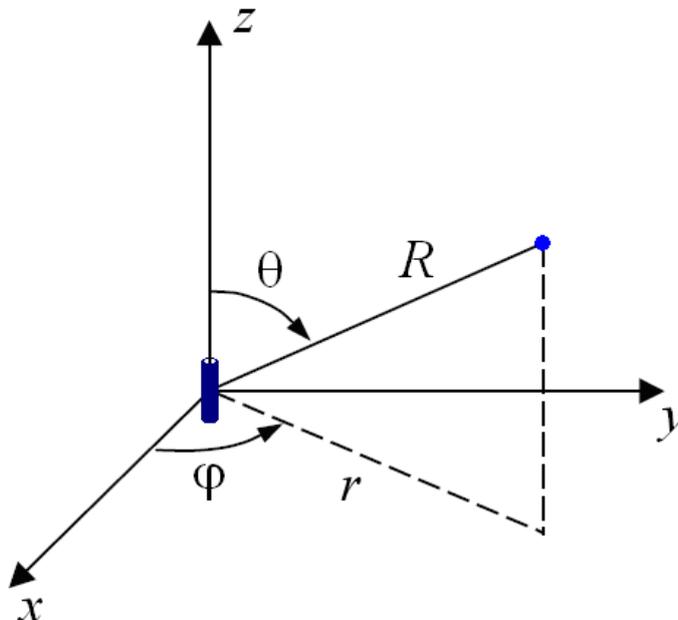


Рис. 2.1 Электрический диполь, возбуждаемый импульсным зарядом (током) и направленный вдоль оси z декартовой системы координат

Временной длительности импульса заряда T поставим в соответствие пространственную длину импульса $D=cT$. В случае возбуждения диполя периодическими процессами D определяется длительностью периода. Предположим далее, что длина диполя l мала по сравнению с пространственным масштабом изменения заряда $D=cT$ и диаметр диполя много меньше его длины. Основное внимание уделим анализу электрического поля, как представляющего наибольший интерес. Магнитное поле электрического диполя имеет вихревой характер, его силовые линии всегда замкнуты, поэтому их анализ более прост. Структура силовых линий вектора Пойнтинга тесно связана со структурой силовых линий электрического поля и будет рассмотрена позднее. Выражения для полей диполя хорошо известны (см. [50]), выпишем их в векторной форме (используется система единиц СИ):

$$\mathbf{E}(R, \theta, t) = \frac{\cos\theta}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{p(t')}{R^3} + \frac{p'(t')}{cR^2} \right] \mathbf{e}_R + \frac{\sin\theta}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{p''(t')}{c^2R} + \frac{p'(t')}{cR^2} + \frac{p(t')}{R^3} \right] \mathbf{e}_\theta \quad (2.8)$$

$$\mathbf{H}(R, \theta, t) = \frac{1}{4\pi} \operatorname{rot} \left[\frac{1}{R} p'(t') \mathbf{e}_z \right]. \quad (2.9)$$

В (2.8,2.9) $p(t)=q(t)l$ – временная зависимость дипольного момента, штрихи над функцией $p(t')$ означают производные по аргументу $t' = t - R/c$.

Введем переменную $\tau=ct-R$. Компоненты полей запишем в виде

$$E_R(R, \theta, t) = \frac{\cos\theta}{2\pi\epsilon_0 R^3} f_1, \quad f_1 = p(\tau) + Rp'(\tau), \quad (2.10)$$

$$E_\theta(R, \theta, t) = \frac{\sin\theta}{4\pi\epsilon_0 R^3} f_2, \quad f_2 = p(\tau) + Rp'(\tau) + R^2 p''(\tau), \quad (2.11)$$

$$H_\varphi(R, \theta, t) = \frac{c}{4\pi} \sin\theta \left(\frac{p''(\tau)}{R} + \frac{p'(\tau)}{R^2} \right) \quad (2.12)$$

Анализ силовых линий диполя упрощается благодаря тому, что зависимость полей от времени является параметрической, а структура поля имеет осевую симметрию. Это позволяет обойтись векторным анализом на

плоскости и использовать хорошо известные методы качественной теории ОДУ первого порядка [33, 34].

2.3. Локальный качественный анализ особенностей полей и вектора Пойнтинга электрического диполя

2.3.1. Уравнения силовых линий электрического поля и вектора Пойнтинга

Уравнение силовых линий электрического поля диполя можно записать в сферической системе координат (R, θ, φ)

$$\frac{dR}{E_R} = \frac{Rd\theta}{E_\theta} \quad (2.13)$$

или в цилиндрической системе координат (r, φ, z) , где z - декартова координата, проходящая через ось диполя, r - ортогональная ей радиальная координата. В последнем случае уравнение силовых линий имеет вид

$$\frac{dr}{E_r} = \frac{dz}{E_z} \quad (2.14)$$

Определив компоненты электрического поля E_r и E_z через E_R и E_θ

$$E_r = E_R \sin\theta + E_\theta \cos\theta, \quad E_z = E_R \cos\theta - E_\theta \sin\theta, \quad (2.14a)$$

получим из (2.14) с учетом (2.10), (2.11) следующее дифференциальное уравнение

$$\frac{dz}{dr} = \frac{P(r, z, \tau)}{Q(r, z, \tau)}, \quad (2.15)$$

где

$$\begin{aligned} P(r, z, \tau) &= 2f_1 \cos^2\theta - f_2 \sin^2\theta, \\ Q(r, z, \tau) &= \sin\theta \cos\theta (2f_1 + f_2), \\ r &= R \sin\theta, \quad z = R \cos\theta. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Из условий для определения положений особых точек в плоскости r, z $P(r, z, \tau)=0$, $Q(r, z, \tau)=0$ следует, что уравнение (2.15), помимо неподвижных особых точек в начале координат и на бесконечности, может иметь две последовательности подвижных особых точек, определяемых условиями

$$1) r=0, E_R(z,t)=f_1(z,\tau)=0, \quad (2.17)$$

$$2) z=0, E_\theta(r,t)=f_2(r,\tau)=0, \quad (2.18)$$

а также особую линию при совпадении поверхностей

$$E_R \equiv f_1(R,t)=0, \quad E_\theta \equiv f_2(R,t)=0 \quad (2.19)$$

Нули магнитного поля проще найти непосредственно из (2.12), откуда следует, что магнитное поле равно нулю на поверхностях $R=R(t)$, определяемых условием

$$p''(\tau) + p'(\tau)/R = 0, \quad (2.20)$$

а также на особой линии – оси z .

Аналогично (2.15) получим уравнение для траекторий вектора Пойнтинга. Компоненты вектора Пойнтинга в сферической системе координат равны

$$S_R = E_\theta H_\varphi, \quad S_\theta = -E_R H_\varphi. \quad (2.21)$$

Уравнение для траекторий вектора Пойнтинга имеет вид, аналогичный (2.15), с той лишь разницей, что компоненты электрического поля должны быть заменены компонентами вектора Пойнтинга. Выразив компоненты S_r и S_z через S_R и S_θ и подставив в них (2.10), (2.11), получим уравнение для траекторий вектора Пойнтинга

$$\frac{dz}{dr} = - \frac{Q(r,z,\tau)H_\varphi}{P(r,z,\tau)H_\varphi}, \quad (2.22)$$

где функции P и Q определены в (2.16).

Из сопоставления (2.15) и (2.22) следует, что уравнения силовых линий электрического поля и линий вектора Пойнтинга имеют одинаковое число и совпадающие координаты особых точек, определяемых условиями $P(r,z,\tau)=0$, $Q(r,z,\tau)=0$, а различаются типами особых точек и видом траекторий. Установленное выше соответствие уравнений силовых линий электрического поля и вектора Пойнтинга имеет место не только для элементарного электрического диполя, но и для любых систем с осевой симметрией, при условии, что отсутствуют вариации полей по угловой координате φ и магнитное поле имеет единственную компоненту H_φ . Указанная связь

существенно упрощает совместный анализ силовых линий электрического поля и траекторий вектора Пойнтинга. Уравнение (2.22) имеет также особые линии, определяемые условием (2.20), на которых $H_\varphi=0$.

2.3.2. Локальный анализ особых точек электрического поля

Перейдем к анализу подвижных особых точек электрического поля. Из (2.10), (2.11) следует, что особые точки, определяемые условием (2.17), находятся на пересечении сферической поверхности $E_R(R,\theta,t) \equiv f_1(R,t)=0$ с осью z , а особые точки, определяемые условием (2.18), – на пересечении сферической поверхности $E_\theta(R,\theta,t) \equiv f_2(R,t)=0$ с осью r . Поэтому для определения положений особых точек следует рассмотреть эволюцию этих поверхностей. Сходный анализ эволюции поверхностей $E_z=0$ и $H_\varphi=0$ для гармонического диполя проводился еще Г.Герцем [1, 86] в связи с интерпретацией его экспериментов, а также использовался в [10, 20], но эти работы не были увязаны с качественной теорией.

Условия (2.17), (2.18) являются трансцендентными уравнениями, определяющими траектории особых точек на плоскости (R,t) . Для анализа траекторий конкретных импульсов приходится использовать численные методы. Однако ряд закономерностей поведения структур полей и вектора Пойнтинга может быть установлен без применения численных методов. Из (2.10), (2.11) следует, что при $R \rightarrow 0$ положения поверхностей $E_R(R,\theta,t)=0$ и $E_\theta(R,\theta,t)=0$ приближенно определяются условием

$$p(\tau) = 0, \quad (2.23)$$

а при $R \rightarrow \infty$ – условием

$$p'(\tau) = 0 \quad (2.24)$$

для $E_R(R,t)=0$ и условием

$$p''(\tau) = 0 \quad (2.25)$$

для $E_\theta(R,t)=0$.

Каждая из поверхностей движется в пространстве с переменной скоростью, которую можно назвать фазовой скоростью данной компоненты поля. Заметим, что в [20] при исследовании эволюции поля гармонического диполя наряду с фазовыми скоростями были введены групповые скорости компонент электрического и магнитного полей, что, строго говоря, является необоснованным, так как понятие групповой скорости вводится для модулированных однородных волн [87, 88].

Моменты рождения и исчезновения траекторий ОТ соответствуют качественно различным картинам силовых линий, поэтому эти моменты времени определяют точки бифуркации траекторий.

К точкам бифуркации, во-первых, относятся точки рождения (исчезновения) траекторий на оси времени при $R=0$. Точку бифуркации будем называть точкой рождения (исчезновения) траектории при $R=0$ в том случае, когда ОТ траектории движутся от начала или, соответственно, к началу координат. Положения этих точек бифуркации определяются асимптотикой (2.23), т.е. нулями дипольного момента на оси времени. Асимптотики (2.23) - (2.25) определяют максимально возможное число траекторий ОТ, выходящих из начала (входящих в начало) координат, либо уходящих на бесконечность траекторий. Однако окончательный ответ о том, какие асимптотики соответствуют реальным траекториям ОТ, может дать только строгое решение уравнений (2.17) и (2.18).

Кроме того, могут существовать точки бифуркации при $R>0$, это точки траекторий, в которых производная $\frac{dR}{dt}$ обращается в бесконечность. Как правило, это моменты возникновения неоднозначности траекторий. Так как величина $\frac{dR}{dt}$ имеет смысл скорости, то для определения этих точек бифуркации запишем выражения для фазовых скоростей поверхностей $E_R(R, \theta, t)=0$ и $E_\theta(R, \theta, t)=0$

$$\frac{V_R}{c} = 1 - \frac{(p'(\tau))^2}{p(\tau)p''(\tau)}, \quad (2.26)$$

$$\frac{V_\theta}{c} = \frac{R^2 p'''(\tau) + Rp''(\tau) + p'(\tau)}{R^2 p'''(\tau) - Rp''(\tau)}. \quad (2.27)$$

В точках бифуркации, если они существуют, скорости V_R и V_θ обращаются в бесконечность. Таким образом, точки бифуркации на оси z , как следует из (2.26), возможны при условиях

$$p(\tau)=0, \quad (2.28)$$

$$p''(\tau)=0. \quad (2.29)$$

При условии (2.28) $E_R(R,t)=0$, откуда следует, что в этой точке и $p'(\tau)=0$. Временные зависимости заряда, удовлетворяющие в некоторой точке условиям $p(\tau)=0, p'(\tau)=0$, носят исключительный характер и далее не рассматриваются, будет обсуждаться только условие бифуркации (2.29).

Точки бифуркации на оси r , как следует из (2.27), возможны при условии

$$p''(\tau) - Rp'''(\tau) = 0. \quad (2.30)$$

Следует отметить, что точки бифуркации при $R>0$ можно классифицировать по числу простых особых точек, сливающихся в точку бифуркации. Далее сосредоточим внимание на точках бифуркации низшего порядка, которые возникают при слиянии двух простых особых точек. Появление точек бифуркации более высокого порядка менее вероятно и их имеет смысл анализировать только в том случае, если они будут обнаружены в конкретных расчетах.

Для определения типа особой точки силовых линий электрического поля важную роль играет тот факт, что уравнение (2.13) имеет первый интеграл

$$\left(\sin^2\theta\right)R \frac{d}{dR} \left(\frac{p(\tau)}{R}\right) = \text{const}. \quad (2.31)$$

Первый интеграл (2.31), следуя Г.Герцу, удобно использовать и для численного построения силовых линий уравнения (2.13).

Пусть дипольный момент $p(\tau)$ является аналитической функцией τ . Тогда, как следует из (2.31), первый интеграл (2.13) является аналитической функцией переменных R, θ всюду, кроме неподвижных особых точек $R=0$ и $R=\infty$. Из того, что уравнение (2.13) имеет аналитический первый интеграл, следует важный факт: рассматриваемая система относится к классу консервативных [33]. Как известно, в консервативных системах возможны простые состояния равновесия только типа центра и седла [33]. Покажем это прямым интегрированием (2.15) в окрестности особых точекⁱ.

Рассмотрим особые точки, определяемые условием (2.17). Разлагая функцию $P(0, z)$ в ряд Тейлора на оси z в окрестностях особых точек $z=z_k$ и удерживая члены первого порядка по $z-z_k$, сведем уравнение (2.15) к виду

$$\frac{dz}{dr} = -\frac{2(z-z_k)}{r}, \quad (2.32)$$

интеграл которого имеет вид

$$|z-z_k|r^2=C \quad (2.33)$$

Это уравнение гиперболы, которому соответствует особая точка типа седла [33]. Сепаратрисы, проходящие через седло, удовлетворяют уравнениям $r=0$ и $z-z_k=0$.

Рассмотрим бифуркации особых точек на оси z . Используя условие бифуркации (2.29) и удерживая при разложении в ряды Тейлора в числителе и знаменателе члены следующего порядка малости, можно показать, что уравнение (2.15) в окрестности точки бифуркации $z=z_b$ сводится к виду

$$\frac{dz}{dr} = -\frac{z-z_b}{r}, \quad (2.34)$$

интеграл которого имеет вид

ⁱМы исключили из рассмотрения особую точку $r=0, z=0$, соответствующую положению диполя, так как наибольший интерес представляет структура поля вне непосредственной окрестности диполя, где справедлива замена вибратора конечной длины точечным источником.

$$|z-z_k| |r|=C \quad (2.35)$$

Таким образом, при слиянии простых особых точек типа седла, интеграл которых имеет вид (2.33), на оси z также возникает особая точка типа седла, но с иным видом интегральных кривых в ее окрестности.

Аналогичным образом в окрестности особых точек, определяемых условием (2.18), разлагая функцию $Q(r,0)$ в ряд Тейлора на оси r в окрестности особых точек $r=r_k$, сведем уравнение (2.15) к виду

$$\frac{dz}{dr} = \mp a \frac{(r-r_k)}{z}, \quad (2.36)$$

где параметр a равен

$$a = \left| \frac{r_k f_2'(r_k)}{2f_1(r_k)} \right|, \quad (2.37)$$

а выбор знака в (2.36) определяется знаком производной f_2' . При выборе знака « \rightarrow » решение (2.36) имеет вид

$$z^2 + a(r-r_k)^2 = C, \quad (2.38)$$

ему соответствует особая точка типа центра, а при выборе знака « $+$ » решение (2.36) равно

$$z^2 - a(r-r_k)^2 = C, \quad (2.39)$$

ему соответствует особая точка типа седла. Сепаратрисы (2.39) являются прямыми вида $|z| = \pm \sqrt{a} |r - r_k|$.

Бифуркации особых точек на оси r , как следует из (2.37), определяются условием $f_2'(r)=0$, что соответствует обращению в бесконечность фазовой скорости E_θ (см. (2.27)). Действительно, дифференцируя $f_2(R)$ по R , получим

$$f_2'(R) = Rp''(\tau) - R^2 p'''(\tau),$$

что согласуется с (2.27). Учитывая это, можно получить в общем виде уравнение силовых линий в точке бифуркации на оси r . Разлагая $f_2(r)$ в точке бифуркации в ряд Тейлора, получим уравнение

$$\frac{dz}{dr} = \frac{b(r-r_k)^2}{z}, \quad b = -\frac{r_k f_2''(r_k)}{4f_1(r_k)}, \quad (2.40)$$

интеграл которого имеет вид

$$z^2 = \frac{2b}{3}(r - r_k)^3 \quad (2.41)$$

и соответствует сложной особой точке – слиянию центра с седлом.

Наряду с особыми точками на осях z и r возможно, как указывалось выше, существование особой линии (2.19). Найдем условия ее существования. Равенство (2.19) может иметь место при произвольных углах θ , если в соответствии с (2.10), (2.11)

$$p(\tau) + Rp'(\tau) = p(\tau) + Rp'(\tau) + R^2 p''(\tau) = 0, \quad (2.42)$$

откуда следует $p''(\tau) = 0$, а это есть не что иное, как условие бифуркации траектории ОТ на оси z (2.29). Таким образом, поверхности $E_R = 0$, $E_\theta = 0$ совпадают, когда на плоскости (R, t) траектория поверхности $E_\theta = 0$ пересекает поверхность $E_R = 0$ в точке бифуркации последней.

2.3.3. Локальный анализ особенностей интегральных линий вектора Пойнтинга

Перейдем к анализу вектора Пойнтинга. Наряду с уравнением в цилиндрической системе координат (2.22) для вектора Пойнтинга можно записать дифференциальное уравнение в сферической системе координат

$$\frac{dR}{S_R} = \frac{Rd\theta}{S_\theta}, \quad (2.43)$$

откуда находим первый интеграл (2.43)

$$\cos\theta * \exp\left[-2 \int \frac{f_1(R)}{Rf_2(R)} dR\right] = const \quad (2.44)$$

Из (2.44) видно, что подынтегральная функция неаналитична в точках, где $E_\theta = 0$. Для переменных электромагнитных полей такие точки всегда существуют.

Проанализируем локально структуру траекторий вектора Пойнтинга в окрестности особых точек. Учитывая отмеченную выше связь уравнений для

силовых линий электрического поля (2.15) и вектора Пойнтинга (2.22), получим следующее.

1) В окрестности особых точек, определяемых условием (2.17), уравнение (2.22) сводится к виду

$$\frac{dz}{dr} = \frac{r}{2(z - z_k)}, \quad (2.45)$$

а интеграл этого уравнения имеет вид

$$(z - z_k)^2 - 0,5r^2 = C. \quad (2.46)$$

Из (2.46) следует, что при $r=0$, $z=z_k$ уравнение (2.22) имеет особую точку типа седла.

2) В окрестности точки бифуркации $z=z_b$ на оси z уравнение (2.22) сводится к виду

$$\frac{dz}{dr} = \frac{r}{z - z_b}, \quad (2.47)$$

интеграл которого имеет вид

$$(z - z_b)^2 - r^2 = C \quad (2.48)$$

и также соответствует особой точке типа седла.

3) В окрестности особых точек, определяемых условием (2.18), уравнение (2.43) сводится к виду

$$\frac{dz}{dr} = \pm \frac{1}{a} \frac{z}{(r - r_k)} \quad (2.49)$$

Интеграл этого уравнения при выборе знака «плюс» в (2.49) имеет вид

$$|z||r - r_k|^{-1/a} = C, \quad (2.50)$$

откуда следует, что при $r=r_k$, $z=0$ уравнение (2.49) имеет особую точку типа узла. Таким образом, особой точке типа центра на оси r в уравнении для силовых линий электрического поля соответствует особая точка типа узла в уравнении для линий вектора Пойнтинга.

Интеграл уравнения (2.49) при выборе знака «минус» в (2.49) имеет вид

$$|z||r - r_k|^{1/a} = C, \quad (2.51)$$

откуда следует, что при $r=r_k$, $z=0$ уравнение (2.49) имеет особую точку типа седла. Таким образом, особой точке типа седла на оси r в уравнении для силовых линий электрического поля соответствует также особая точка типа седла в уравнении для линий вектора Пойнтинга. Однако сепаратрисы особых точек типа седла для уравнений (2.33) и (2.49) не совпадают.

4) В окрестности точки бифуркации на оси r аналогично (2.40) получим уравнение

$$\frac{dz}{dr} = - \frac{z}{b(r - r_k)^2}, \quad (2.52)$$

интеграл которого имеет вид

$$|z| = C \exp\left(\frac{1}{b(r - r_k)}\right) \quad (2.53)$$

и соответствует сложной особой точке – слиянию узла с седлом.

Структуры силовых линий электрического поля и вектора Пойнтинга в окрестностях особых точек уравнений (2.15) и (2.22) показаны на Рис. 2.2. В левой колонке приведены траектории электрического поля, в правой – траектории вектора Пойнтинга, под каждым рисунком указаны интегралы уравнений в окрестностях особых точек.

Локальный анализ особых точек уравнения для траекторий вектора Пойнтинга был проведен выше в предположении, что $H_\varphi \neq 0$. Обсудим влияние магнитного поля на структуру особых точек уравнения (2.22). Наибольший интерес представляет анализ условия (2.20), поскольку равенство $H_\varphi = 0$ на оси z тождественно обращает в нуль компоненты S_R и S_θ независимо от времени. Предположим, что особые точки на осях z и r , определяемые этим условием, не совпадают с особыми точками электрического поля. При этом условие (2.20) разбивает все пространство траекторий уравнения (2.22) на подвижные области с различными направлениями вектора Пойнтинга (см. [34], §8). Совпадение точек,

определяемых условием (2.20) и одним из условий (2.17, 2.18), соответствует бифуркации особых точек (2.22), отличной от рассмотренной выше в (2.52).

Дальнейший анализ полей электрического диполя, в том числе перестройки структуры полей в условиях бифуркации, целесообразно вести, задаваясь конкретными временными зависимостями дипольного момента.

2.4. Качественный анализ в целом полей электрического диполя (гармонический режим)

2.4.1. Качественный анализ в целом электрического поля диполя

Вопрос, который будет обсуждаться в данном параграфе, казалось бы, давно закрыт. Однако структура силовых линий электрического диполя приводится в энциклопедиях и учебниках в схематичном виде для небольшого числа моментов времени [3, 89], не отражая существенных деталей, выявляющихся только при тщательном аналитическом исследовании либо при подробных расчетах с применением ЭВМ. При этом не упоминаются результаты, полученные еще Г.Герцем [1, 86], см. также расчеты [7, 20]. Отметим также, что пространственная структура вектора Пойнтинга электрического диполя в гармоническом режиме была исследована сравнительно недавно [10, 11].

Одной из причин недостаточно полного описания процесса формирования силовых линий вблизи диполя в большинстве публикаций является неудачный выбор временного шага и начального момента времени, при которых не удается обнаружить область силовых линий, которая, по мнению Г.Герца, существенна для объяснения формирования поля излучения. Эта область силовых линий будет подробно рассмотрена далее. Однако даже при расчетах силовых линий с малым, но равномерным временным шагом не удастся получить полную картину структурной перестройки силовых линий поля из-за возможного пропуска бифуркационных состояний. Соответствующие примеры будут приведены ниже.

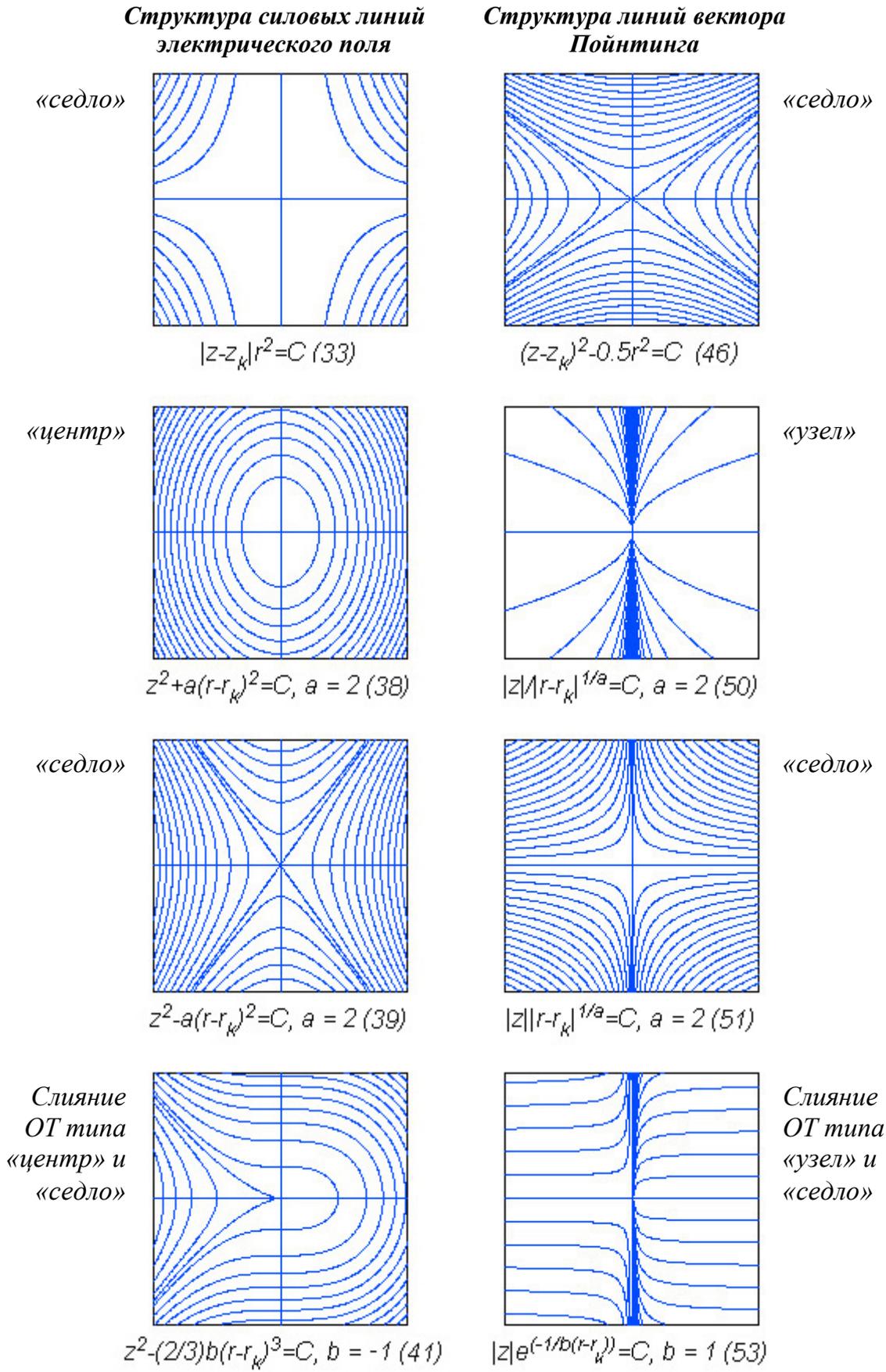


Рис. 2.2 Типы особых точек, структуры силовых линий электрического поля и вектора Пойнтинга в окрестностях особых точек

Таким образом, качественный анализ полей гармонического диполя целесообразно провести потому, что он позволяет выявить тонкие моменты формирования поля, пропускаемые при традиционном численном исследовании. Кроме того, методика качественного анализа гармонических и негармонических полей одинакова, и ее разумно проиллюстрировать на гармоническом режиме, как более простом, практически важном и сравнительно хорошо изученном.

В гармоническом режиме полагаем, что электрический диполь возбуждается равномерным по длине диполя синусоидальным током $I(t)=I_m\cos(\omega t+\phi)$, что соответствует функции заряда $q(t)=q_m\sin(\omega t+\phi)$ (Рис. 2.3).

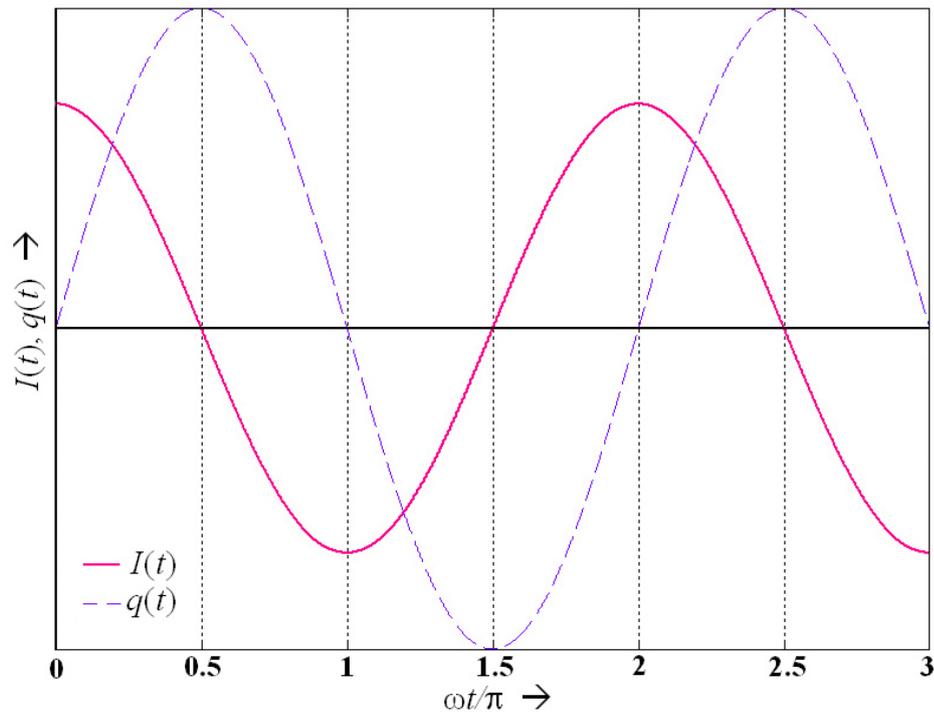


Рис. 2.3 Зависимости функций тока $I(t)=I_m\cos(\omega t+\phi)$ и заряда $q(t)=q_m\sin(\omega t+\phi)$ от времени при $\phi=0$

Выражения для полей диполя в гармоническом режиме хорошо известны (см. например, [3, 50]). Приведем их для мгновенных значений компонент полей

$$E_R = \frac{2KW\cos\theta}{\rho^3} [\rho\cos(\rho - \tau - \phi) - \sin(\rho - \tau - \phi)] \quad , \quad (2.54)$$

$$E_\theta = \frac{KW\sin\theta}{\rho^3} \left[(\rho^2 - 1)\sin(\rho - \tau - \phi) + \rho\cos(\rho - \tau - \phi) \right], \quad (2.55)$$

$$H_\varphi = \frac{K\sin\theta}{\rho^2} [\rho\sin(\rho - \tau - \phi) + \cos(\rho - \tau - \phi)]. \quad (2.56)$$

В (2.54) - (2.56) $K = k^2 I_m l / 4\pi$, $k = k_0 = \omega/c$, c – скорость света в вакууме, $I_m l$ – максимальный дипольный момент тока, $\rho = kR$, $\tau = \omega t$. Далее на рисунках глав 2 и 3 используется обозначение волнового числа k_0 , в тексте – k .

Дифференциальное уравнение силовых линий электрического поля в цилиндрической системе координат (2.15) определяется функциями P и Q , имеющими следующий вид в гармоническом режиме

$$\begin{aligned} P(r, z, t) &= -2(\sin\psi - kR\cos\psi)\cos^2\theta - [(kR)^2 - 1]\sin\psi + kR\cos\psi \sin^2\theta, \\ Q(r, z, t) &= \sin\theta \cos\theta [(kR)^2 - 3]\sin\psi + 3kR\cos\psi, \\ \psi(R, t) &= kR - \omega t - \phi, \quad r = R\cos\theta, \quad z = R\sin\theta. \end{aligned} \quad (2.57)$$

Для качественного анализа в целом необходимо построить траектории поверхностей $E_R(R, t) = 0$, $E_\theta(R, t) = 0$, $H_\varphi(R, t) = 0$, определяющих положения подвижных ОТ на осях r и z цилиндрической системы координат. Приведем выражения для траекторий поверхностей и фазовых скоростей этих поверхностей (см. [20], где даны аналогичные выражения).

Из условия $E_R(R, t) = 0$ следует

$$\omega t = kR - \arctg(kR) - \phi + n\pi, \quad n - \text{целое число}, \quad (2.58)$$

$$V_R = c(1 + (kR)^{-2}), \quad (2.59)$$

из условия $E_\theta(R, t) = 0$ –

$$\omega t = kR + \text{sign}(1 - kR) \cdot \arctg\left|kR - \frac{1}{kR}\right| - \phi + n\pi - \pi/2, \quad (2.60)$$

$$V_\theta = c \frac{((kR)^2 - 1)^2 + (kR)^2}{((kR)^2 - 1)^2 - 1}. \quad (2.61)$$

При анализе плотности потока энергии необходимо знать также траектории поверхностей $H_\varphi(R,t)=0$, которые, как легко показать, по форме совпадают с траекториями $E_R(R,t)=0$, но сдвинуты во времени на $\pi/2\omega$. Фазовые скорости поверхностей $H_\varphi(R,t)=0$ совпадают с V_R .

С помощью (2.57)-(2.61) легко анализируется динамика возникновения и движения поверхностей $E_R(R,t)=0$ и $E_\theta(R,t)=0$ (Рис. 2.4).

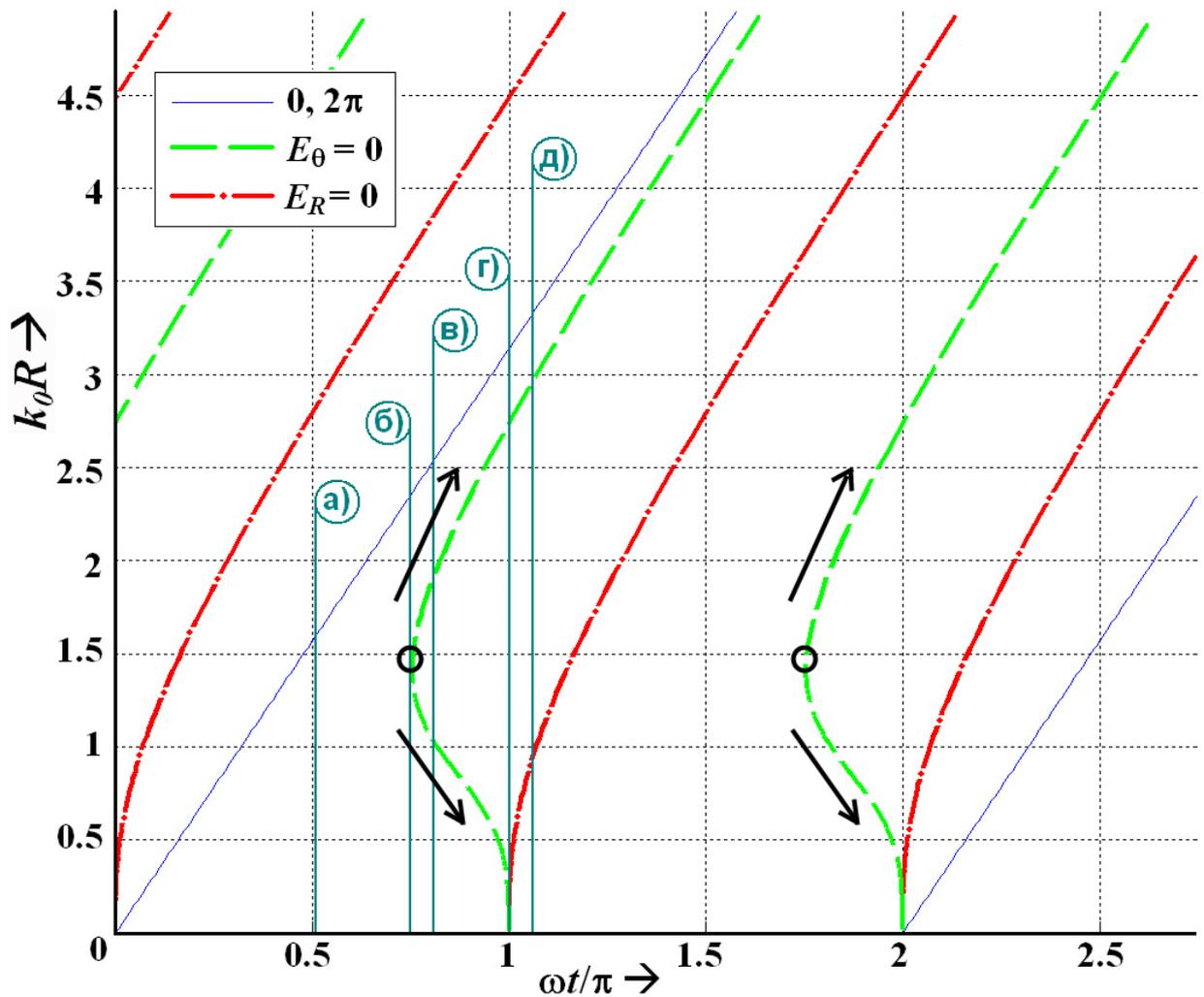


Рис. 2.4 Траектории движения поверхностей $E_R(R,t)=0$ и $E_\theta(R,t)=0$. Обозначения а), б), в), г) и д) – соответствуют моменты времени, в которых рассчитаны кадры качественно отличающихся картин силовых линий. Кадры приведены на Рис. 2.5 а)-д) соответственно для начального значения фазы $\phi=0$.

Поверхность $E_R(R,t)=0$ рождается в месте расположения диполя в моменты времени $\omega t = n\pi - \phi$ и далее бежит на бесконечность. На больших расстояниях от диполя ($R \gg \lambda$) положения поверхности $E_R(R,t)=0$ определяются асимптотикой $\omega t \approx kR - \phi + (n-0,5)\pi$. Скорость движения поверхности $E_R(R,t)=0$ в начале координат равна бесконечности, а далее убывает, асимптотически стремясь к скорости света в вакууме.

Поверхность $E_\theta(R,t)=0$ рождается с бесконечной скоростью в точках пространства-времени с координатами

$$kR = \sqrt{2}, \omega t = \sqrt{2} + \arctg\sqrt{2} - \phi + n\pi \quad (2.62)$$

и далее разделяется на две поверхности, одна из которых движется к началу координат, другая - на бесконечность. В момент времени $\omega t = n\pi - \phi$ поверхность $E_\theta(R,t)=0$, движущаяся к началу координат, исчезает. Скорость поверхности $E_\theta(R,t)=0$, движущейся на бесконечность, монотонно убывает, стремясь к скорости света в вакууме.

Траектории особых точек представляют собой бифуркационные диаграммы уравнения (2.13), а точки рождения и исчезновения поверхностей $E_R(R,t)=0$ и $E_\theta(R,t)=0$ – это точки бифуркации силовых линий. Принципиально важным достоинством качественного анализа является то, что по виду траекторий особых точек можно дать классификацию качественно различных динамических картин силовых линий. При этом отпадает необходимость проведения детальных расчетов силовых линий с малым временным шагом, которая необходима при применении численных методов.

Далее при обсуждении силовых линий гармонического диполя положим начальную фазу $\phi=0$. Такой выбор начальной фазы облегчает сопоставление результатов качественного анализа с результатами пионерской работы Г.Герца [1]. Отметим, что в более поздних работах, особенно в учебной литературе, принято полагать $\phi=\pi/2$, что соответствует зависимостям заряда и тока $q(t)=q_m \cos(\omega t)$, $I(t)=-I_m \sin(\omega t)$, см. например расчеты, приведенные в [3, 7].

При выборе начальной фазы $\phi=0$ из вида траекторий Рис. 2.4 следует, что при анализе совокупности качественно различных картин силовых линий гармонического диполя достаточно ограничиться интервалом времен $0 \leq \omega t \leq \pi$, в котором имеют место следующие характерные случаи

- 1) $0 \leq t < t_b$,
 - 2) $t = t_b$,
 - 3) $t_b < t < \pi/2\omega$,
 - 4) $t = \pi/2\omega$,
 - 5) $\pi/2\omega < t < \pi/\omega$,
- (2.63)

В (2.63) t_b – момент бифуркации особых точек силовых линий электрического поля на оси r , определяемый условием (2.62).

Приведем результаты расчетов силовых линий в соответствии с классификацией (2.63). На Рис. 2.5 показаны структуры электрического поля вблизи диполя в разные моменты времени, выбранные согласно (2.63). Сплошными синими линиями на рисунках нанесены силовые линии, штриховыми зелеными окружностями – следы поверхностей $E_\theta(R,t)=0$, штрих-пунктирными красными – следы поверхностей $E_R(R,t)=0$.

Перестройка силовых линий в окрестности точки бифуркации более подробно показана на Рис. 2.6.

Рассмотрим формирование поля в ближней и промежуточной зонах диполя. При этом будем рассматривать эволюцию полей с момента времени $\omega t \approx \pi/2$. В момент времени $\omega t \approx 0,51\pi$ (сравним Рис. 2.3, 2.4. и 2.5а) структура электрического поля вблизи диполя носит невихревой характер и близка к структуре поля электростатического диполя внутри поверхности $E_R(R)=0$ радиусом $R_0 \approx 0,446\lambda$. Вне этой поверхности реализуются вихревые структуры электрического поля, которые с ростом времени движутся от диполя (Рис. 2.5а). Начиная со времени $\omega t \approx \pi/4$ (Рис. 2.6б) наблюдается деформация силовых линий электрического поля внутри ближайшей к диполю поверхности $E_R(R,t)=0$: силовые линии, замыкающиеся на диполь, постепенно

изгибаются, готовясь оторваться от диполя. В точке бифуркации, определенной условием (2.62): $kR = \sqrt{2}$, $\omega t = \sqrt{2} + \arctg\sqrt{2} \approx 0,754\pi$, векторная структура электрического поля имеет следующую особенность: направление поля меняется скачком на 240° (Рис. 2.5б, Рис. 2.6б). Эта ситуация является весьма неожиданной для электрического поля в вакууме, силовые линии которого принято изображать гладкими непрерывными функциями координат при непрерывных, вместе с первой и второй производными, временных функциях заряда диполя.

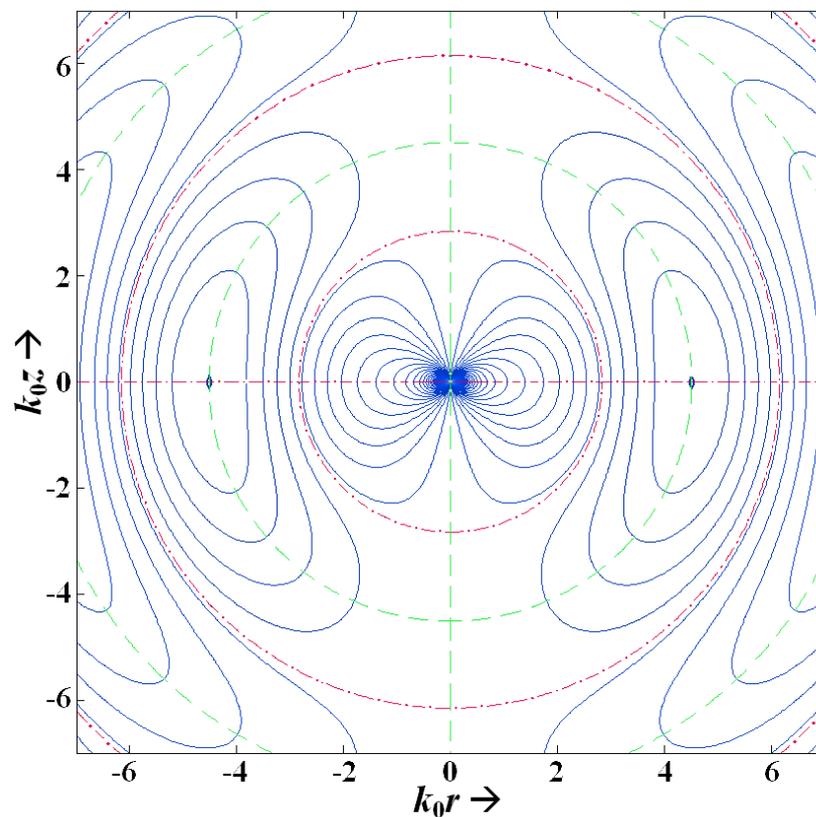


Рис. 2.5 а) Структура электрического поля вблизи диполя в момент времени $0 \leq t < t_b$, $\omega t = 0,51\pi$

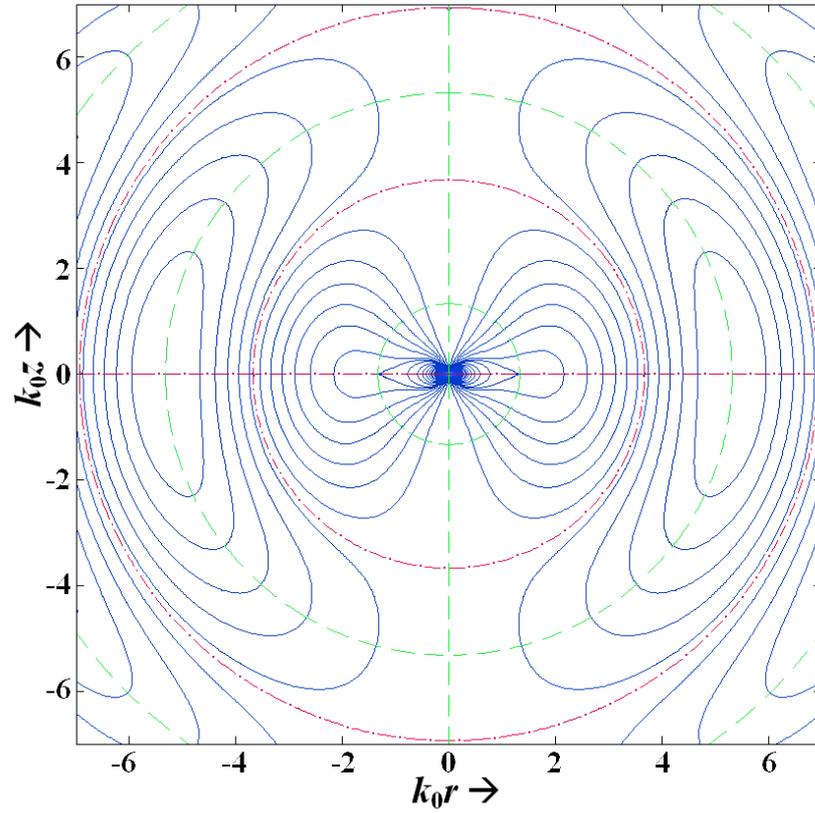


Рис. 2.5 б) Структура электрического поля вблизи диполя в момент времени $t=t_b$, $\omega t=0,754\pi$

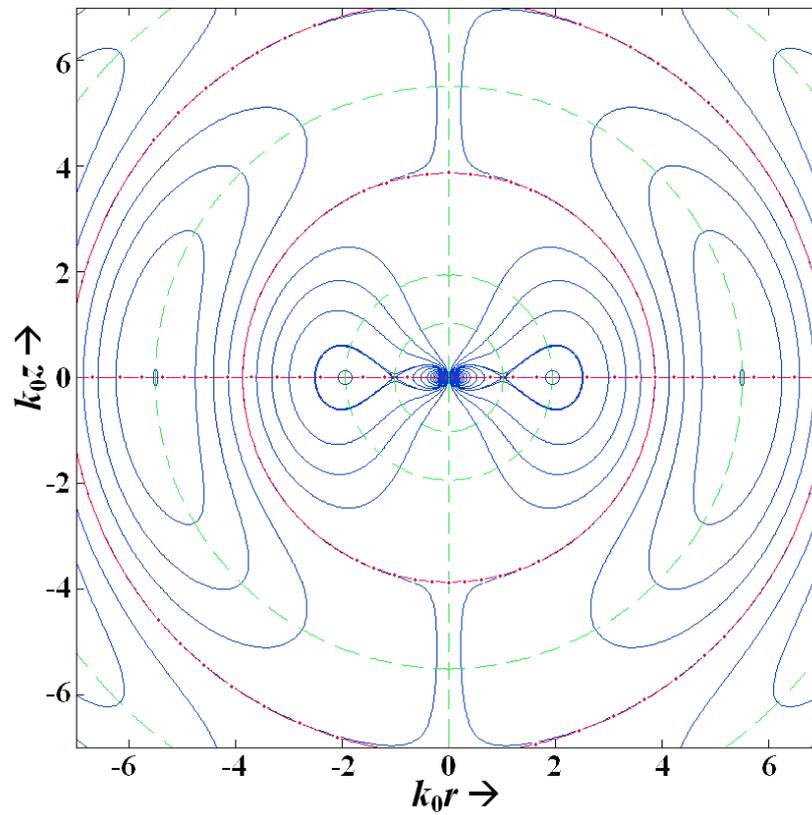


Рис. 2.5 в) Структура электрического поля вблизи диполя в момент времени $t_b < t < \pi/\omega$, $\omega t=0,81\pi$

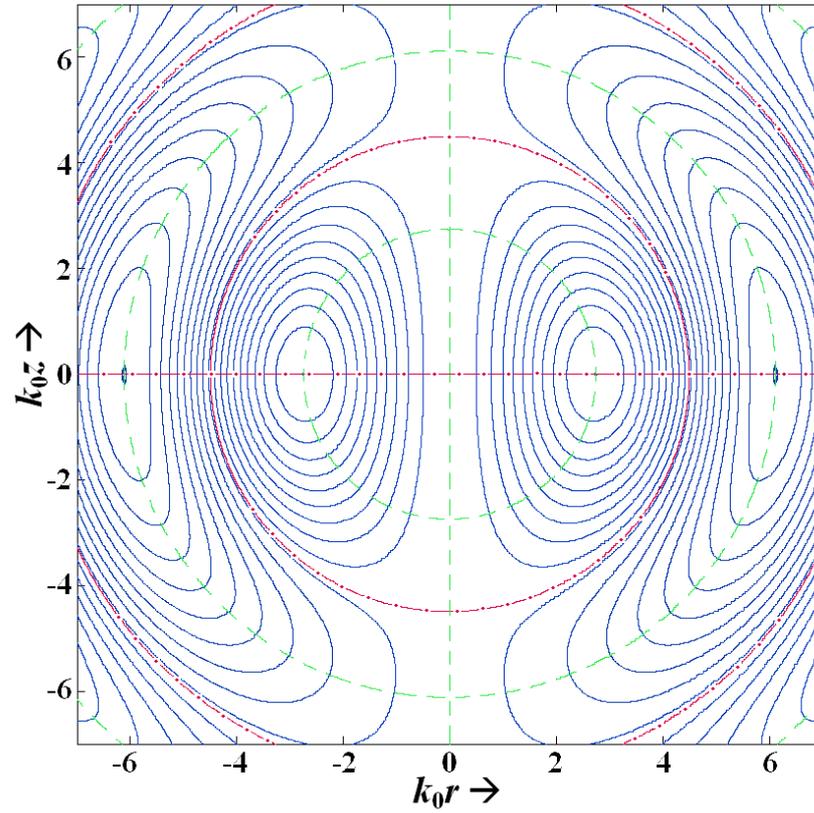


Рис. 2.5 з) Структура электрического поля вблизи диполя в момент времени $\omega t = \pi$

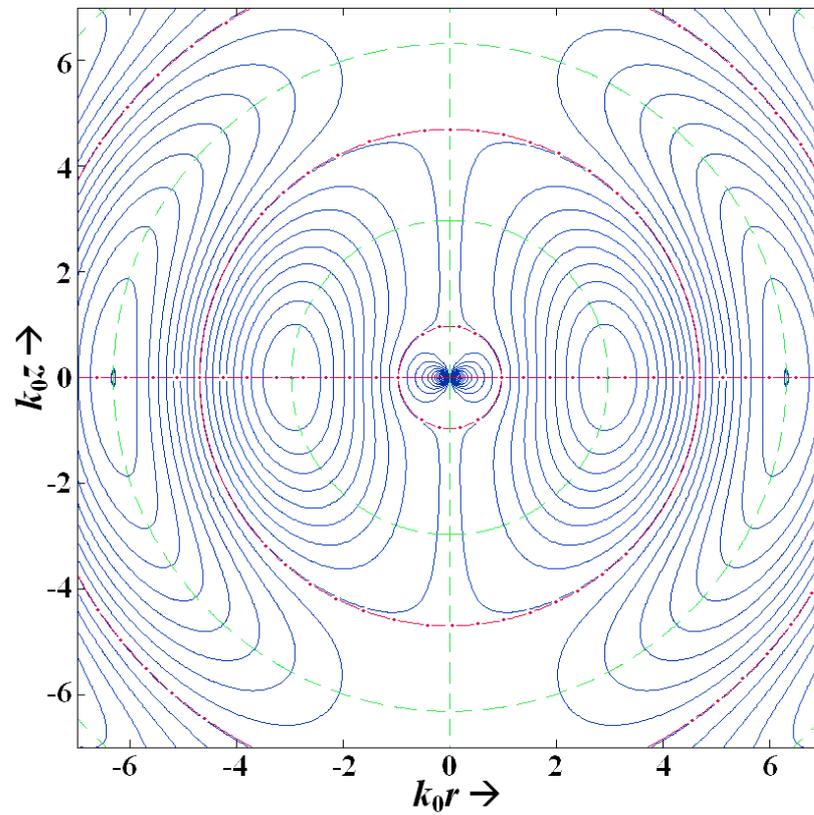


Рис. 2.5 д) Структура электрического поля вблизи диполя в момент времени $t > \pi/\omega$, $\omega t = 1,06\pi$

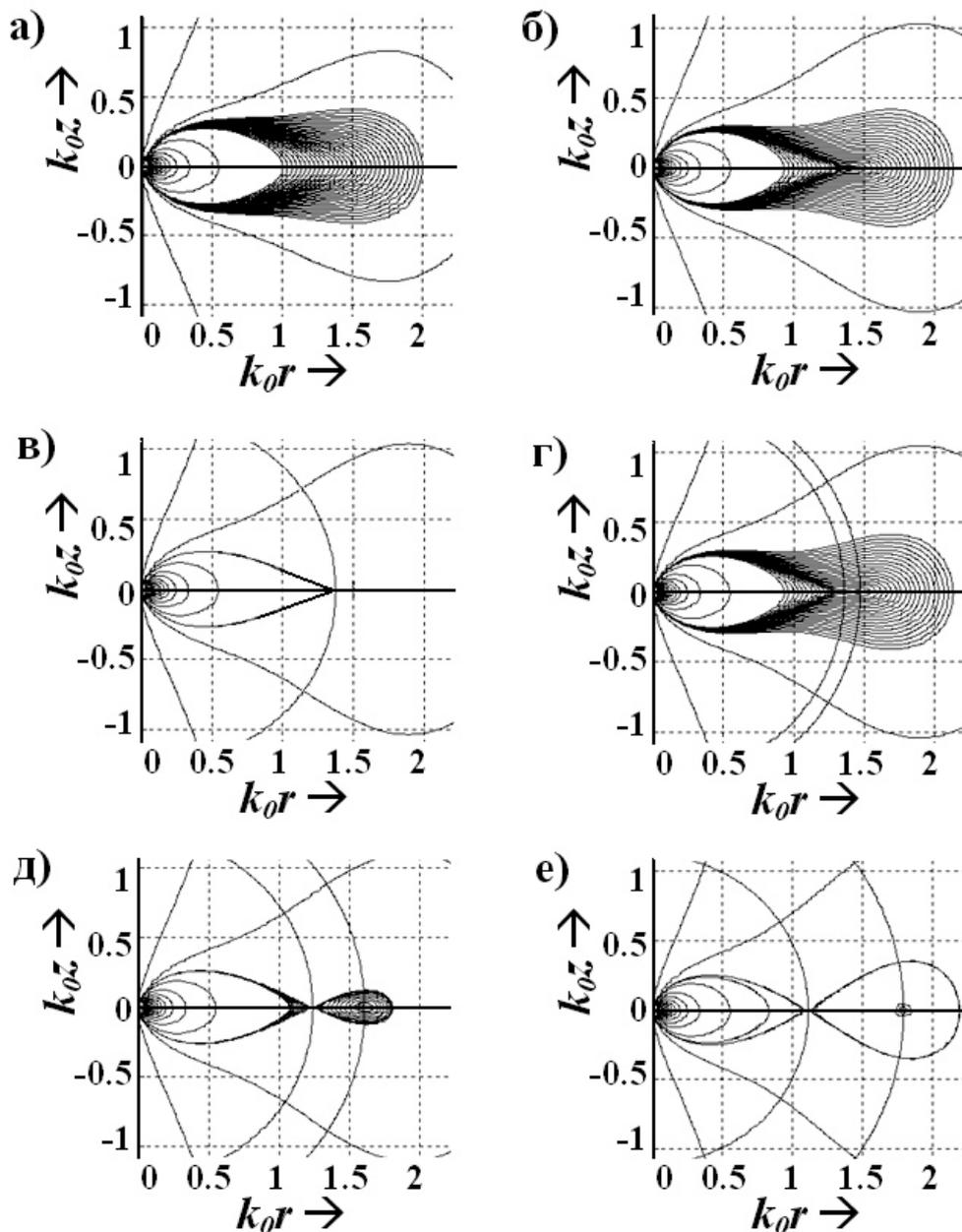


Рис. 2.6 Перестройка силовых линий в окрестности точки бифуркации в моменты времени: а) $\omega t = \omega t_b - \pi/30$, б) $\omega t = \omega t_b - \pi/1000$, в) $\omega t = \omega t_b$, г) $\omega t = \omega t_b + \pi/1000$, д) $\omega t = \omega t_b + \pi/100$, е) $\omega t = \omega t_b + \pi/30$

Далее при $t > t_b$ возникает качественно новая структура поля: рождается семейство вихревых силовых линий, которые начинают двигаться от диполя, постепенно увеличиваясь в объеме (Рис. 2.5в, Рис. 2.6в). Это семейство замкнутых силовых линий окружает особую точку типа центра, которая находится в месте пересечения поверхности $E_0(R, t) = 0$ с осью r . В трехмерном

пространстве этому семейству вихревых линий соответствуют вложенные друг в друга торы, и все семейство охвачено тороидальным “мешком”, “перевязанным” на особой линии в месте пересечения поверхности $E_\theta(R,t)=0$ с осью r . Следом этой линии в меридиональной плоскости, проходящей через ось диполя, является особая точка типа седла. “Концы” тороидального “мешка” замкнуты на диполь. Одновременно с расширением тороидального “мешка” силовые линии, замкнутые на диполь и ограниченные “концами” мешка, сжимаются к диполю. При $\omega t = \pi$ (Рис. 2.5г, в этот момент $q=0$, $I(t) = -I_m$) силовые линии, движущиеся к диполю, схлопываются, а вихревые силовые линии освобождаются из “мешка” и отрываются от диполя. Далее в моменты времени от $\omega t > \pi$ (Рис. 2.5д) родившееся при $\omega t = \pi$ свободное вихревое поле движется от диполя, а вблизи диполя формируется новое квазистатическое поле, отделенное от вихревого поверхностью $E_R(R,t)=0$, радиус которой определен формулой (2.58) при $n=1$. В интервале времен $\pi < \omega t < 2\pi$ картина силовых линий вблизи диполя повторяется, отличаясь только противоположным направлением векторов поля от интервала $0 < \omega t < \pi$.

Описанное выше семейство локализованных в промежуточной и ближней зонах диполя вихревых силовых линий было обнаружено впервые Г.Герцем [1, 86] (см. также [7, 20]), однако его анализу и интерпретации, на наш взгляд, до сих пор не было уделено должного внимания. Из проведенного анализа следует, что ключевыми в формировании вихревого поля вблизи диполя являются два момента: 1) возникновение вихревого поля в замкнутом «тороидальном» мешке (это вихревое поле еще не свободно) и 2) освобождение вихревых линий в момент $\omega t = \pi$, когда электрические заряды равны нулю. Именно к силовым линиям, изображенным на Рис. 2.5в, относится отмеченный Г.Герцем «замечательный факт», заключающийся в том, что «от каждой из внешних силовых линий отшнуровывается замкнутая на себя силовая линия, которая начинает самостоятельно двигаться в пространстве, в то время как остаток силовой линии возвращается в

вibrator» (цитируется по русскому переводу [86] в книге «50 лет волн Герца»)ⁱⁱ.

Из (2.54)-(2.55) следует, что физической причиной формирования вихревых силовых линий в тороидальном “мешке” является совместное действие трех составляющих нестационарного электрического поля: квазистатической, имеющей порядок $(kR)^{-3}$, индукционной, имеющей порядок $(kR)^{-2}$, и поля излучения (порядок $(kR)^{-1}$). При этом основной вклад в формирование поля в этой области вносит индукционная составляющая электрического поля, поскольку величина электрических зарядов при $\omega t_b < \omega t < \pi$ быстро убывает, стремясь к нулю, а ток, напротив, растет по модулю (Рис. 2.3). Справедливость этих рассуждений подтверждается Рис. 2.7, на котором приведены зависимости напряженности электрического поля E_0 вблизи диполя в экваториальной плоскости, рассчитанные в разные моменты времени, причем для понимания процесса формирования силовых линий рассчитана как компонента поля E_0 , так и вклады в нее отдельных составляющих поля (квазистатической – порядка R^{-3} , индукционной – порядка R^{-2} и поля излучения – порядка R^{-1}).

На Рис. 2.8 изображены картины силовых линий квазистатической компоненты электрического поля вблизи диполя в различные моменты времени.

Сопоставление Рис. 2.8 и Рис. 2.5 показывает, что картины силовых линий полного электрического поля диполя и его квазистатической компоненты качественно согласуются только внутри ближайшей к диполю поверхности $E_R=0$ в интервалы времени $0 < \omega t < \omega t_b$.

ⁱⁱСопоставление наших результатов с расчетами Г.Герца [1, 86] потребовало определенных усилий в связи с тем, что обозначения в статье Г.Герца [1, 86] отличаются от современных, в ее русском переводе [86] содержатся ошибки и, кроме того, между нашими данными и расчетами Г.Герца имеется одно расхождение, которое, по нашему мнению, не является принципиальным. По этой причине детальное сопоставление наших результатов с работой Г.Герца подробно рассмотрено в параграфе 2.5.

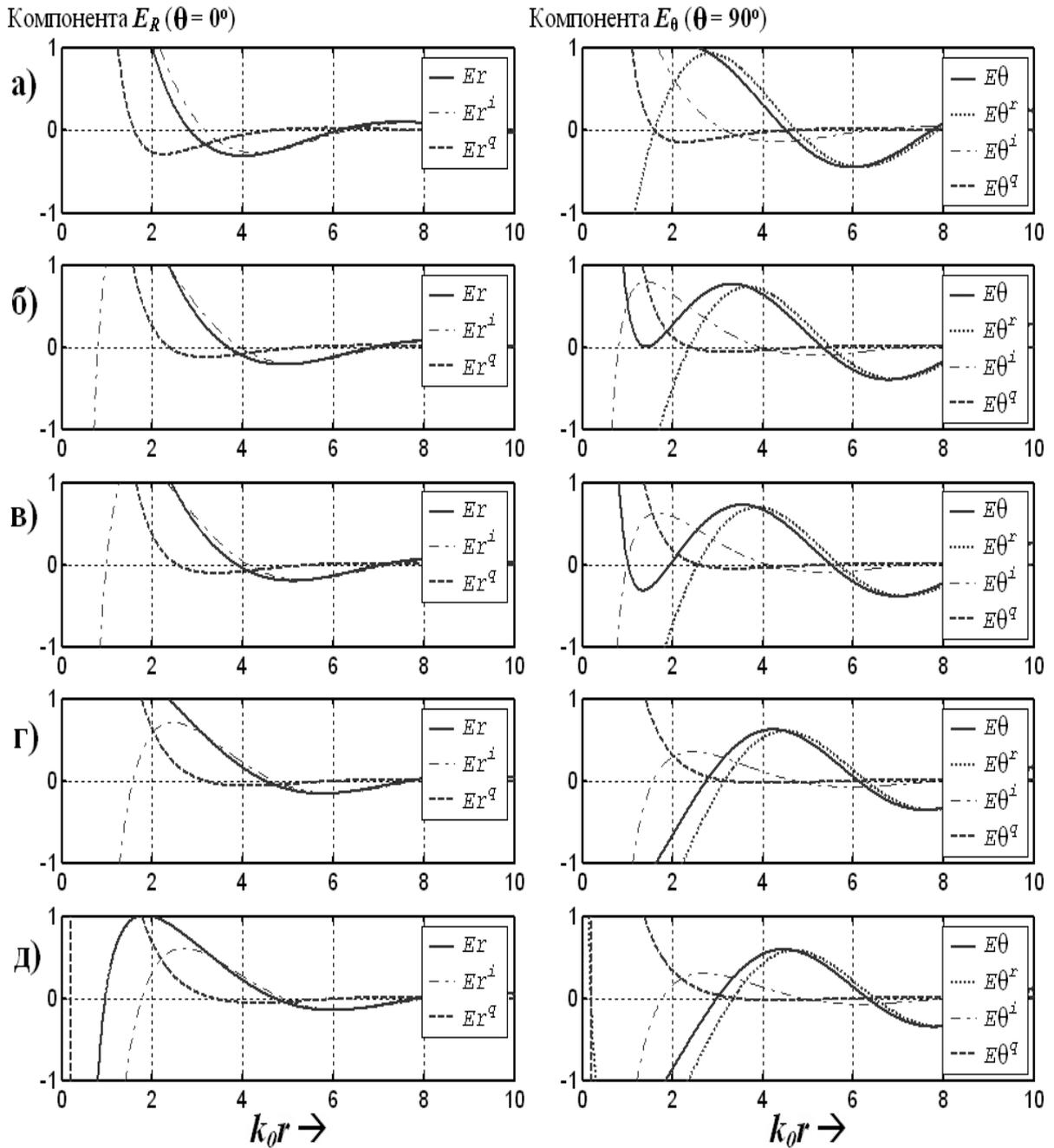


Рис. 2.7 Зависимости амплитуды электрического поля и вкладов (квазистатической составляющей, индукционной и поля излучения) в компоненты E_R (при $\theta = 0^\circ$) и E_θ (при $\theta = 90^\circ$) в экваториальной плоскости от радиуса в различные моменты времени (соответствуют кадрам, обозначенным на Рис. 2.4):

- а) $\omega t = 0,51\pi$
- б) $\omega t = \omega t_b = 0,754\pi$
- в) $\omega t = 0,81\pi$
- г) $\omega t = \pi$
- д) $\omega t = 1,06\pi$

Физическая картина поведения компоненты электрического поля E_θ в экваториальной плоскости (на оси r) достаточно проста. Рассмотрим в качестве примера структуру тангенциальной компоненты электрического поля. Как следует из Рис. 2.7, поле $E_\theta(r)$ имеет колебательный характер, причем до момента бифуркации в промежуточной зоне поле $E_\theta(r)$ имеет минимум, не достигающий до нулевого значения (показан стрелкой). При $t \rightarrow t_b$ этот минимум стремится к нулю и в момент $t=t_b$ поле $E_\theta(r)$ обращается в нуль по параболическому закону (кратный нуль функции $E_\theta(r)$). В последующие моменты времени этот нуль распадается на два простых нуля, один из которых движется от источника (ему соответствует особая точка типа центра), другой – к источнику (ему соответствует особая точка типа седла). Однако следует иметь в виду, что за этой «простотой» пространственно-временного поведения электрического поля в экваториальной плоскости диполя скрывается нетривиальная структура электрического поля в пространстве (Рис. 2.5 в), выявленная только детальным исследованием поля качественными и численными методами.

Обратимся теперь к структуре силовых линий в направлении оси диполя z . Обычно при изображении силовых линий электрического поля диполя эта область либо исключается из рассмотрения [3, 89], либо перекрывается координатными линиями [7, 86].

Без специальных комментариев ответ на вопрос о существовании силовых линий, т.е. и поля, в этом направлении остается открытым. Так, Г. Герц полагал, что при $q=0$ на оси z силовые линии отсутствуют [1, 86]. Анализ поля в направлении оси диполя важен для понимания структуры поля в его ближней зоне. Как следует из (2.10), вдоль оси z существует движущаяся в пространстве последовательность особых точек и связанных с ними силовых линий (см. Рис. 2.2). В моменты времени $\omega t = k_0 R - \phi + n\pi$, когда заряды на диполе равны нулю, а ток максимален, величина напряженности

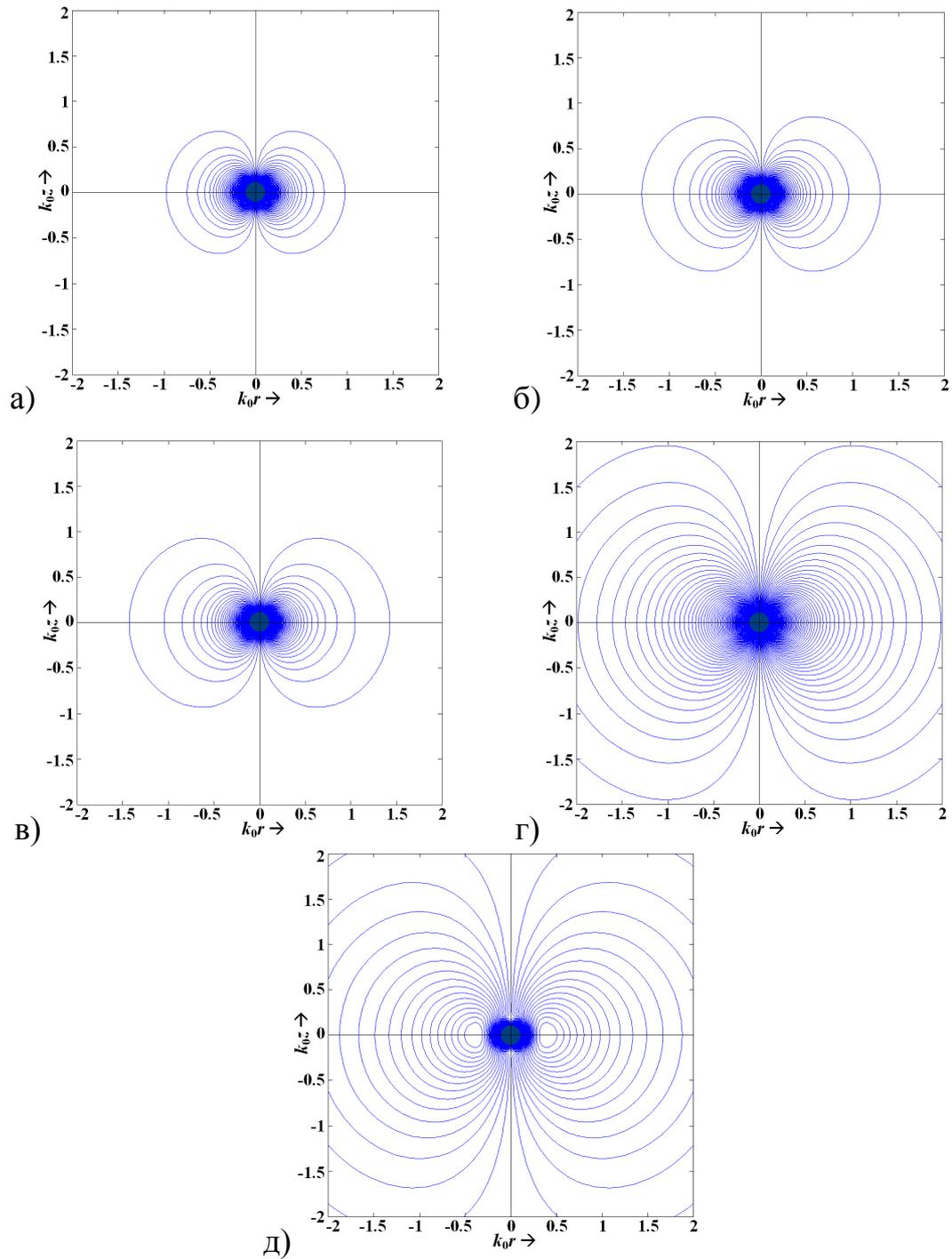


Рис. 2.8 Структура силовых линий квазистатической компоненты электрического поля вблизи диполя в различные моменты времени (соответствуют кадрам, обозначенным на Рис. 2.4):

- а) $\omega t = 0,51\pi$
- б) $\omega t = \omega t_b = 0,754\pi$
- в) $\omega t = 0,81\pi$
- г) $\omega t = \pi$
- д) $\omega t = 1,06\pi$

поля на оси диполя, как следует из (2.10), отлична от нуля и ведет себя, как $(k_0 R)^{-2}$. Причина существования электрического поля вдоль оси диполя в эти моменты времени не связана непосредственно с зарядами, а носит динамический характер – это электрическое поле смещения, индуцированное сторонним электрическим током и созданным им магнитным полем.

Структура силовых линий магнитного поля весьма проста. Замкнутые в экваториальной плоскости силовые линии магнитного поля разделены поверхностями $H_\varphi(R,t)=0$, траектории которых приведены на Рис. 2.2. На оси z магнитное поле равно нулю, т.е. ось z – особая линия магнитного поля.

2.4.2. Качественный анализ в целом структуры вектора Пойнтинга диполя

Достаточно подробное численное исследование структуры вектора Пойнтинга электрического диполя в гармоническом и импульсном режимах возбуждения было проведено сравнительно недавно в работе [10, 11]. Однако стандартный путь численного исследования, при котором векторное поле плотности потока энергии вычислялось с равномерным и сравнительно большим шагом ($\Delta t = \pi/4\omega$) [10, 11], не раскрыл детальную картину поведения вектора Пойнтинга в ближней и промежуточной зонах. Поэтому обратимся к качественному анализу ОДУ для траекторий вектора Пойнтинга в плоскости (z, r) . Соответствующее ОДУ в гармоническом режиме приведено в п.2.3, формула (2.22). Поскольку компоненты вектора Пойнтинга определены соотношениями

$$S_R = E_\theta H_\varphi, \quad S_\theta = -E_R H_\varphi, \quad (2.64)$$

то особенности уравнения (2.22) определяются нулями компонент E_R, E_θ, H_φ .

При глобальном анализе траекторий вектора Пойнтинга будем, как в случае электрического поля, исходить из разбиения пространства - времени поверхностями $E_R=0, E_\theta=0, H_\varphi=0$. Для этого согласно Рис. 2.9 достаточно рассмотреть векторное поле плотности потока энергии в моменты времени на следующих интервалах:

- 1) $0 \leq \omega t \leq \pi/2$,
- 2) $\pi/2 \leq \omega t < \omega t_b$,
- 3) $t = t_b$,
- 4) $\omega t_b < \omega t < \pi$.

(2.65)

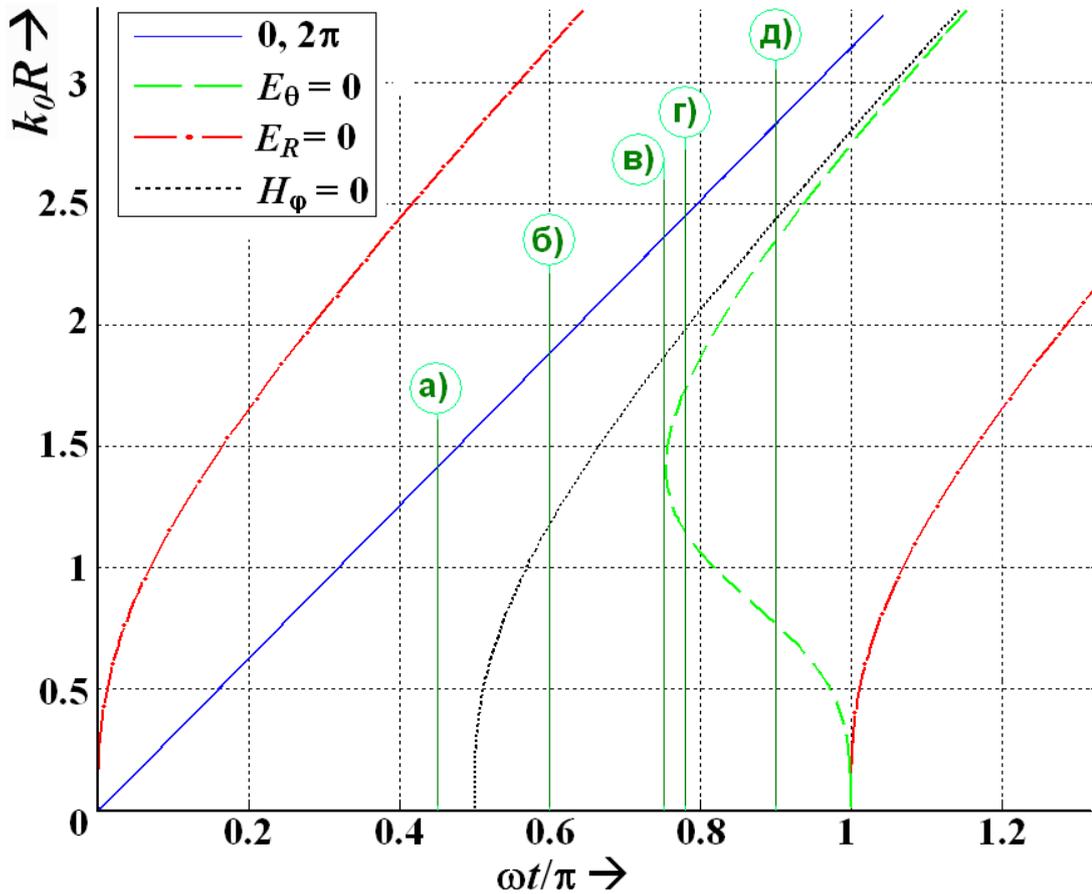


Рис. 2.9 Траектории движения поверхностей $E_R(R,t)=0$, $E_\theta(R,t)=0$ и $H_\phi(R,t)=0$. Обозначениям а), б), в), г) и д) – соответствуют моменты времени, в которых рассчитаны кадры картин векторного поля плотности потока энергии. Кадры приведены на Рис. 2.10 а)-д) соответственно.

Результаты расчета приведены на Рис. 2.10 а)-е).

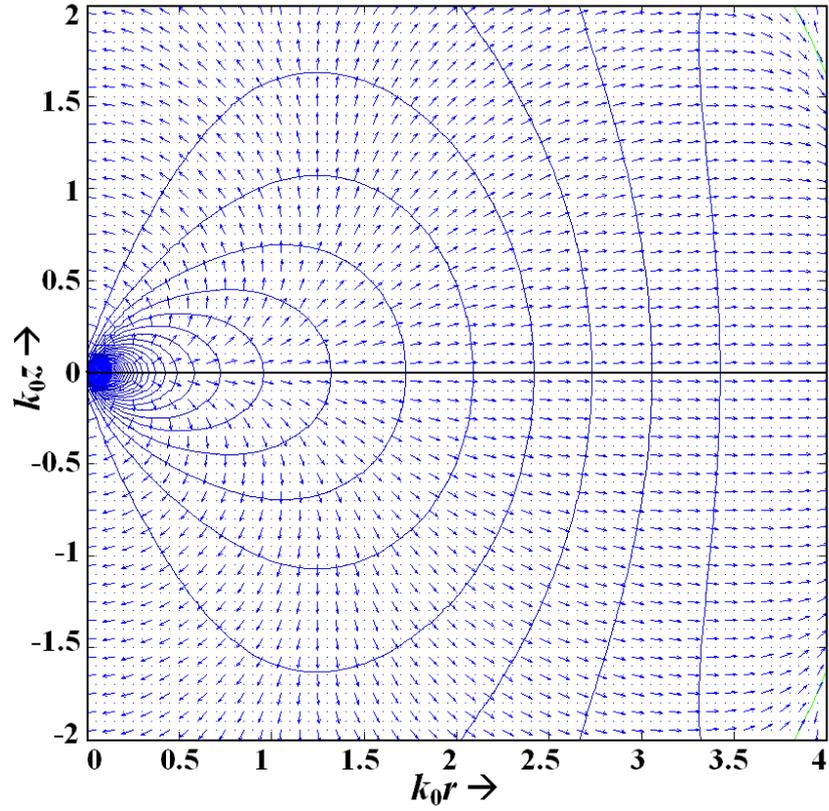


Рис. 2.10 а) Векторное поле плотности потока энергии в момент времени $\omega t = 0,45\pi$

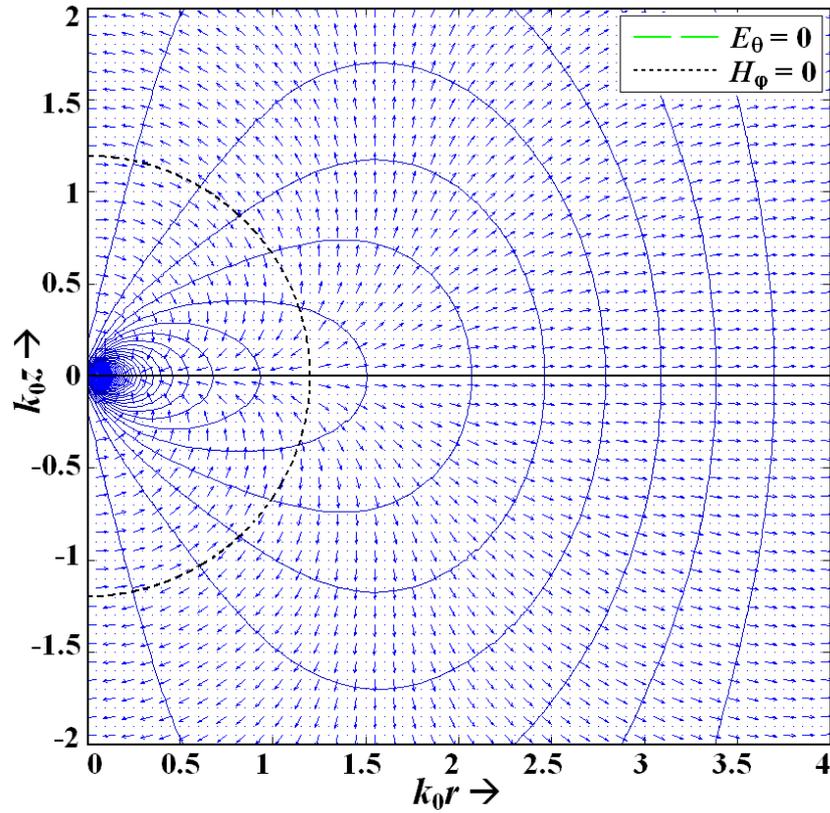


Рис. 2.10 б) Векторное поле плотности потока энергии в момент времени $\omega t = 0,6\pi$

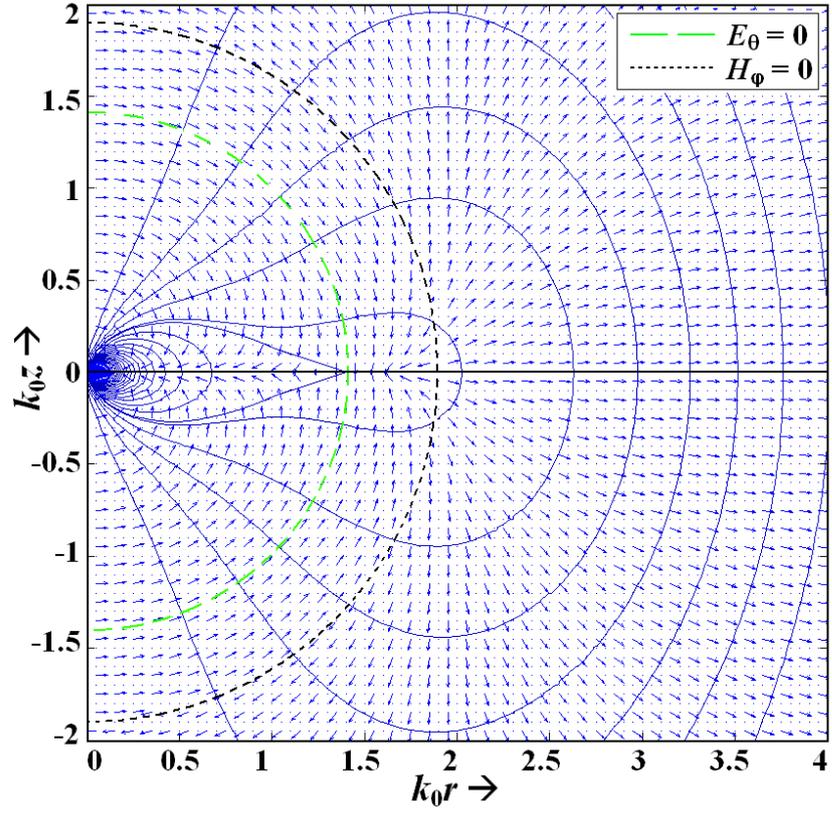


Рис. 2.10 в) Векторное поле плотности потока энергии в момент времени $\omega t = \omega t_b = 0,754\pi$

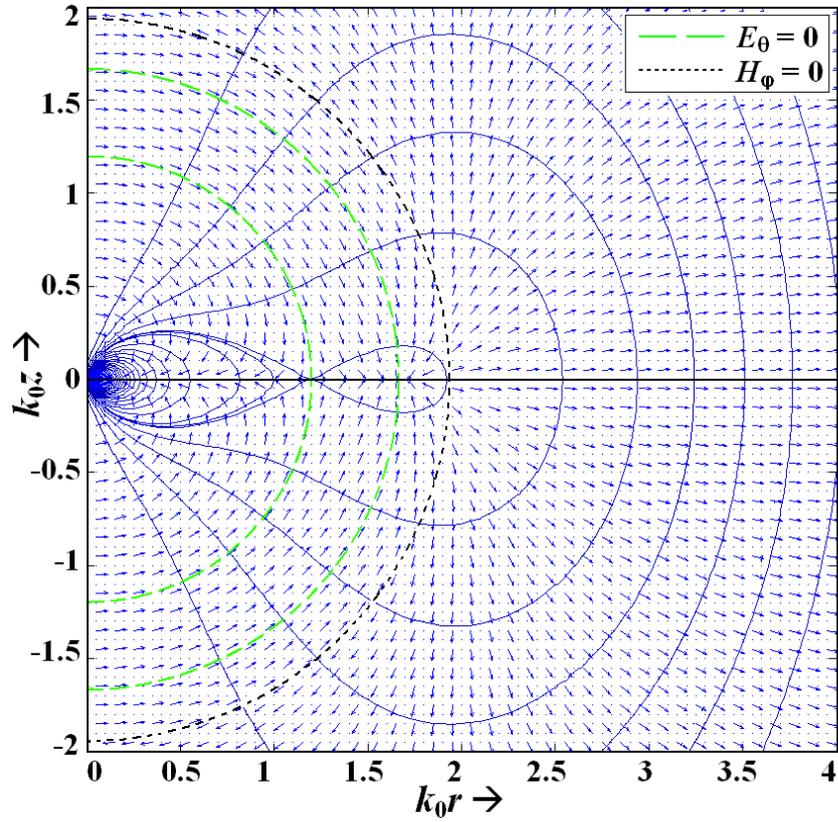


Рис. 2.10 г) Векторное поле плотности потока энергии в момент времени $\omega t = 0,77\pi$

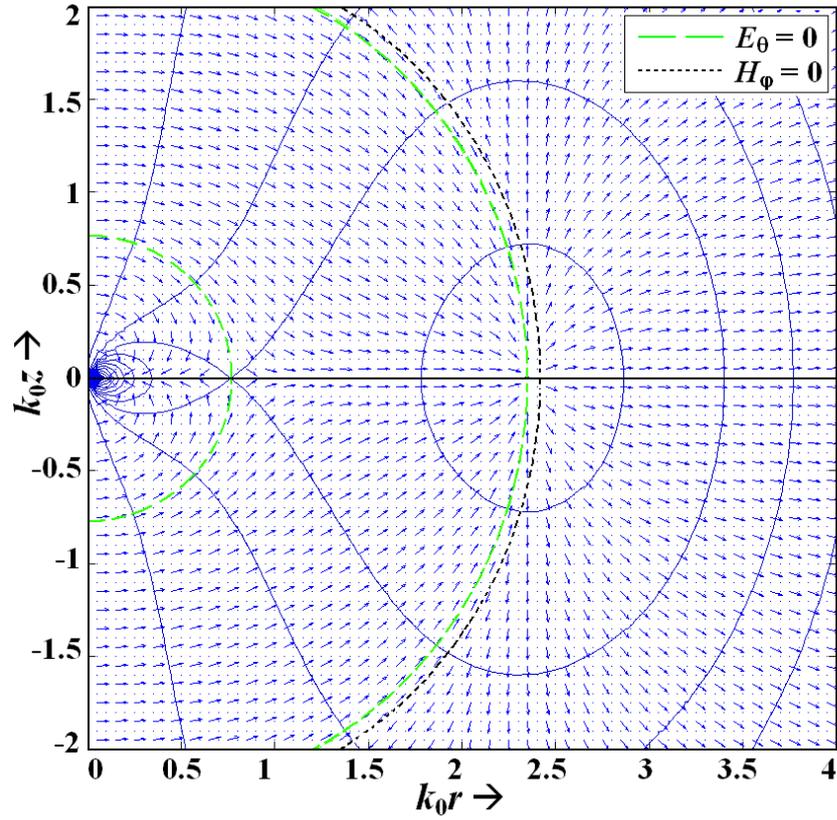


Рис. 2.10 д) Векторное поле плотности потока энергии в момент времени $\omega t = 0,9\pi$

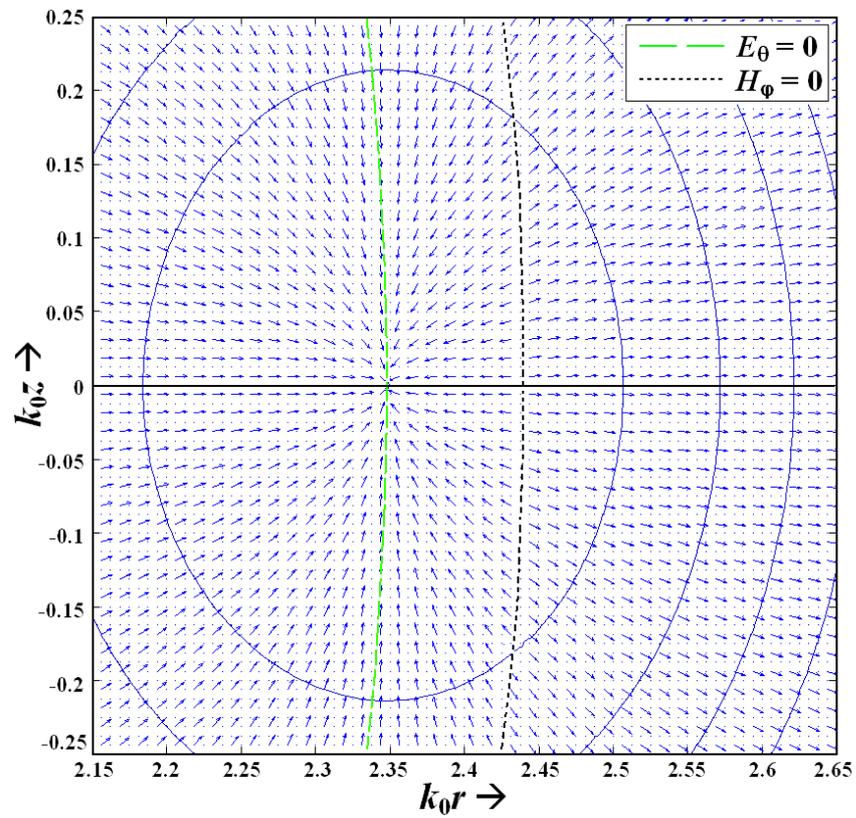


Рис. 2.10 е) Векторное поле плотности потока энергии в момент времени $\omega t = 0,9\pi$ (увеличенная область Рис. 2.10 д))

Из рисунка следует, что структура линий плотности потока энергии оказывается достаточно сложной в окрестностях особых точек вектора Пойнтинга. Результаты расчета согласуются с локальным анализом, выполненным в п.2.3 и приведенным на Рис. 2.2.

Изображенные на Рис. 2.10в) структура силовых линий и векторное поле плотности потока энергии в момент точки бифуркации, сопоставимы с изображениями в п.2.3 Рис. 2.2., рассчитанным по формулам (2.41) и (2.53), соответствующим сложной особой точке – слиянию узла с седлом. Рис. 2.10г) сопоставим с изображениями Рис. 2.2, рассчитанным по формулам (2.38) и (2.50), которые соответствуют особой точке типа узла, и по формулам (2.39) и (2.51), которые соответствуют особой точке типа седла. Также хорошо можно увидеть соответствие особой точки типа узла на Рис. 2.10е) и изображениях Рис. 2.2., рассчитанных по формулам (2.38) и (2.50).

Что касается сопоставления наших результатов с расчетами [10, 11], то обратим внимание на следующее. На графиках [10, 11] тонкая структура линий вектора Пойнтинга в окрестностях особых точек и в области сближения нулей компонент нулей H_φ и E_θ трудно различима вследствие неудачно выбранных моментов расчета и недостаточного разрешения рисунков. Как следует из наших расчетов (см. Рис. 2.2), в ближней зоне наблюдаются разнесенные в пространстве нули вектора Пойнтинга, обусловленные, с одной стороны, обращением в нуль компоненты H_φ , с другой – компонентами E_θ и E_R . С ростом времени нули H_φ и E_θ сближаются и сливаются, что и приводит к трудностям представления вектора Пойнтинга при численном исследовании.

2.5. О работе Г.Герца «Силы электрических колебаний, рассматриваемые с точки зрения теории Максвелла»

В 1889 году была опубликована пионерская работа Г.Герца, посвященная теории излучения элементарного электрического вибратора (диполя) при возбуждении его гармоническим током [1, 86]. В этой статье впервые были изучены силовые линии электрического поля простейшей антенны и выявлен физический механизм возникновения поля излучения, как формирования вихревых силовых линий, отрывающихся от диполя. Процесс формирования поля был проиллюстрирован расчетами силовых линий вблизи диполя для четырех моментов времени. В дальнейшем картины силовых линий диполя приводились во многих энциклопедиях и учебниках (см. например, [3, 89]). Однако одна из картин силовых линий, по мнению Г.Герца, важная для понимания процесса излучения, в последующих публикациях длительное время не повторялась и не привлекала к себе внимание. Исключением являются биография Г. Герца [90] и учебник [6], в которых упомянутая картина силовых линий приведена в весьма мелком масштабе и без комментариев. Лишь в подробных расчетах силовых линий диполя, проведенных в [5, 7, 20] снова было подтверждено существование этой картины силовых линий, но она также осталась без комментариев.

Мы полагаем важным обсудить эту работу Г.Герца в связи с проведенным в главе 2 качественным анализом и установить соответствие между результатами его работы и современными публикациями.

При сопоставлении современных работ с исходной работой Г.Герца следует иметь в виду, что в [1] (см. также русский перевод [86]) за период колебания и длину волны приняты величины вдвое меньшие, чем в современных публикациях: «интервал времени T_H » и «длина волны λ_H » в работе Г.Герца (индекс H здесь относится к величинам в работе Г.Герца) соответствуют полупериоду колебания в современных обозначениях. Кроме того, в русском переводе статьи [1], как следует из анализа текста перевода,

допущена путаница в нумерации рисунков 1-4 на стр. 102-103: указанной в [86] последовательности времен $t=0$, $T/4$, $T/2$, $3T/4$ соответствуют Рис. 1, 3, 4, 2. В правильной последовательности и нумерации рисунки из статьи Г.Герца приведены в оригинале [1], из которого взята правая колонка Рис. 2.11 а) – г).

Упомянутые детали учтены в [90], где дано изложение работы [1] (см. также русский перевод [86]) в современных обозначениях и рисунки силовых линий приведены в правильной последовательности. Еще одна особенность [1], несколько затрудняющая сопоставление с другими работами, заключается в том, что расчеты [1] привязаны к начальному моменту времени, при котором ток диполя максимален, в то время как в других работах, как правило, в начальный момент времени ток диполя полагается равным нулю [5].

Обратим внимание на правый Рис. 2.11г) (Fig. 30 из работы Г.Герца). На этом рисунке показано, что в определенный момент времени вблизи диполя возникает семейство вихревых силовых линий, которое, однако, пока не оторвалось от диполя, поскольку охвачено снаружи силовыми линиями, замкнутыми на диполь. Именно к силовым линиям, изображенным на Рис. 2.11г) относится отмеченный Г.Герцем и упомянутый в п.2.4 «замечательный факт», заключающийся в том, что «от каждой из внешних силовых линий отшнуровывается замкнутая на себя силовая линия, которая начинает самостоятельно двигаться в пространстве, в то время как остаток силовой линии возвращается в вибратор».

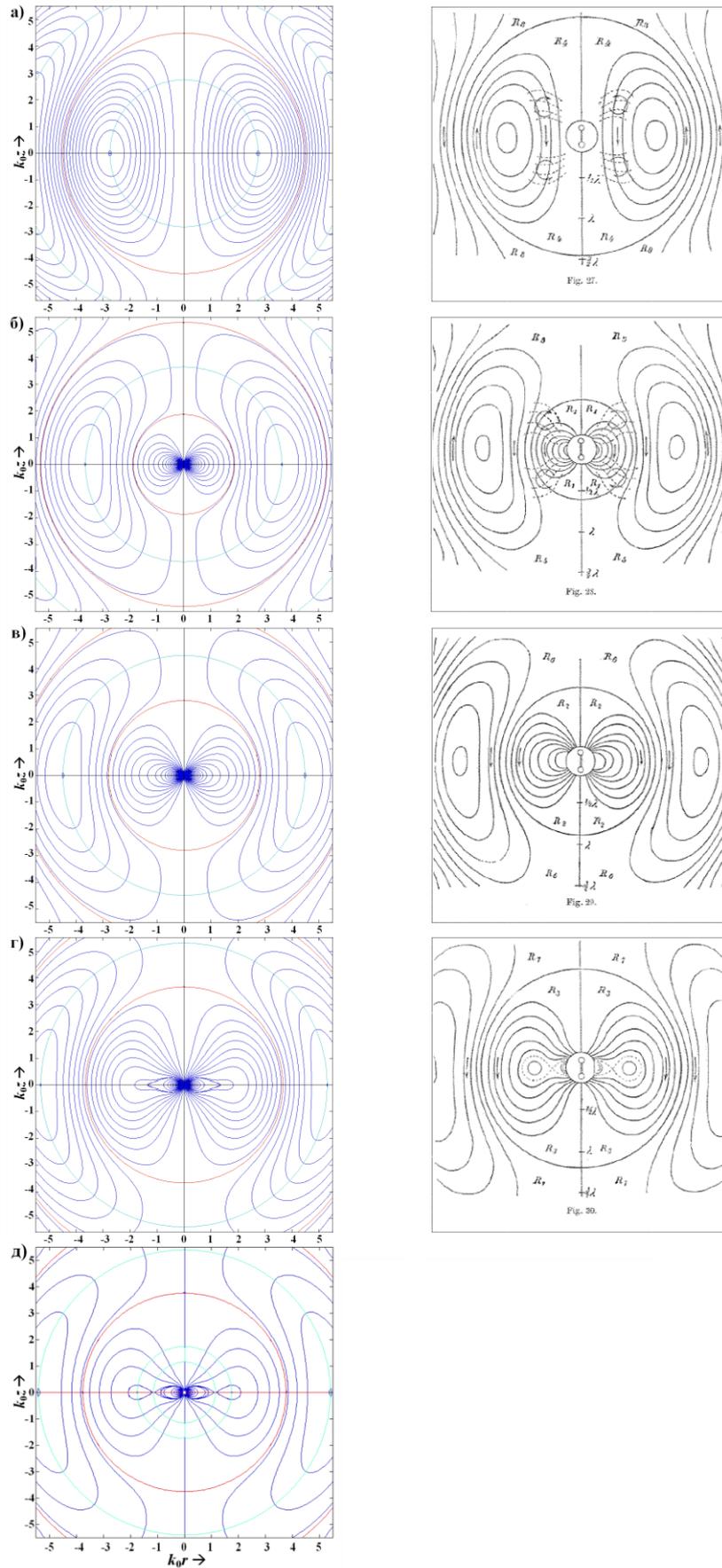


Рис. 2.11 Картины силовых линий в моменты времени а) $\omega t = 0$, б) $\omega t = \pi/4$, в) $\omega t = \pi/2$, г) $\omega t = 3\pi/4$, д) $\omega t = 0,78\pi$; справа - копия рисунков работы Г.Герца [1], слева - рассчитанные по формулам данной главы

При сопоставлении наших результатов с [1] (см. также русский перевод [86]) было обнаружено следующее. Согласно (2.62) вихревые силовые линии в «тороидальном» мешке возникают после момента времени $t_b \approx 0,377T > 3T/8$. Однако приведенный выше правый Рис. 2.11г) (Fig. 30 из работы Г.Герца), аналогичный нашему Рис. 2.5в), согласно Г.Герцу относится к более раннему моменту времени ($3T_H/4$ в обозначениях [1], что соответствует нашему времени $3T/8$). Причины такого расхождения остались неясными. Наши результаты тщательно выверены аналитически и подтверждены расчетами, согласующимися с расчетами в [5], [20]. Наиболее вероятно, что Fig. 30 из работы Г.Герца [1] фактически относится к более позднему моменту времени, чем указано в [1]. Из проведенного нами анализа следует, что он соответствует моменту времени $0,78T_H > 3T_H/4$ (в наших обозначениях $0,39T$). Возможно, что именно по этой причине в большинстве расчетов силовых линий диполя, приведенных в энциклопедиях и монографиях, проводившихся с равномерным шагом (как правило, через четверть периода в современных обозначениях), эта картина силовых линий была пропущена.

Мы считаем важным сам факт существования силовых линий указанного вида, обнаруженный впервые в [1], и его трактовку Г.Герцем, а не отмеченное выше расхождение.

2.6. Качественный анализ в целом полей электрического диполя (периодический негармонический и импульсный режимы)

2.6.1. Качественный анализ траекторий особых точек

Качественный анализ проведем для двух вариантов зависимостей дипольного момента от времени. В первом варианте положим, что дипольный момент является негармонической периодической функцией времени, непрерывной вместе с первой и второй производными. Во втором варианте будем задавать дипольный момент как импульс конечной

длительности. При этом для корректного описания полей в окрестностях фронта и спада импульса следует задавать дипольный момент функцией, обращающейся на фронте и спаде в нуль вместе с первой и второй производнымиⁱⁱⁱ. В противном случае аппроксимации импульсов, дающие при дифференцировании скачки поля и δ -функции, приводят к физически нереалистичному поведению поля [63].

Закономерности поведения полей изучим для дипольного момента заряда

$$p(t) = \sin^a(\omega t / 2) \sin(\omega t), \quad -\infty < t < \infty \quad (2.66)$$

При $a=0$ функция (2.66) соответствует гармоническому режиму возбуждения диполя, при $2 > a > 0$ – периодическому негармоническому режиму, при $a > 2$ обращается в нуль в точках $\omega t = 2\pi n$, $n=0, \pm 1, \pm 2 \dots$ вместе с первой и второй производными, так что отрезок функции (2.66) на временном интервале $0 \leq \omega t \leq 2\pi$ – это импульс, удовлетворяющий сформулированным выше условиям.

Зависимости импульса заряда (2.66) и его первой и второй производных от времени приведены на Рис. 2.12 для параметра $a=2$.

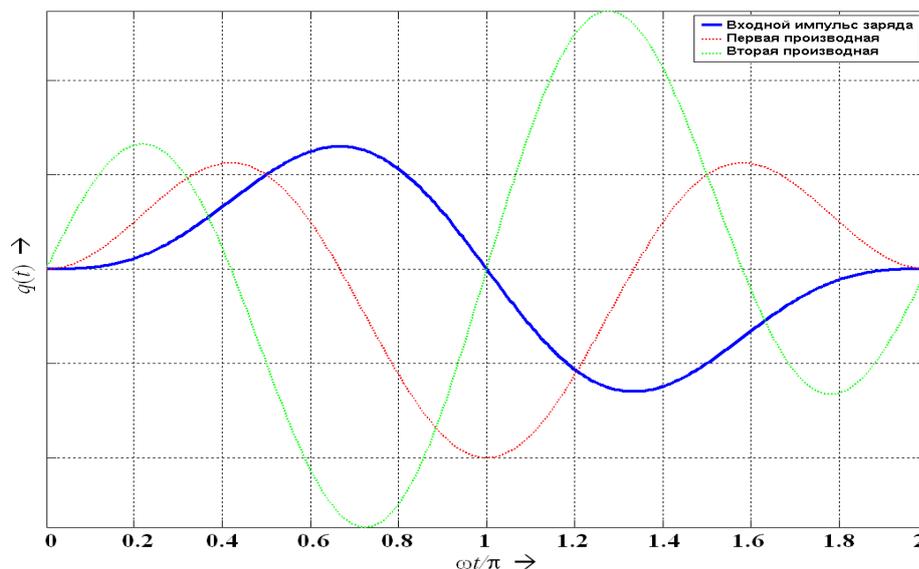


Рис. 2.12 Зависимости импульса заряда и его первой и второй производных от времени

ⁱⁱⁱЭто условие одновременно обеспечивает обращение в нуль интегралов по времени от первой и второй производных заряда, т.е. отсутствие постоянной составляющей поля.

В негармоническом режиме уравнения для траекторий ОТ на оси z для сигнала (2.66) находятся в явном виде путем аналитического решения трансцендентного уравнения $f_1(z)=0$. Они определяются зависимостью

$$\omega t = kz - \arctg[kz(1 + a/2)] - \arcsin \frac{akz}{2\sqrt{1 + (kz)^2(1 + a/2)^2}} + n\pi \quad (2.67)$$

Из соотношения (2.67) дифференцированием по kR находится условие бифуркации как условие обращения в бесконечность (2.25) фазовой скорости поверхности $E_R=0$ (2.26)

$$kz_b = \sqrt{\frac{a(3a + 4)}{(a + 1)(a + 2)^2}} \quad (2.68)$$

Положения особых точек на оси r для сигнала (2.66) находятся численно как решения трансцендентного уравнения $f_2(r)=0$.

Решения этого уравнения можно получить следующим способом. При $z=0$ уравнение $f_2 = p(\tau) + rp'(\tau) + r^2 p''(\tau) = 0$ - это квадратное уравнение относительно $r(\tau)$. Решая это квадратное уравнение, получим два решения, как функции переменной τ . Физический смысл имеют только действительные положительные решения, область существования которых определяется условием

$$(p'(\tau))^2 - 4p''(\tau)p \geq 0.$$

С учетом этого условия действительные решения находятся перебором переменной τ , при этом одновременно определяются условия бифуркации особых точек.

Кроме того, асимптотики траекторий ОТ были найдены из (2.10), (2.11) в предельных случаях $R \rightarrow 0$ и $R \rightarrow \infty$.

Траектории ОТ для импульса (2.66) при различных значениях параметра a приведены на Рис. 2.13 б)–д). Для сравнения приведены траектории ОТ для гармонического режима (Рис. 2.13 а).

В результате анализа (см. Рис. 2.13) было установлено следующее. Траектории ОТ на оси r для импульса (2.66) при $a < 0,2$ на интервале $0 < \omega t < \pi$

качественно ведут себя так же, как траектории ОТ в гармоническом режиме на полупериоде $2\pi n < \omega t < 2\pi n + \pi$. Качественные отличия траекторий ОТ импульса (2.66) от гармонического режима проявляются вблизи диполя (на радиусах менее длины импульса) и заключаются в следующем: 1) при $a > 0$ траектория ОТ на оси z имеет точку бифуркации, причем нижняя ветвь траектории поворачивает в сторону больших времен и входит в начало координат ($R=0$) под углом больше 90° ; 2) при $a > 0,2$ траектория ОТ на оси r , помимо точки бифуркации, наблюдаемой в гармоническом режиме, имеет вторую точку бифуркации при меньших радиусах, после этой точки траектория ОТ входит в начало координат под углом меньше 90° , поворачивая в сторону меньших времен; 3) при $a \geq 0,33$ траектория ОТ на оси r после точки бифуркации, наблюдаемой в гармоническом режиме, движется в сторону диполя до некоторого минимального расстояния и затем начинает удаляться на бесконечность, т.е. на траектории имеется точка, в которой скорость движения ОТ обращается в нуль и далее меняет знак; 4) имеется нетривиальная точка бифуркации, соответствующая совпадению поверхностей $E_R=0$ и $E_\theta=0$ (см. п.2.3).

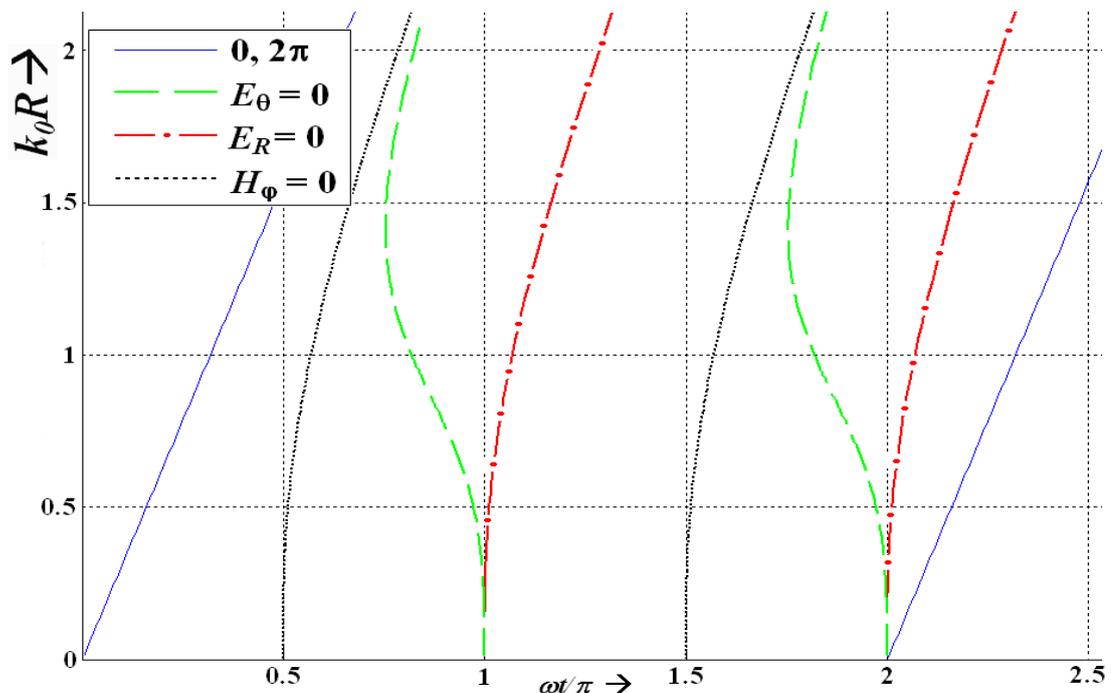


Рис. 2.13 а) Траектории движения поверхностей $E_R(R,t)=0$, $E_\theta(R,t)=0$ и $H_\phi(R,t)=0$ для импульса (2.66) при $a = 0$

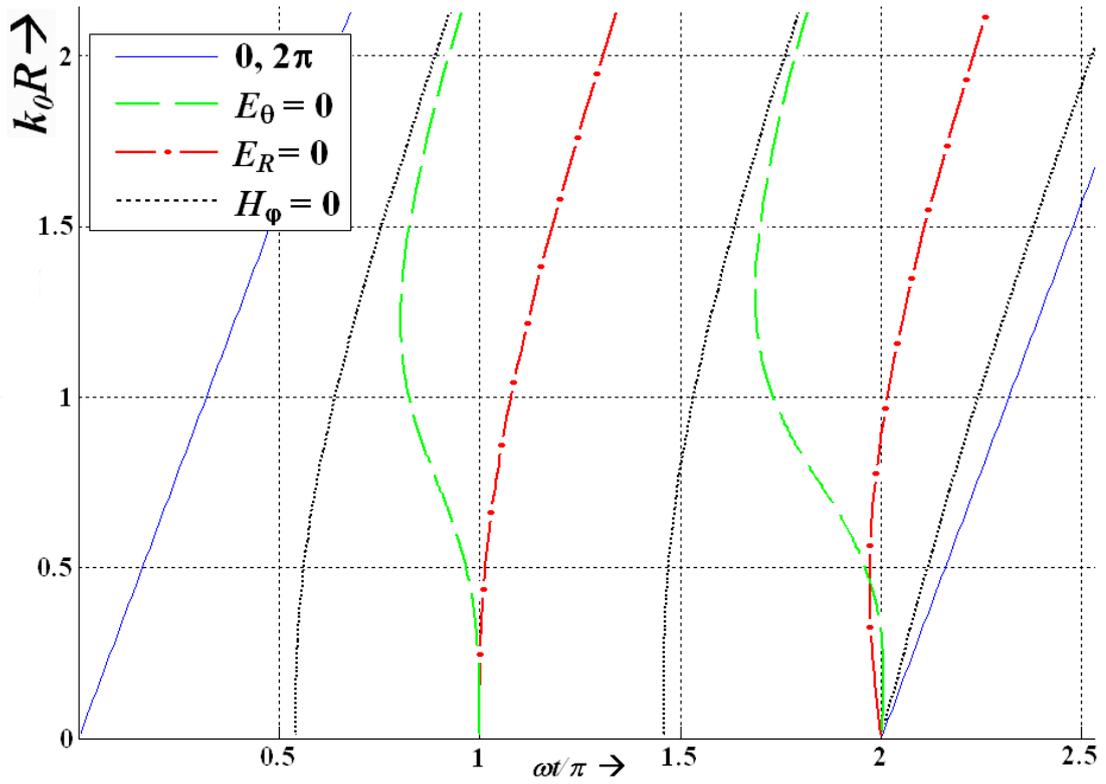


Рис. 2.13 б) Траектории движения поверхностей $E_R(R,t)=0$, $E_\theta(R,t)=0$ и $H_\phi(R,t)=0$ для импульса (2.66) при $a = 0,3$

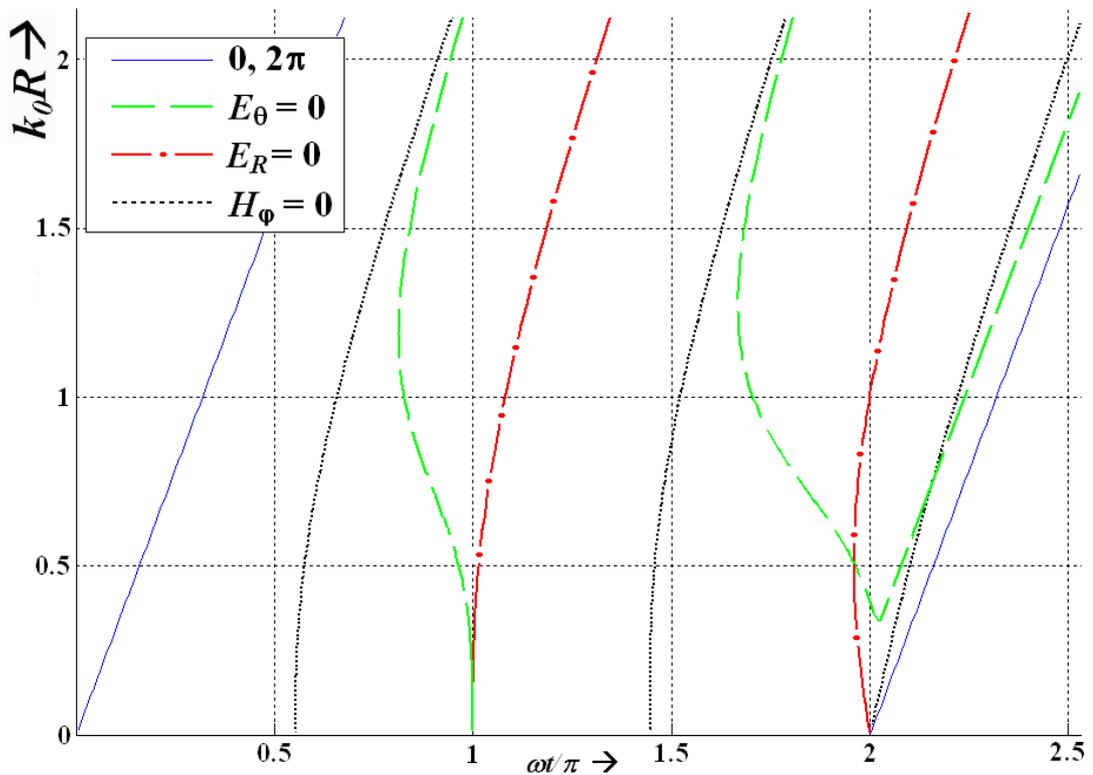


Рис. 2.13 в) Траектории движения поверхностей $E_R(R,t)=0$, $E_\theta(R,t)=0$ и $H_\phi(R,t)=0$ для импульса (2.66) при $a = 0,4$

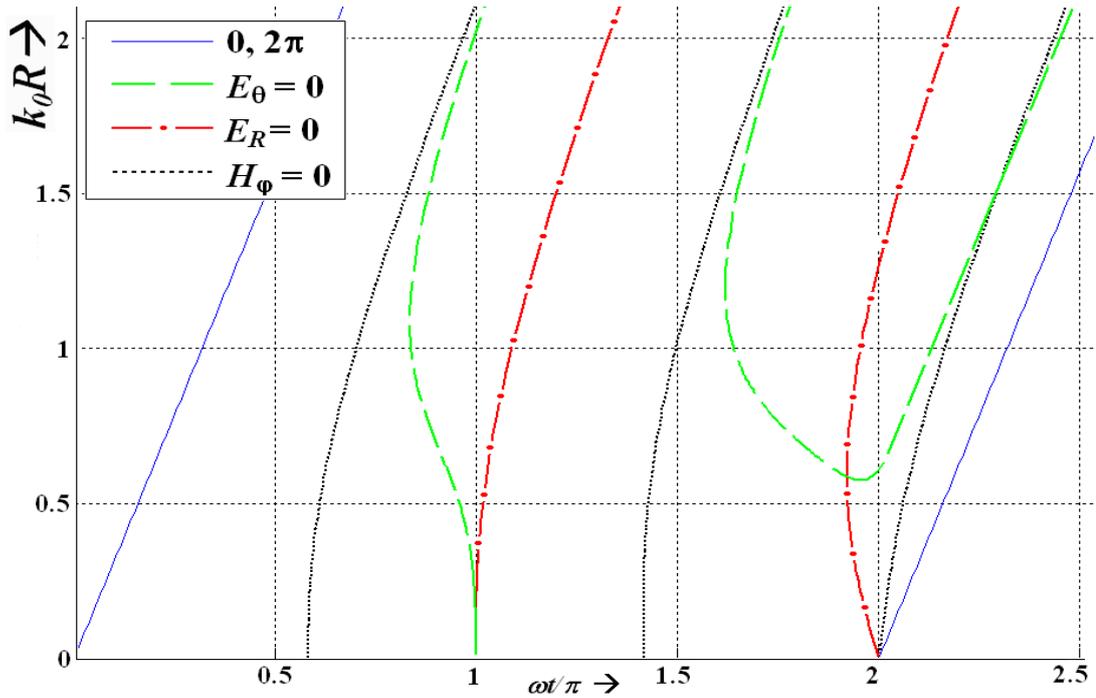


Рис. 2.13 г) Траектории движения поверхностей $E_R(R,t)=0$, $E_\theta(R,t)=0$ и $H_\phi(R,t)=0$ для импульса (2.66) при $a = 0,7$

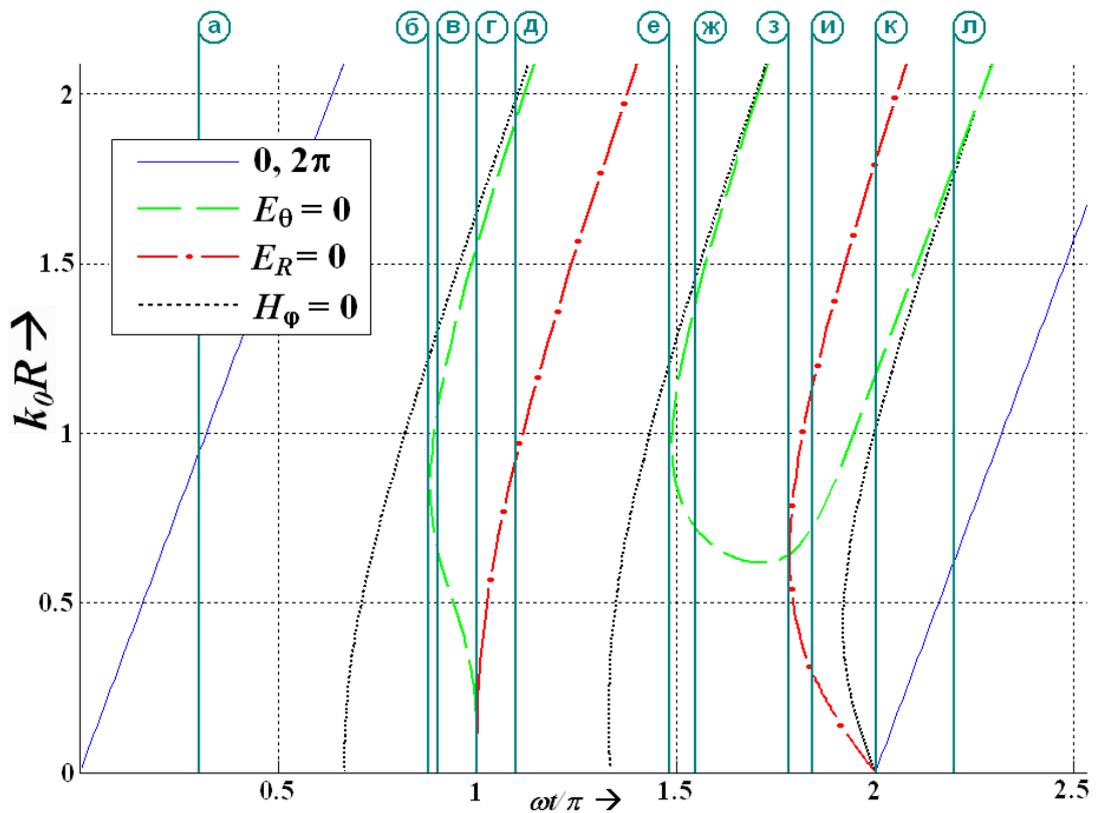


Рис. 2.13 д) Траектории движения поверхностей $E_R(R,t)=0$, $E_\theta(R,t)=0$ и $H_\phi(R,t)=0$ для импульса (2.66) при $a = 2$. Обозначениям а)-л) – соответствуют моменты времени, в которых рассчитаны кадры картин силовых линий. Кадры приведены на Рис. 2.14 а)-л) соответственно.

Аналогично гармоническому режиму по виду траекторий Рис. 2.13 б)-д) можно дать классификацию качественно различных картин силовых линий импульса в интервале времен $0 \leq \omega t < 2\pi$. Так, траекториям Рис. 2.13д) (для $a=2$) соответствует классификация картин силовых линий:

$$\begin{aligned}
 \text{а)} & \quad 0 \leq t < t_{b1}, \\
 \text{б)} & \quad t = t_{b1}, \\
 \text{в)} & \quad t_{b1} < t < t_{b2}, \\
 \text{г)} & \quad t_{b2} = \pi/\omega, \\
 \text{д)} & \quad t_{b2} < t < t_{b3}, \\
 \text{е)} & \quad t = t_{b3}, \\
 \text{ж)} & \quad t_{b3} < t < t_{b4}, \\
 \text{з)} & \quad t = t_{b4}, \\
 \text{и)} & \quad t_{b4} < t < t_{b5}, \\
 \text{к)} & \quad t_{b5} = 2\pi/\omega, \\
 \text{л)} & \quad t > t_{b5}.
 \end{aligned} \tag{2.69}$$

В этой классификации точка бифуркации t_{b1} возникает на траектории ОТ, порождаемой поверхностью $E_0=0$, $t_{b2}=\pi/\omega$ соответствует слиянию траекторий $E_0=0$ и $E_R=0$ при $R=0$, t_{b3} , аналогично t_{b1} , возникает на траектории ОТ, порождаемой следующей по времени поверхностью $E_0=0$, t_{b4} соответствует слиянию поверхностей $E_0=0$ и $E_R=0$ в интервале $\pi < \omega t < 2\pi$, t_{b5} соответствует входу траектории ОТ, связанной с поверхностью $E_R=0$, в начало координат.

2.6.2. Обсуждение структуры силовых линий электрического поля диполя в импульсном режиме

Приведем результаты расчетов силовых линий импульса (2.66) при $a=2$ в соответствии с классификацией (2.69) в интервале времен $0 \leq \omega t < 2\pi$.

На Рис. 2.14 а) – л) показаны структуры электрического поля диполя в меридиональной плоскости в разные моменты времени согласно (2.69). Сплошными синими кривыми нанесены силовые линии, штриховыми зелеными окружностями - следы поверхностей $E_\theta(R,t)=0$, штрих - пунктирными красными - следы поверхностей $E_R(R,t)=0$. Для наглядности все картины силовых линий изображены повторно на одном листе - Рис. 2.15 а) – л) (стр.88).

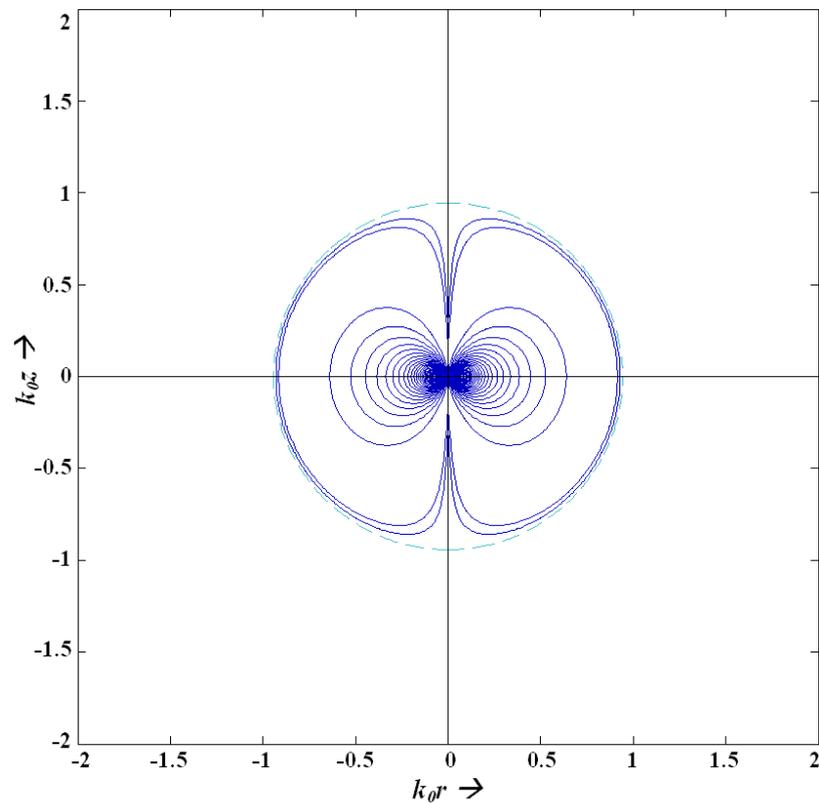


Рис. 2.14 а) Структура электрического поля вблизи диполя в момент времени $0 \leq t < t_{b1}$, $\omega t = 0,3\pi$

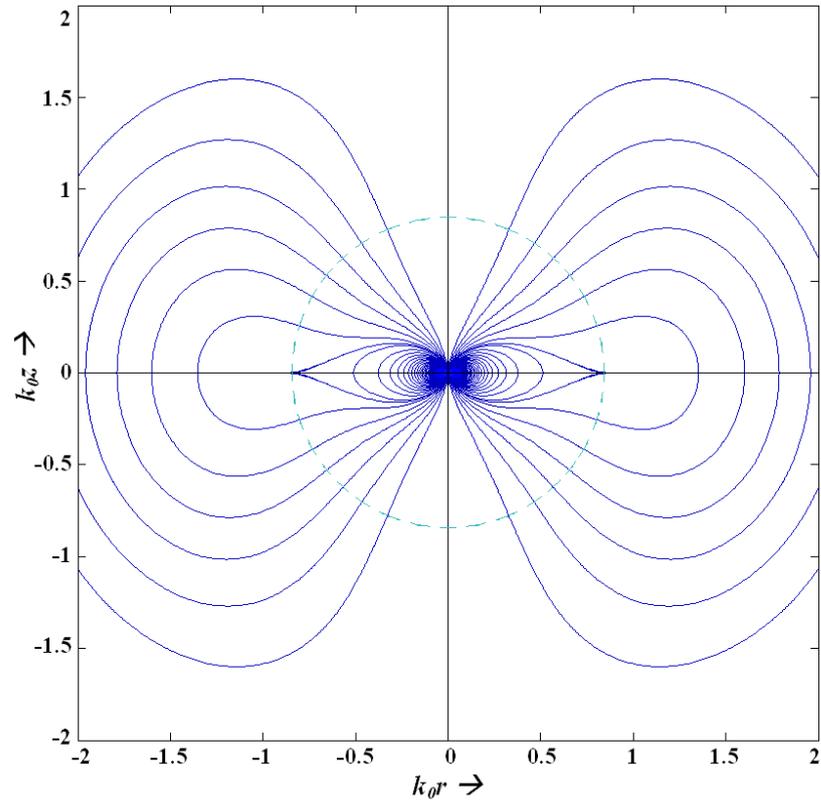


Рис. 2.14 б) Структура электрического поля вблизи диполя в момент времени $t=t_{b1}$, $\omega t=0,8829\pi$

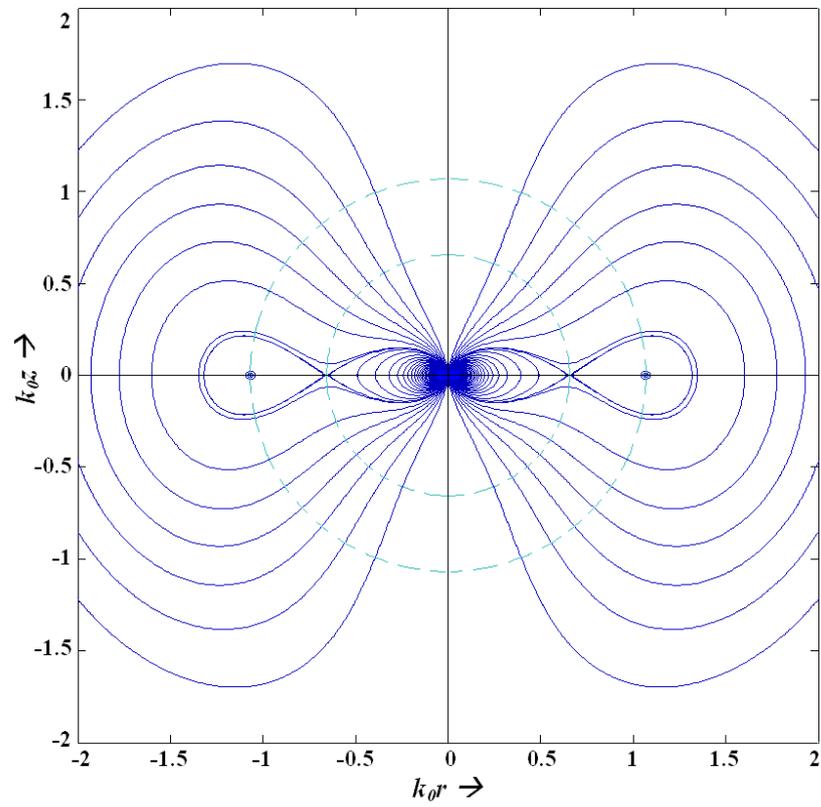


Рис. 2.14 в) Структура электрического поля вблизи диполя в момент времени $t_{b1} < t < t_{b2}$, $\omega t=0,9\pi$

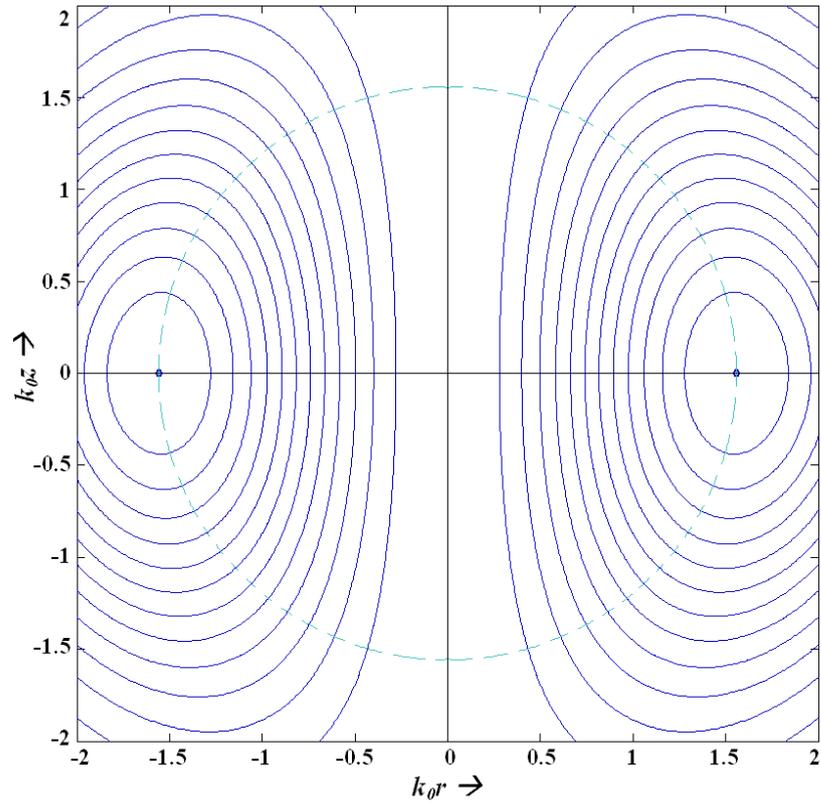


Рис. 2.14 г) Структура электрического поля вблизи диполя в момент времени $\omega t_{b2} = \pi$

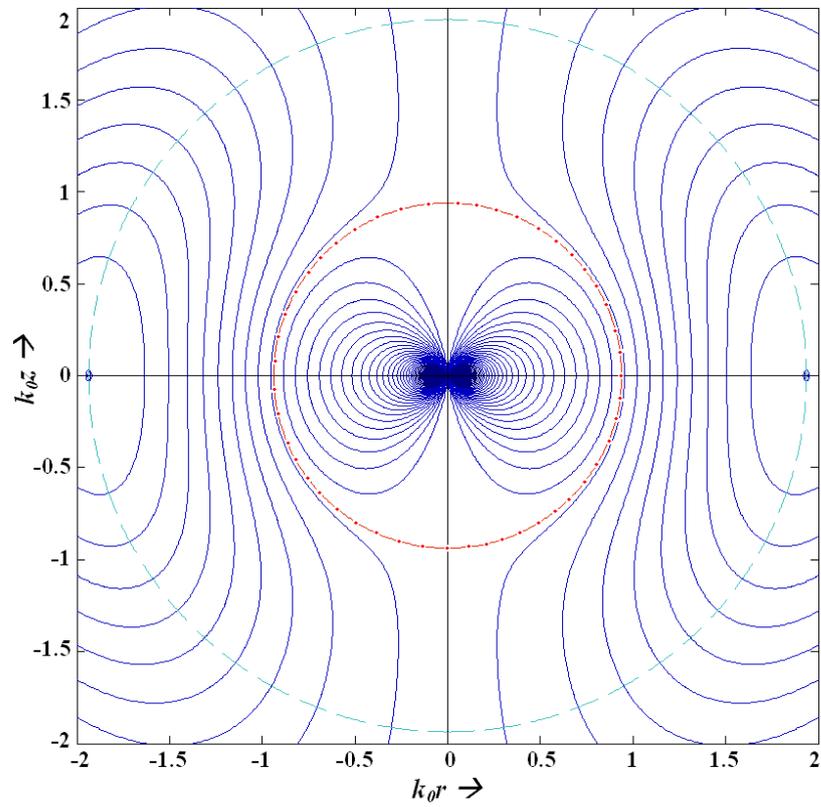


Рис. 2.14 д) Структура электрического поля вблизи диполя в момент времени $t_{b2} < t < t_{b3}$, $\omega t = 1, 1\pi$

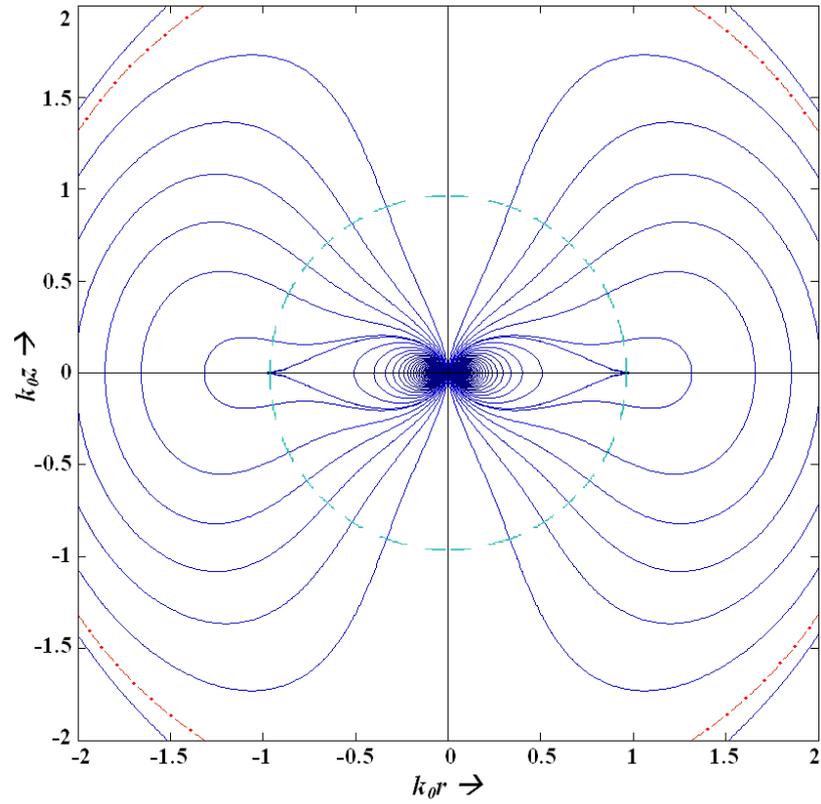


Рис. 2.14 е) Структура электрического поля вблизи диполя в момент времени $t=t_{b3}$, $\omega t=1,49\pi$

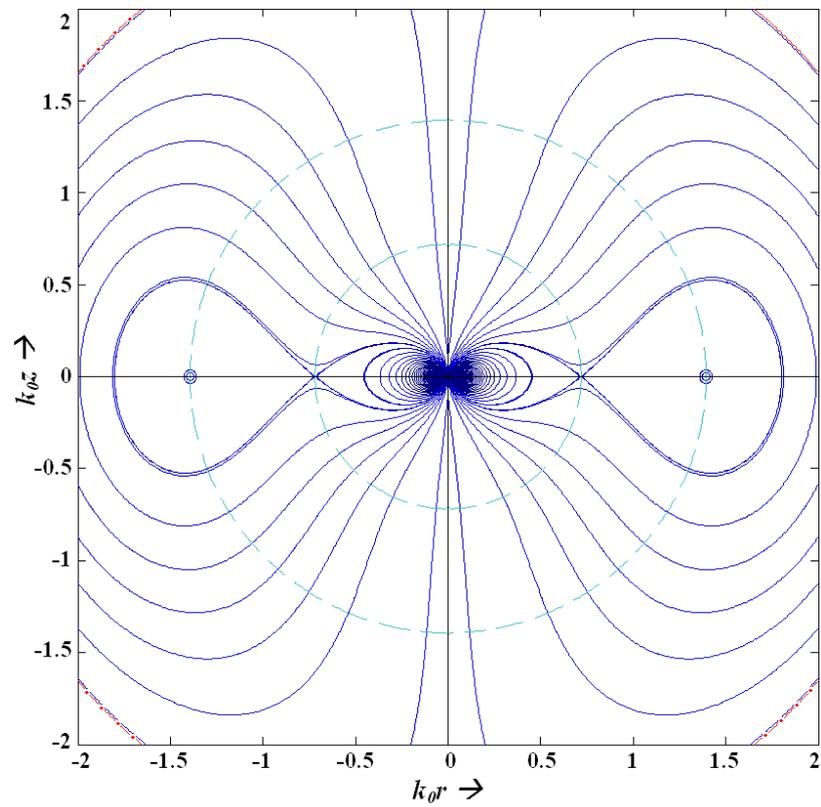


Рис. 2.14 ж) Структура электрического поля вблизи диполя в момент времени $t_{b3} < t < t_{b4}$, $\omega t=1,55\pi$

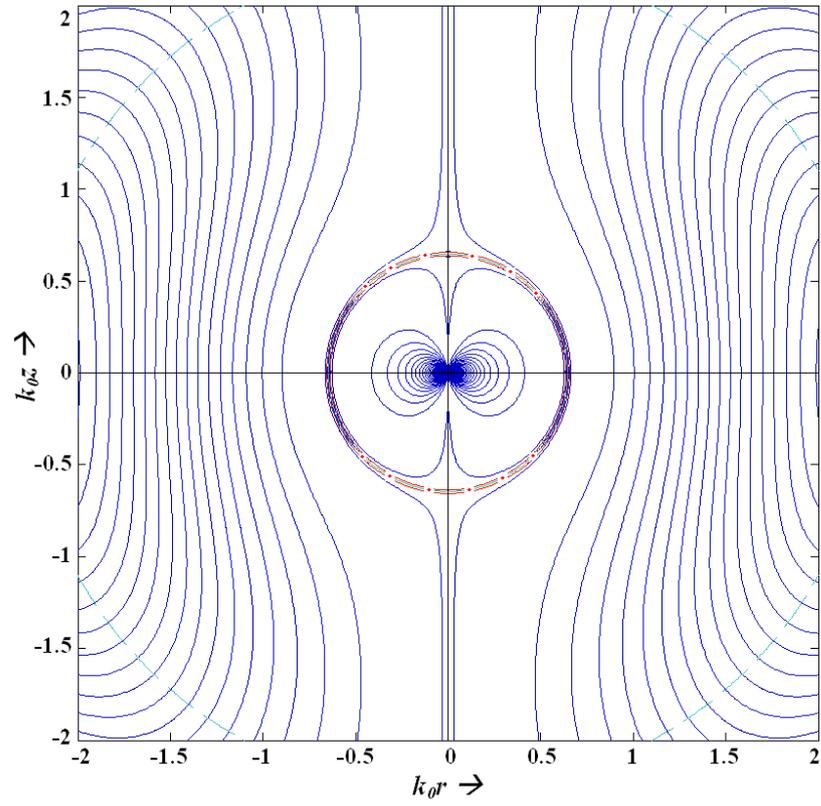


Рис. 2.14 з) Структура электрического поля вблизи диполя в момент времени $t=t_{b4}$, $\omega t=1,7859\pi$

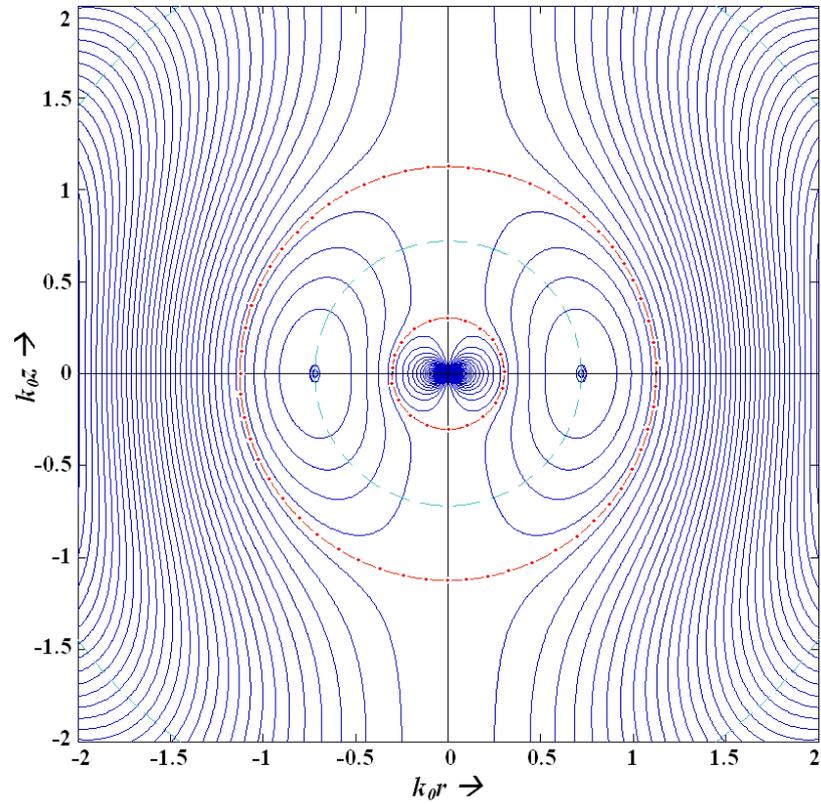


Рис. 2.14 у) Структура электрического поля вблизи диполя в момент времени $t_{b4} < t < t_{b5}$, $\omega t=1,84\pi$

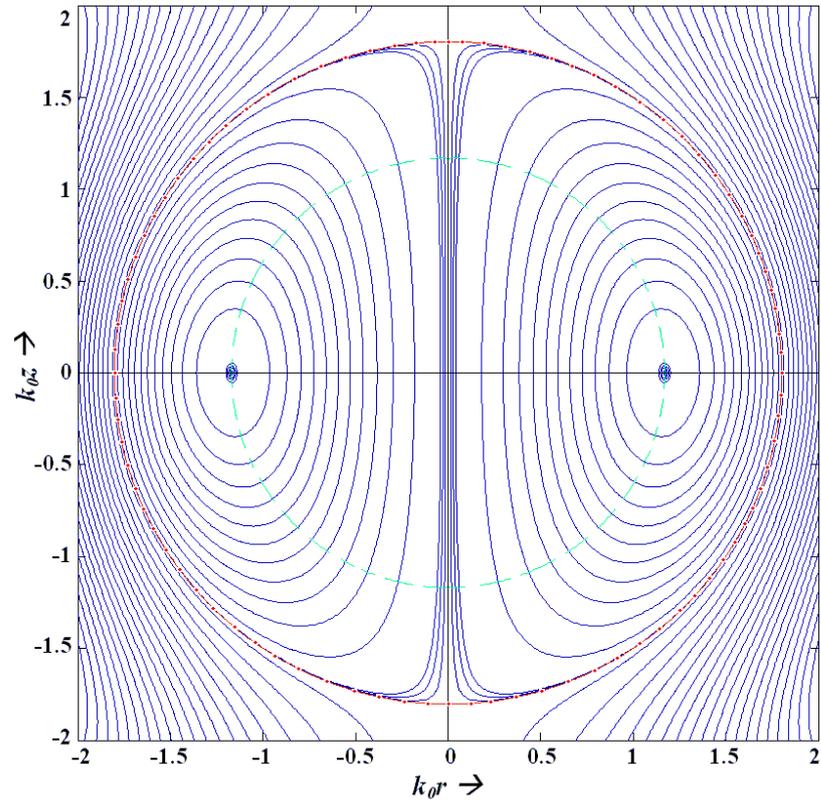


Рис. 2.14 к) Структура электрического поля вблизи диполя в момент времени $t=t_{b5}$, $\omega t=2\pi$

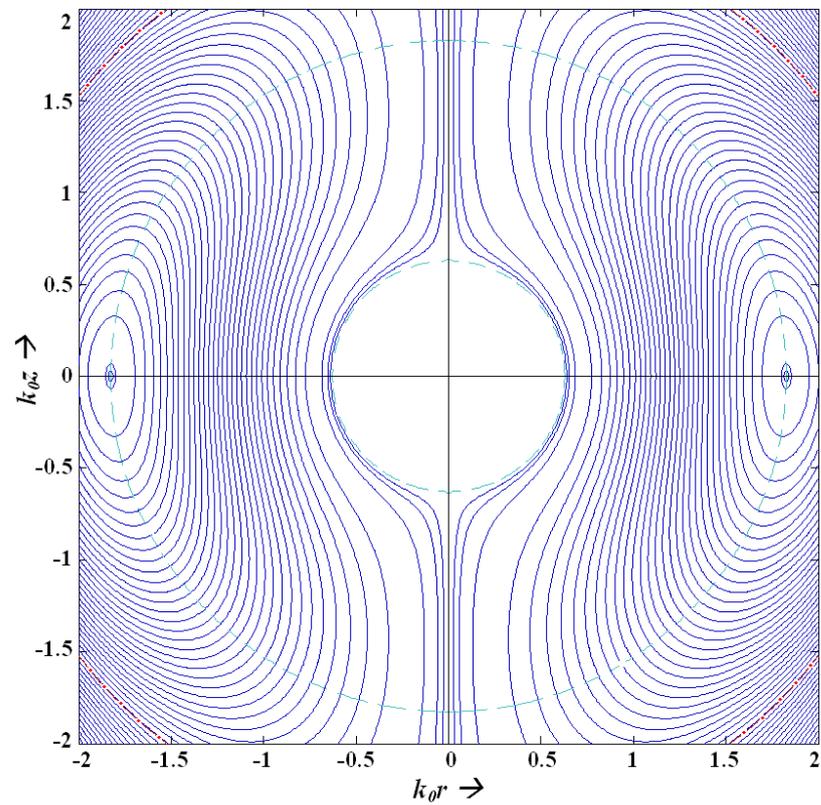


Рис. 2.14 л) Структура электрического поля вблизи диполя в момент времени $t>t_{b5}$, $\omega t=2,2\pi$

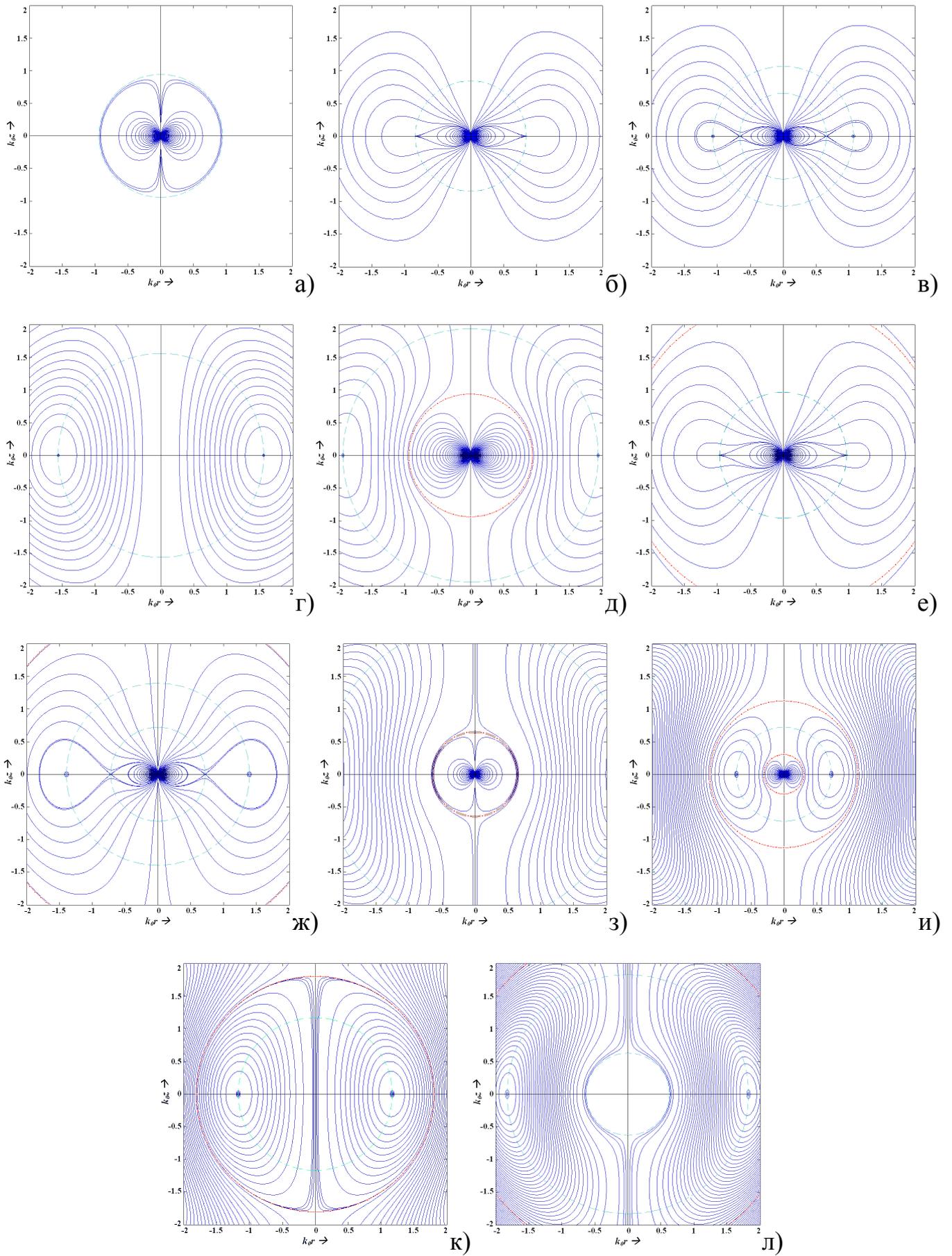


Рис. 2.15 Структуры электрического поля диполя в разные моменты времени а) – л) согласно (2.69)

Рассмотрим формирование поля вблизи диполя, учитывая результаты локального качественного анализа (п.2.3). Так как траектории ОТ гармонического диполя на первом полупериоде качественно такие же, что при негармоническом возбуждении, картина силовых линий для дипольного момента (2.69) в моменты, приведенные на Рис. 2.14 а) – г), качественно такая же, как в гармоническом режиме (см. классификацию (2.63) и Рис. 2.5а), Рис. 2.5б) внутри ближайшей к диполю поверхности $E_R(R)=0$. В импульсном режиме поверхность $E_R(R)=0$ совпадает с поверхностью $E_\theta(R)=0$ и фронтом импульса. В периодическом режиме вне этой поверхности реализуются вихревые силовые линии электрического поля, которые сростом времени движутся от диполя. Так же, как в гармоническом режиме, следует обратить внимание на формирование при $t > t_{b1}$ структуры семейства вихревых силовых линий, окруженных силовыми линиями, замкнутыми на диполь, и освобождающихся от связи с диполем только в момент времени $t_{b2}=\pi/\omega$.

Далее в моменты времени 5) $t_{b2} < t < t_{b3}$ и 6) $t = t_{b3}$ картины силовых линий внутри ближайшей к диполю поверхности $E_r=0$ качественно аналогичны картинам силовых линий в моменты времени 1) $0 \leq t < t_{b1}$, 2) $t = t_{b1}$. Нетривиальные изменения возникают в интервале 7) $t_{b3} < t < t_{b4}$ (Рис. 2.14ж). Как следует из вида траектории поверхности $E_\theta=0$, после рождения её в точке бифуркации t_{b3} движущаяся в сторону меньших радиусов поверхность $E_\theta=0$ ведет себя отлично от гармонического режима. Скорость ее замедляется, становится равной нулю при некотором минимальном радиусе и далее меняет знак: поверхность $E_\theta=0$ начинает двигаться на бесконечность. В точке бифуркации t_{b4} (Рис. 2.14з) поверхность $E_\theta=0$ совпадает с поверхностью $E_R=0$. В последующие моменты времени (Рис. 2.14 и) поверхность $E_R=0$ расщепляется на две, между которыми находится поверхность $E_\theta=0$. Это означает, что между двумя поверхностями $E_R=0$ рождаются замкнутые силовые линии электрического поля вокруг ОТ типа центра, которая расположена в месте пересечения поверхности $E_\theta=0$ с осью r . Далее силовые

линии электрического поля, расположенные вне первой поверхности $E_R=0$, соответствующей большим радиусам, движутся на бесконечность, силовые линии внутри второй поверхности $E_R=0$ стягиваются к диполю, а силовые линии, расположенные между этими поверхностями – растягиваются в противоположных направлениях до момента исчезновения второй поверхности. Такой характер эволюции силовых линий не имеет аналога в гармоническом режиме.

Наряду с импульсом (2.66) была изучена эволюция силовых линий электрического поля при возбуждении диполя комбинацией гауссовых импульсов

$$q(t) = q_1 \exp[-(t/\tau_1)^2] + q_2 \exp[-((t - \tau_0)/\tau_2)^2] \quad (2.70)$$

Выбором параметров $q_1, q_2, \tau_1, \tau_2, T$ из (2.70) могут быть получены различные варианты возбуждения диполя (Рис. 2.16, Рис. 2.18, Рис. 2.20 и Рис. 2.22).

Как показали расчеты траекторий особых точек (Рис. 2.17, Рис. 2.19, Рис. 2.21 и Рис. 2.23) для характерных зависимостей импульсов, приведенных на Рис. 2.16, Рис. 2.18, Рис. 2.20 и Рис. 2.22, соответственно - эволюция электрического поля для комбинации гауссовых импульсов проявляет те же закономерности, что и для импульса (2.66).

2.6.3. О структуре силовых линий магнитного поля

Силовые линии магнитного поля - окружности в экваториальной плоскости, разделенные поверхностями $H_\phi(R,t)=0$, траектории которых определяются в гармоническом режиме соотношением

$$\omega t = kR - \arctg(k_0 R) - \phi + (n + 0,5)\pi, \quad n - \text{целое число.} \quad (2.71)$$

Как следует из сравнения с (2.58), траектории (2.71) по форме совпадают с траекториями $E_R(R,t) = 0$, но сдвинуты во времени на $\pi/2\omega$. Фазовые скорости поверхностей $H_\phi(R,t) = 0$ совпадают с V_R . На оси z магнитное поле равно нулю, т.е. ось z - особая линия магнитного поля. Траектории ОТ магнитного поля для импульса (2.66) отличаются от гармонического режима тем, что имеют точку бифуркации при $R > 0$. Анализ эволюции силовых линий

магнитного поля в этом случае проводится так же, как в окрестностях точек бифуркации электрического поля.

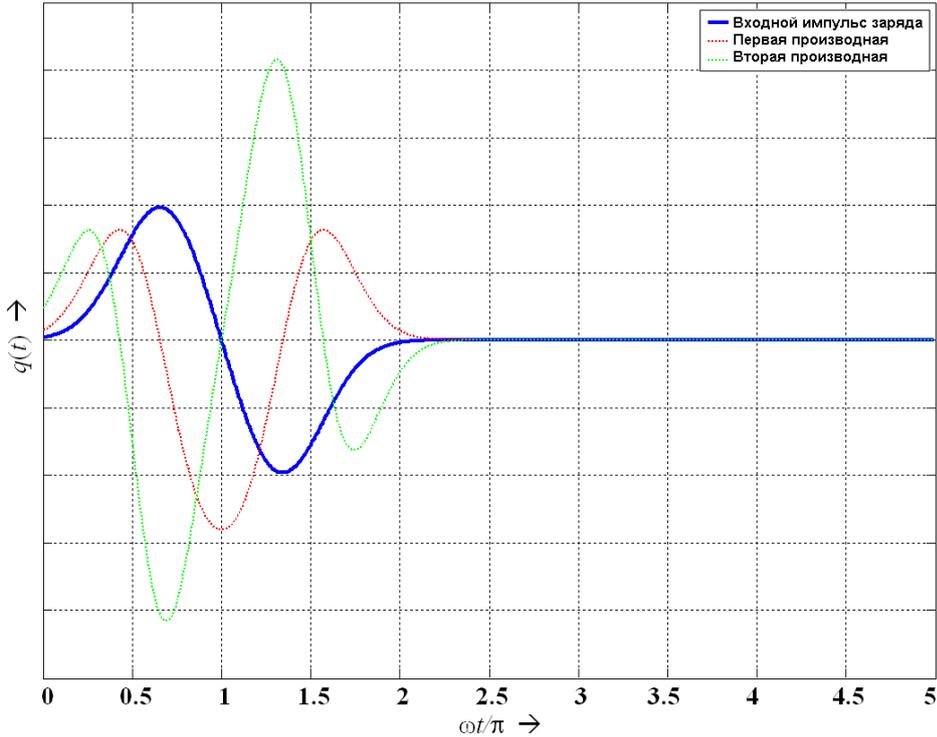


Рис. 2.16 Зависимости импульса заряда функции $q(t)=\exp[-((\omega t-2\tau)/\tau)^2]-\exp[-((\omega t-4\tau)/\tau)^2]$ и его первой и второй производных от времени

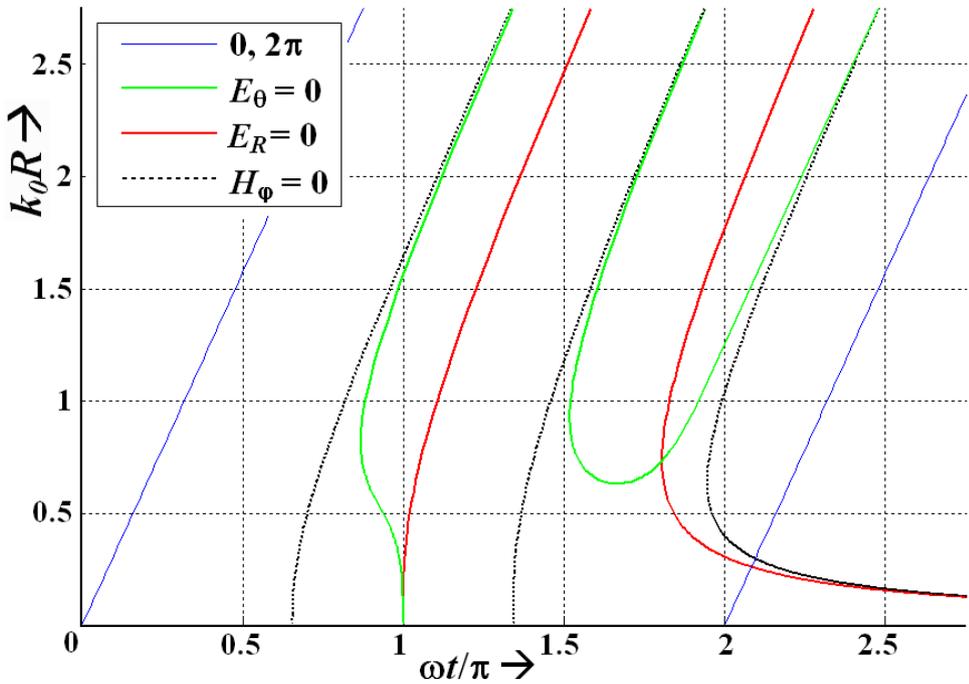


Рис. 2.17 Траектории движения поверхностей особых точек $E_R(R,t)=0$, $E_\theta(R,t)=0$ и $H_\phi(R,t)=0$ для импульса (Рис. 2.16)

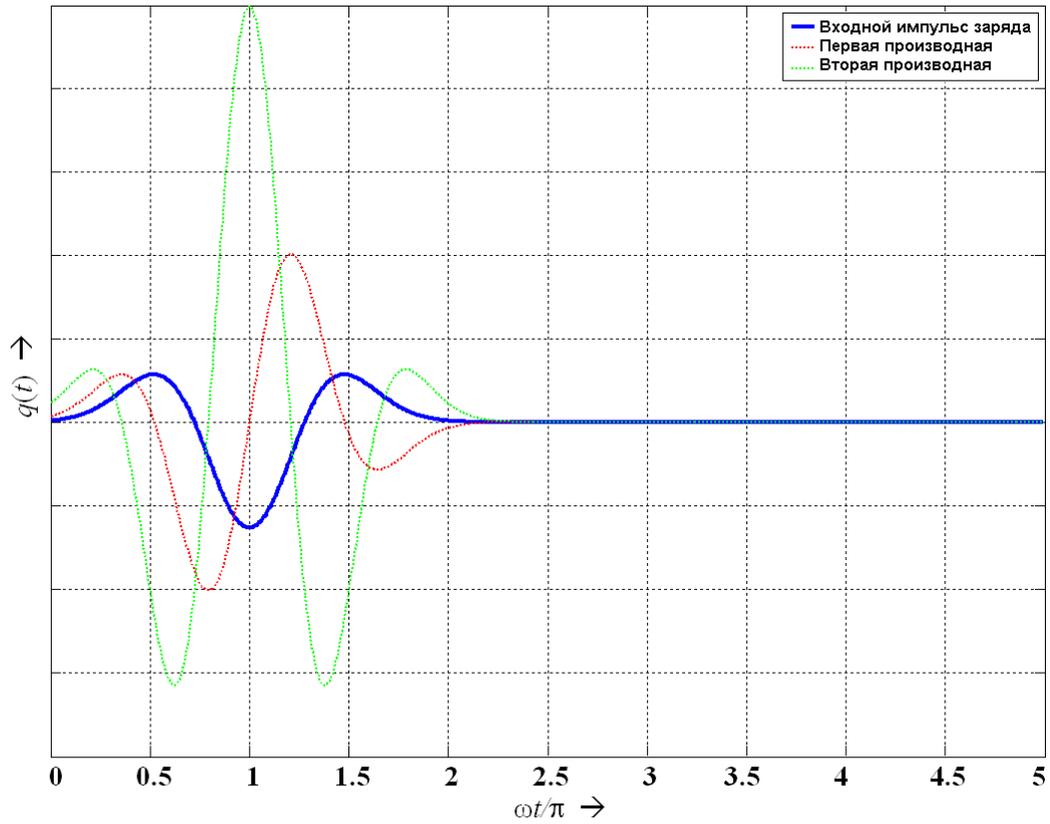


Рис. 2.18 Зависимости импульса заряда функции $q(t)=\exp[-((\omega t-2\tau)/\tau)^2]-2\exp[-((\omega t-3\tau)/\tau)^2]+\exp[-((\omega t-4\tau)/\tau)^2]$ и его первой и второй производных от времени

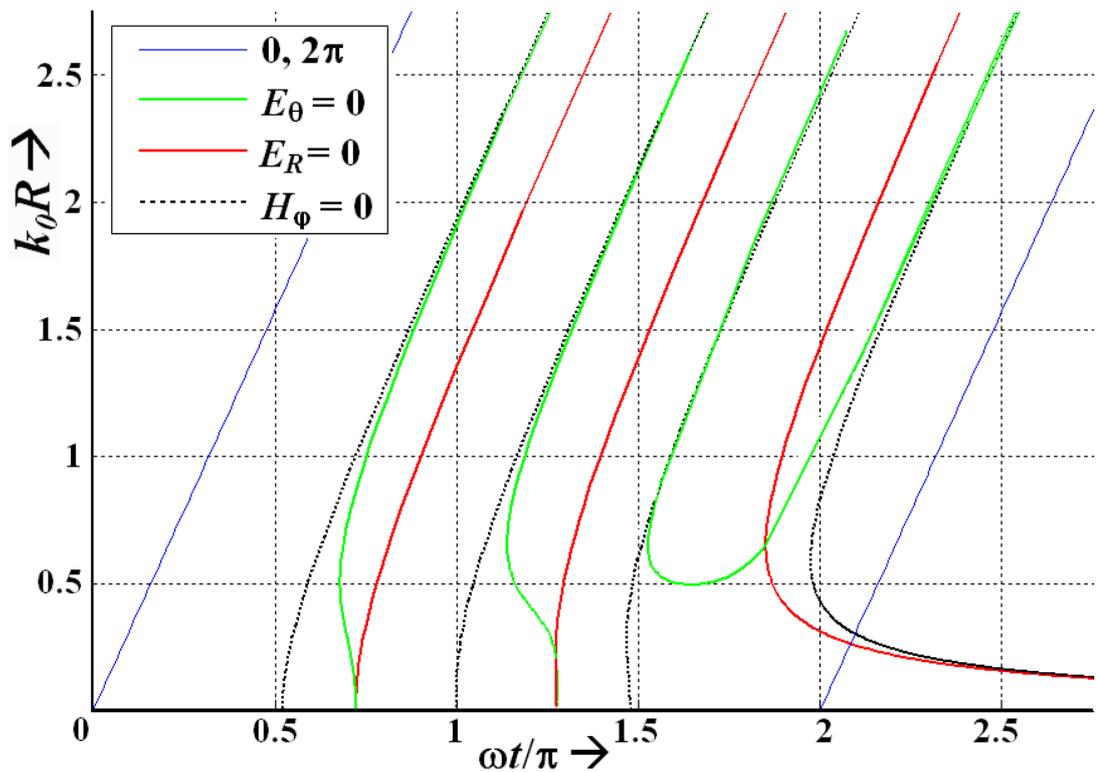


Рис. 2.19 Траектории движения поверхностей особых точек $E_R(R,t)=0$, $E_\theta(R,t)=0$ и $H_\phi(R,t)=0$ для импульса (Рис. 2.18)

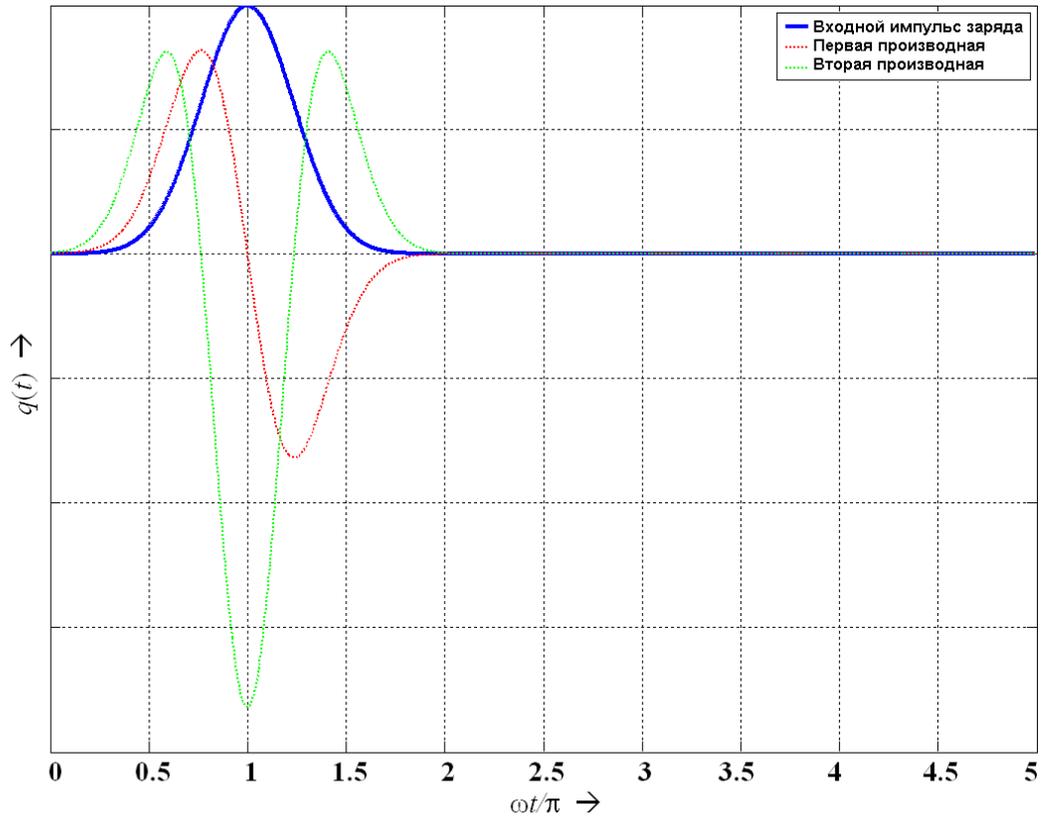


Рис. 2.20 Зависимости импульса заряда функции $q(t)=\exp[-((\omega t-3\tau)/\tau)^2]$ и его первой и второй производных от времени

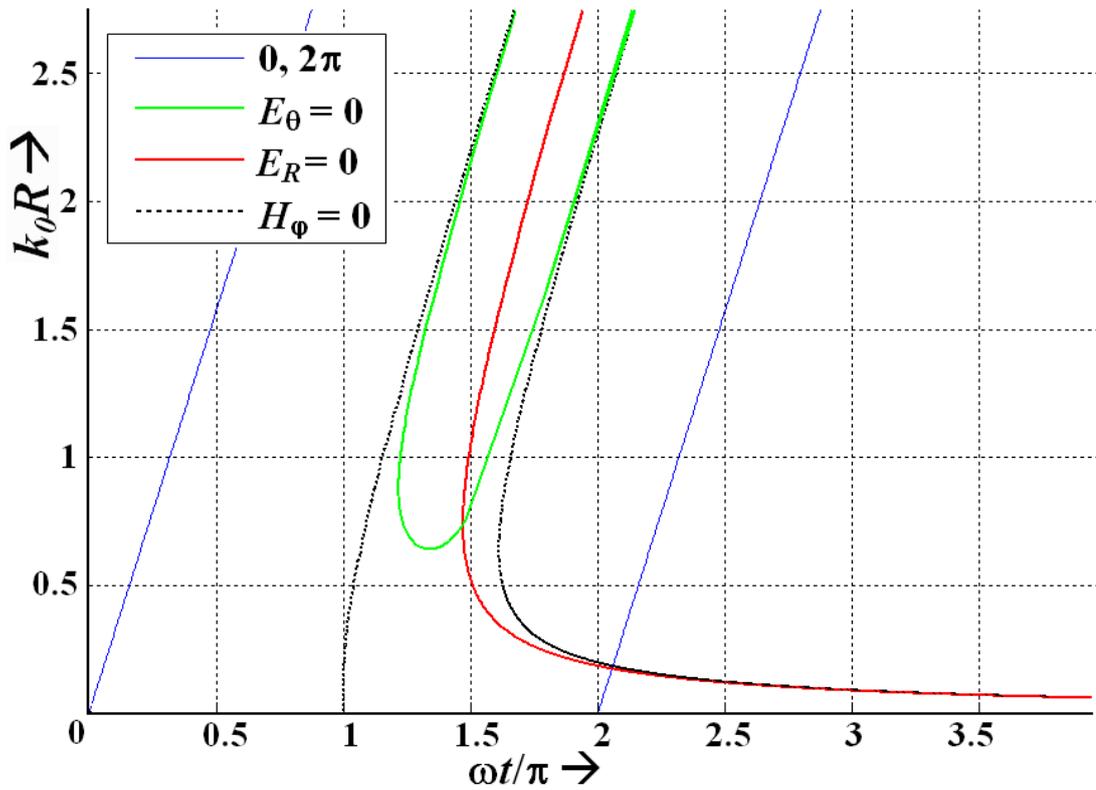


Рис. 2.21 Траектории движения поверхностей особых точек $E_R(R,t)=0$, $E_\theta(R,t)=0$ и $H_\varphi(R,t)=0$ для импульса (Рис. 2.20)

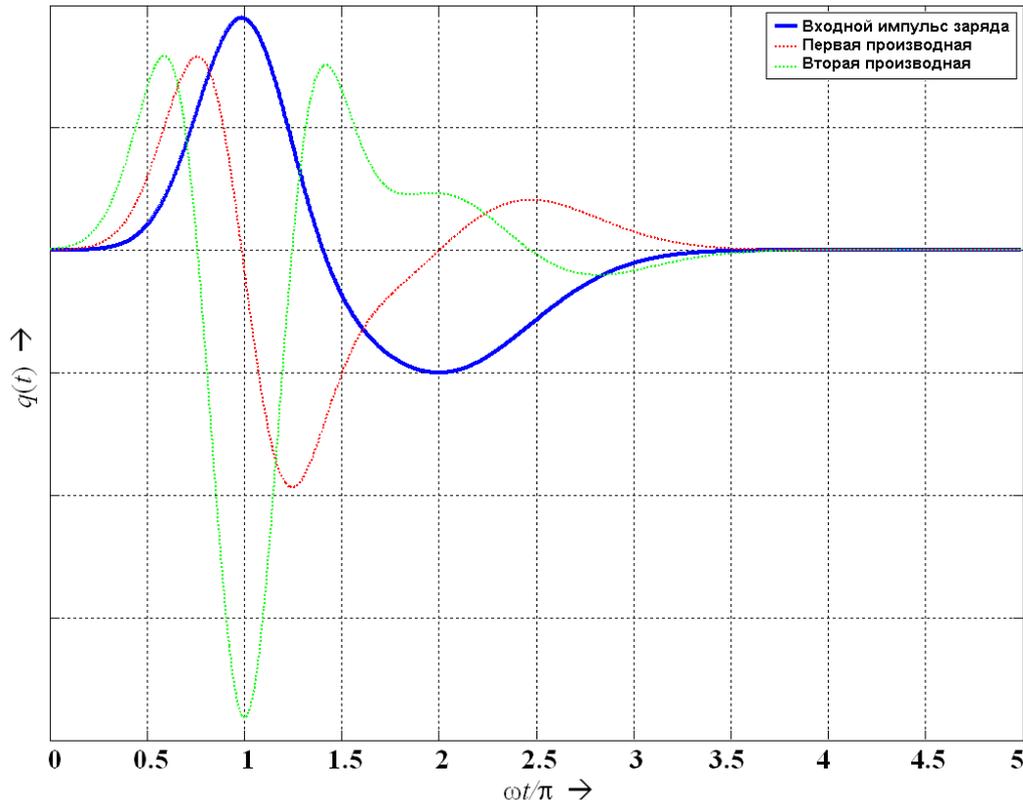


Рис. 2.22 Зависимости импульса заряда функции $q(t)=\exp[-((\omega t-3\tau)/\tau)^2]-(1/2)\exp[-((\omega t-6\tau)/2\tau)^2]$ и его первой и второй производных от времени

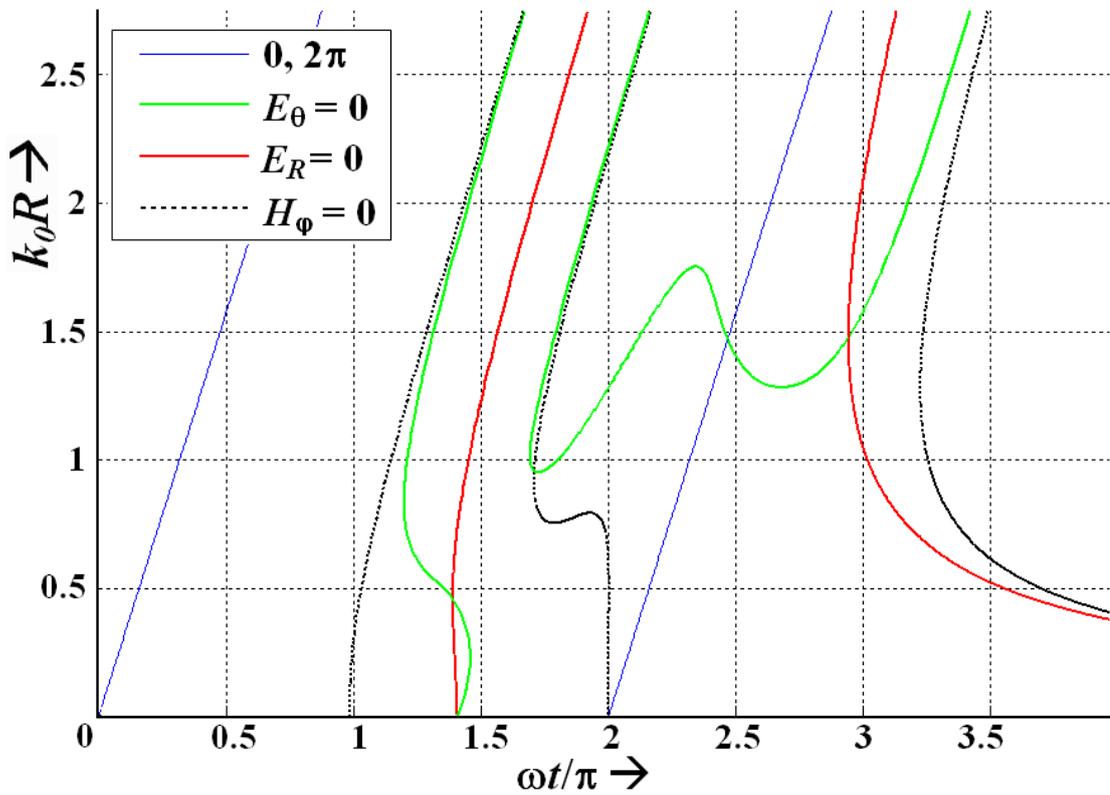


Рис. 2.23 Траектории движения поверхностей особых точек $E_R(R,t)=0$, $E_\theta(R,t)=0$ и $H_\varphi(R,t)=0$ для импульса (Рис. 2.22)

2.7. О скоростях движения электромагнитного поля вблизи элементарного излучателя

2.7.1 Об определении скоростей электромагнитного поля

Согласно фундаментальному положению современной физики, согласующемуся с экспериментами ЭМВ в вакууме распространяются с конечной скоростью $c \approx 2,997 \cdot 10^8 \dots \text{м/с}$. Будем называть эту скорость вакуумной. Данное значение скорости ЭМВ следует отнести только к идеальной структуре однородной плоской монохроматической волны. В случае линейно поляризованной волны компоненты электрического и магнитного полей определяются соотношениями

$$E_x = A \cos(\Phi(t, z)), H_y = \left(\frac{A}{z_0}\right) \cos(\Phi(t, z)), \Phi(t, z) = \omega \left(t - \frac{z}{c}\right) + \Phi_0 \quad (2.72)$$

В (2.72) A – постоянная амплитуда волны, Φ – фаза волны. Как следует из (2.72), скорость движения однородной плоской волны – это *фазовая скорость*. Действительно, фиксируя значение фазы, из условия равенства полного дифференциала фазы нулю получаем

$$d\Phi(t, z) = \frac{\partial \Phi}{\partial t} dt + \frac{\partial \Phi}{\partial z} dz = 0 \rightarrow V_p = \frac{dz}{dt} = -\frac{\frac{\partial \Phi}{\partial t}}{\frac{\partial \Phi}{\partial z}} = c \quad (2.73)$$

Постоянство фазовой скорости означает, что понятие фазовой скорости может быть отнесено к движению любого сечения ЭМВ (2.72) с зафиксированным значением фазы. Тем самым это значение скорости относится к любому значению амплитуды электрического или магнитного поля. Скорость движения плотности потока мощности ЭМВ (2.72) также равна c .

Далее рассмотрим суперпозицию двух однородных бегущих волн близких частот (модулированную по амплитуде ЭМВ). При равных амплитудах однородных волн модулированная волна может быть представлена в форме

$$E_x = A \cos(\omega_1 t - k_1 z) + A \cos(\omega_2 t - k_2 z) = A_m(z, t) \cos(\omega_s t - k_s z), \quad (2.73)$$

где $A_m(z, t) = 2A \cos(\omega_m t - k_m z)$,

$$\omega_m = 0,5(\omega_1 - \omega_2), k_m = 0,5(k_1 - k_2),$$

$$\omega_s = 0,5(\omega_1 + \omega_2), k_s = 0,5(k_1 + k_2),$$

Из (2.73) следует, что скорость движения модуляции $A_m(z,t)$ определяется, как

$$V_m = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega_m}{k_m} = \frac{d\omega}{dk} \quad (2.74)$$

при дисперсионном соотношении $\omega = \omega(k)$, а скорость движения высокочастотного заполнения, определяемая множителем $\cos(\omega_s t - k_s z)$ в (2.73), равна $V_p = \omega/k$. В соответствии с (2.74) для модулированной волны вводится понятие *фазовой скорости* V_p , как *скорости движения высокочастотного заполнения* и *групповой скорости* $V_g = V_m$, как *скорости движения огибающей* модулированной ЭМВ [88]. Понятие групповой скорости в общем случае не совпадает со скоростью движения плотности потока мощности ЭМВ [88].

Дальнейший анализ волны сложной структуры (учет модуляции, дисперсии, конечной длительности импульса) привел к необходимости введения таких понятий, как *скорость движения фронта (спада)* импульса, и выделения отдельных областей импульса: *прилегающей к фронту области, названной предвестником* и *следующего за предвестником основного тела импульса*. *Скорость движения основного тела импульса* отождествляется со *скоростью сигнала*, т.е. на современном языке со скоростью передачи информации. Указанные понятия впервые обсуждались в оригинальных работах Зоммерфельда [91] и Бриллюэна [87], см. также [88, 92]. Следует обратить внимание, что скорость движения фронта равна скорости света в вакууме, а скорость основного тела импульса в средах с нормальным законом дисперсии меньше скорости света в вакууме. Поэтому основное тело импульса (сигнал) запаздывает при распространении ЭМ импульса в среде по отношению к распространению импульса в вакууме. Как следует из [87, 88, 91, 92], физически наглядные понятия скорости фронта (спада) и основного

тела – сигнала оправданы в том случае, когда области предвестника и основного тела импульса явно разнесены во времени.

Из общей теории нестационарных волн (импульсов) в вакууме следует, что плоские импульсы движутся, как единое целое, со скоростью света в вакууме [93]. Цилиндрические, сферические импульсы деформируются в процессе движения, но скорость фронта остается неизменной и равной скорости света в вакууме [93].

В последние годы понятия скоростей модулированных волн, импульсов, сигналов обсуждались в ряде статей в связи с экспериментами, трактованными, как «сверхсветовое» распространение импульсов в диспергирующих средах [94] и в ближней зоне антенн [18-22]. С методической точки зрения понятия скоростей движения ЭМВ в указанных ситуациях подробно обсуждались в работе М.В.Давидовича [95].

С физической точки зрения определение понятия скорости процесса следует увязывать с процедурой ее измерения.

Дискуссионный характер утверждений о «сверхсветовом» движении импульсов обусловлен, на наш взгляд, тем, что в упомянутых экспериментах и соответствующих им теоретических моделях неприменимы понятия предвестника и основного тела импульса^{iv}.

Обсудим случай, когда ЭМВ (импульсы) формируются в вакууме системами, содержащими проводники. Для определенности будем иметь в виду фазовую скорость ЭМВ. Скорость ЭМВ зависит от конструкции и характеристик направляющей или излучающей системы. Скорость ЭМВ может оставаться равной вакуумной (двухпроводная или многопроводная открытая линия) или отличаться от вакуумной (экранированный волновод). Антенны, как открытые излучающие устройства, искажают условия распространения ЭМВ в вакууме в ближней и промежуточной зонах и

^{iv}Так, в [96] утверждалось, что эксперименты опровергают постулат Эйнштейна об ограничении передачи информации предельной скоростью $c=2,997... \cdot 10^5$ км/с.

именно в этих зонах следует ожидать отличие скоростей распространения ЭМВ от вакуумной.

Физические процессы формирования импульсных полей в ближней и промежуточной зонах антенн изучены недостаточно. Цель данного параграфа – обсудить скорости распространения электромагнитных импульсов вблизи элементарных излучателей.

Конкретизируем определения скоростей движения нестационарного поля в случае сверхширокополосных импульсных сигналов, когда необоснованно использовать основанные на анализе узкополосных сигналов понятия фазовой и групповой скоростей и скорости сигнала, определяемой, как скорость основного тела импульса. Определения скоростей импульсных полей отличаются большей вариативностью. Для описания движения нестационарных полей могут быть использованы понятия скоростей движений разрывов полей (фронтов и спадов импульсных волн), мгновенных скоростей нулей и экстремумов полей, интегральных (осредненных) полей, интегральных (осредненных на длительности импульса) скоростей.

Наиболее адекватными характеристиками процессов движения импульсных полей вблизи антенн, по нашему мнению, являются мгновенные скорости движения фронтов, нулей и экстремумов электрического, магнитного полей и вектора Пойнтинга [97].

Понятие фазовой скорости, строго справедливое для произвольного сечения одиночной гармонической волны, было обобщено на суперпозицию гармонических волн переменной амплитуды и далее на импульс произвольной структуры в [97] в следующей форме: фазовую скорость было предложено определять по скорости движения *нулей* компонент электрического и магнитного полей. Аналогичное определение фазовой скорости использовалось для компонент поля диполя в гармоническом режиме в [20]. Отметим, что в [98] фазовая скорость волны с амплитудной модуляцией была введена, как скорость экстремумов высокочастотного заполнения волны. Для узкополосных сигналов определения фазовых

скоростей как скоростей движения нулей или экстремумов высокочастотного заполнения волны совпадают с точностью до малого параметра. Однако для сверхкоротких и сверхширокополосных импульсов мгновенные скорости экстремумов компонент полей могут существенно отличаться от скоростей нулей компонент полей. Поэтому экстремумы и нули компонент полей и скорости их движения следует рассматривать, как независимые характеристики импульса.

Аналогично можно ввести мгновенные скорости нулей и экстремумов компонент вектора Пойнтинга.

Такой подход означает использование понятий кинематических скоростей [95], привязанных к характерным локальным сечениям импульса. При этом отождествление определяемых таким образом мгновенных скоростей с фазовыми скоростями по существу носит характер определенного соглашения. Именно так будем рассматривать определение фазовых скоростей, как скоростей нулей соответствующих компонент полей.

Обратим внимание на то, что в ближней и промежуточной зоне диполя при монохроматическом возбуждении компоненты электрического и магнитного полей содержат от 2-х до 3-х составляющих. Поэтому формально можно ввести понятия групповых скоростей для каждой компоненты поля, как огибающих соответствующих полей [20,99]. Однако при классическом выводе полагается, что огибающая меняется медленно по сравнению с высокочастотным заполнением [87]. В [20, 99] понятия групповых скоростей введены в ближней зоне диполя без предположения о медленности изменения огибающей по сравнению с высокочастотным заполнением. Остается неясным, оправдано ли физически такое определение. Кроме того, введенные в [20, 99] групповые скорости относятся к движению электрического и магнитного полей, но не к плотности потока мощности. Поэтому мы не будем использовать определение групповых скоростей в принятой в [20, 99] форме.

Поскольку для электрического диполя известны строгие выражения для компонент полей в нестационарном случае, то могут быть найдены мгновенные фазовые скорости (скорости нулей) и мгновенные скорости экстремумов компонент полей и вектора Пойнтинга в общем случае произвольных импульсов.

Укажем также, что излучение малой антенны в вакууме можно рассматривать, как возбуждение сферического волновода. С этой точки зрения антенна в вакууме представляет собой систему с частотной дисперсией. Поэтому следует ожидать проявления эффектов частотной дисперсии данной системы в зоне индукции малых антенн.

2.7.2 Методика и результаты определения скоростей компонент электромагнитного поля и вектора Пойнтинга электрического диполя

Рассмотрим электрический диполь, возбуждаемый импульсным током и направленный вдоль оси z декартовой системы координат. Длина диполя l мала по сравнению с длительностью импульса, возбуждающего антенну, диаметр диполя много меньше его длины. Выражения для полей диполя были приведены ранее (2.10-2.12).

Эволюция компонент полей E_R при $\theta=0$, E_θ , H_φ при $\theta=90^\circ$ в случае импульсного возбуждения диполя изучалась следующим образом. Вначале находились траектории движения нулей и экстремумов компонент полей и вектора Пойнтинга на плоскости (R,t) . Траектории нулей определялись из равенств $U(R,t)=0$, траектории экстремумов - из равенств $\frac{\partial U}{\partial R} = 0$, где U -соответствующие компоненты полей или вектора Пойнтинга. Далее, вычислялись полные дифференциалы полей на соответствующих траекториях и находились мгновенные фазовые скорости компонент полей и мгновенные скорости экстремумов полей и вектора Пойнтинга. Конкретные формулы для вычисления скоростей нулей и экстремумов компонент полей и вектора Пойнтинга приведены в приложении 2.

Такой подход пригоден для импульсов произвольной структуры. В данной работе расчеты мгновенных скоростей были проведены для импульсного дипольного момента вида (2.66) при значении параметра $a=2$ ^у.

Временные зависимости дипольного момента и его двух производных приведены на Рис.2.12. При выбранной зависимости дипольного момента от времени значения дипольного момента вместе с производными равны нулю на концах импульса, то есть скачков полей на фронте и спаде импульса нет.

Траектории движения нулей компонент электрического и магнитного полей на плоскости (R, t) показаны на Рис.2.13д). Положения фронта и спада импульса показаны на Рис.2.13д) прямыми наклонными линиями, начинающимися в точках $\omega t=0$ и $\omega t=2\pi$.

Результаты расчетов траекторий и мгновенных скоростей нулей и экстремумов компоненты E_θ электрического поля приведены на рисунках 2.24, 2.25, компоненты H_ϕ – на Рис.2.26, 2.27. Буквами А, В, С... на рисунках обозначены траектории нулей или экстремумов компонент электрического и магнитного полей, располагающиеся последовательно, начиная от фронта импульса.

Из полученных результатов следует, что динамика движения нулей и экстремумов компоненты E_θ электрического поля в зоне индукции оказывается весьма сложной. Существуют интервалы времени, в которых нули и экстремумы поля движутся в направлении источника.

Однако, начиная с расстояний порядка $kR \approx 1$, скорости движения нулей и экстремумов компоненты E_θ монотонно убывают от бесконечных значений скорости (соответствующих точкам бифуркации), стремясь к скорости света в вакууме (скорость света в вакууме на рисунках задается прямой $V/c=1$). При этом принципиальным моментом является то, что ближайшие к фронту импульса экстремум и следующий за ним нуль поля не могут догнать фронт импульса, постепенно снижая свою скорость (Рис.2.24, 2.25).

^уРазработанная автором методика расчета была позднее использована в магистерской диссертации [100], в которой была применена для расчета мгновенных скоростей импульса, задаваемого сплайн-аппроксимациями дипольного момента.

Динамика движения нулей и экстремумов магнитного поля показана на Рис.2.26, 2.27. Как следует из этих рисунков, здесь всегда имеют место сверхсветовые режимы движения экстремумов и нулей магнитного поля. При этом возможны как монотонные траектории скоростей, в которых максимальные скорости имеют место в точке расположения диполя (Рис.2.26 А,В, Рис. 2.27А), так и немонотонные, с участками обратного движения нулей и экстремумов магнитного поля.

На Рис.2.28 приведена сводка расчетов траекторий движения нулей и экстремумов компонент электрического поля E_R (вдоль оси z), E_θ (вдоль оси r), магнитного поля H_φ (вдоль оси r), компоненты вектора Пойнтинга S_R ((вдоль оси r). На Рис.2.29 приведены графики компоненты импульса E_θ в различные моменты времени, соответствующие последовательности кадров, показанной на Рис.2.13

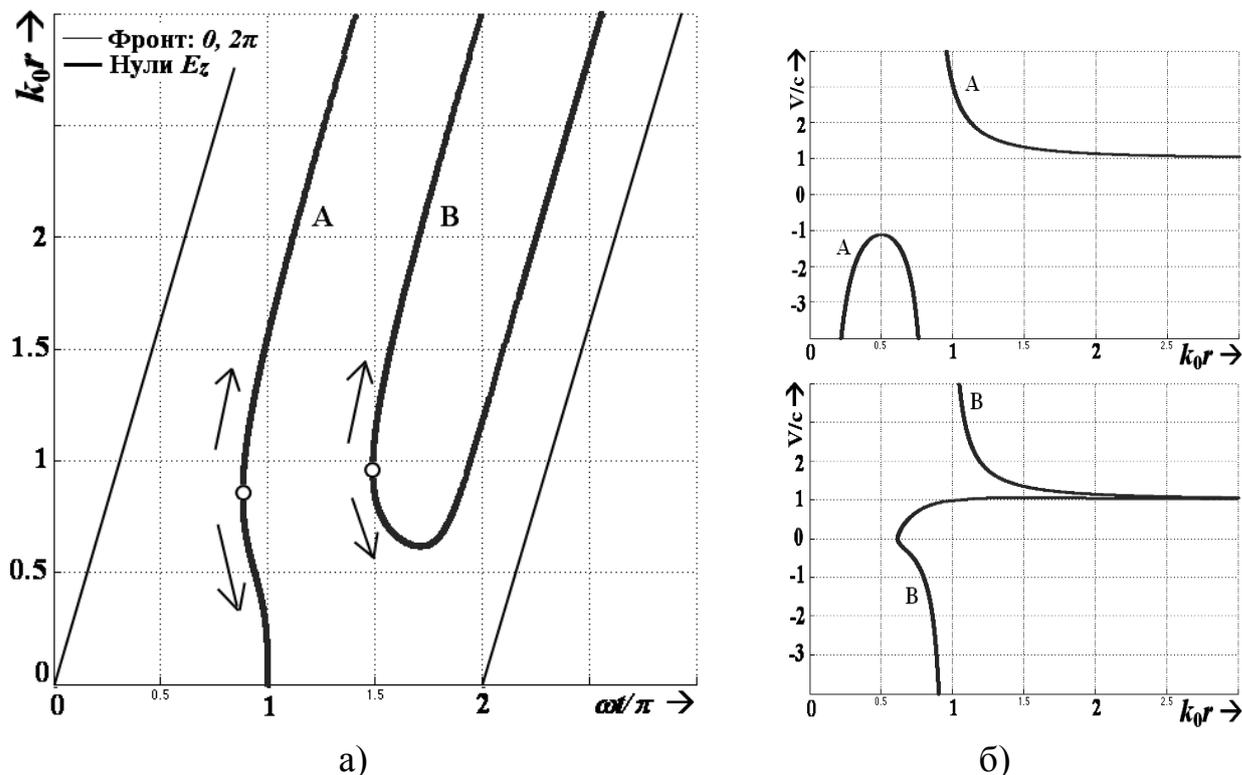


Рис. 2.24 Траектории нулей E_θ ($E_z(k_0 r)$) (слева) и фазовые скорости (справа) для импульса (2.12)

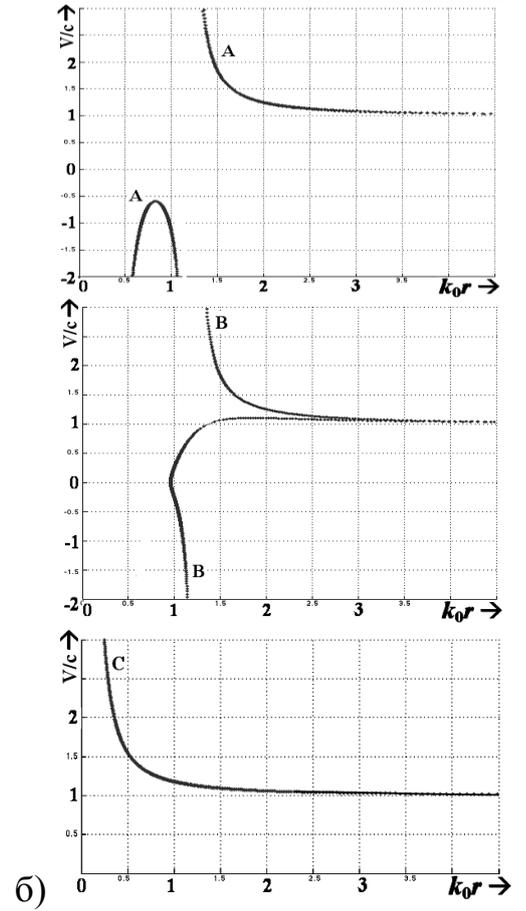
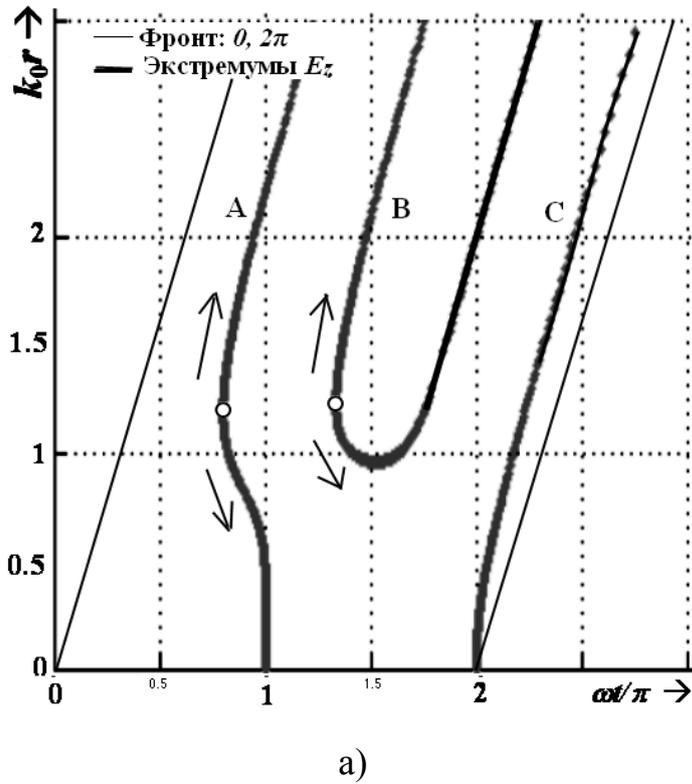


Рис.2.25 Траектории (слева) и скорости экстремумов E_θ ($E_z(k_{0r})$) (справа) для импульса (2.12)

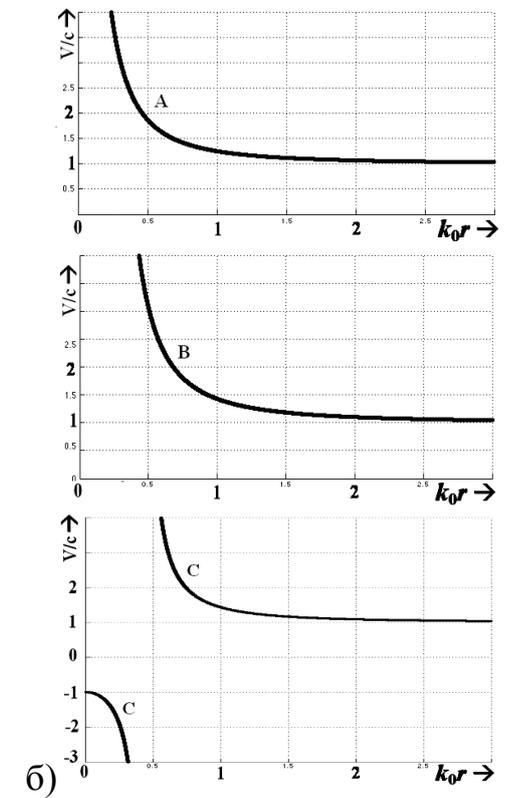
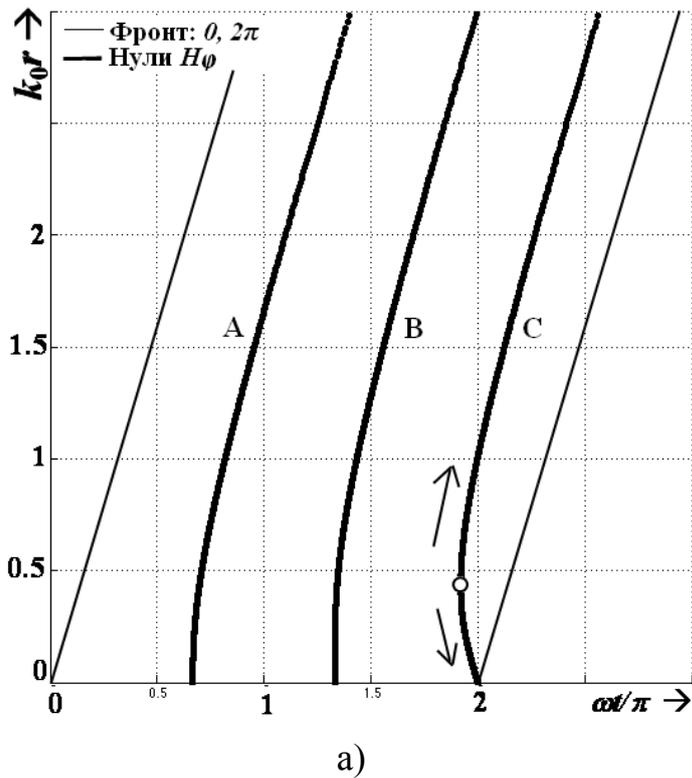


Рис.2.26 Траектории нулей H_ϕ (слева) и фазовые скорости (справа) для импульса (2.12)

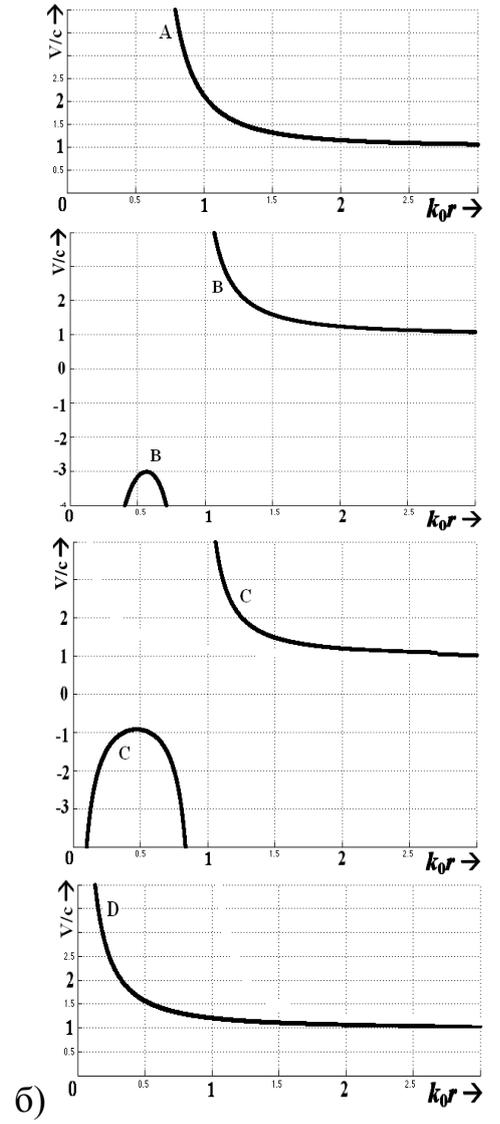
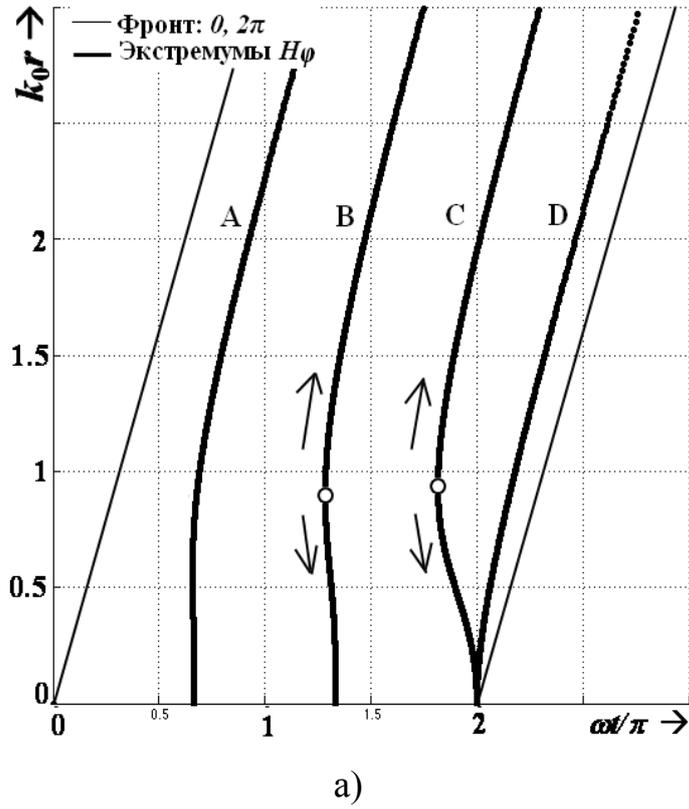


Рис.2.27 Траектории (слева) и скорости экстремумов $H\varphi$ (справа) для импульса (2.12)

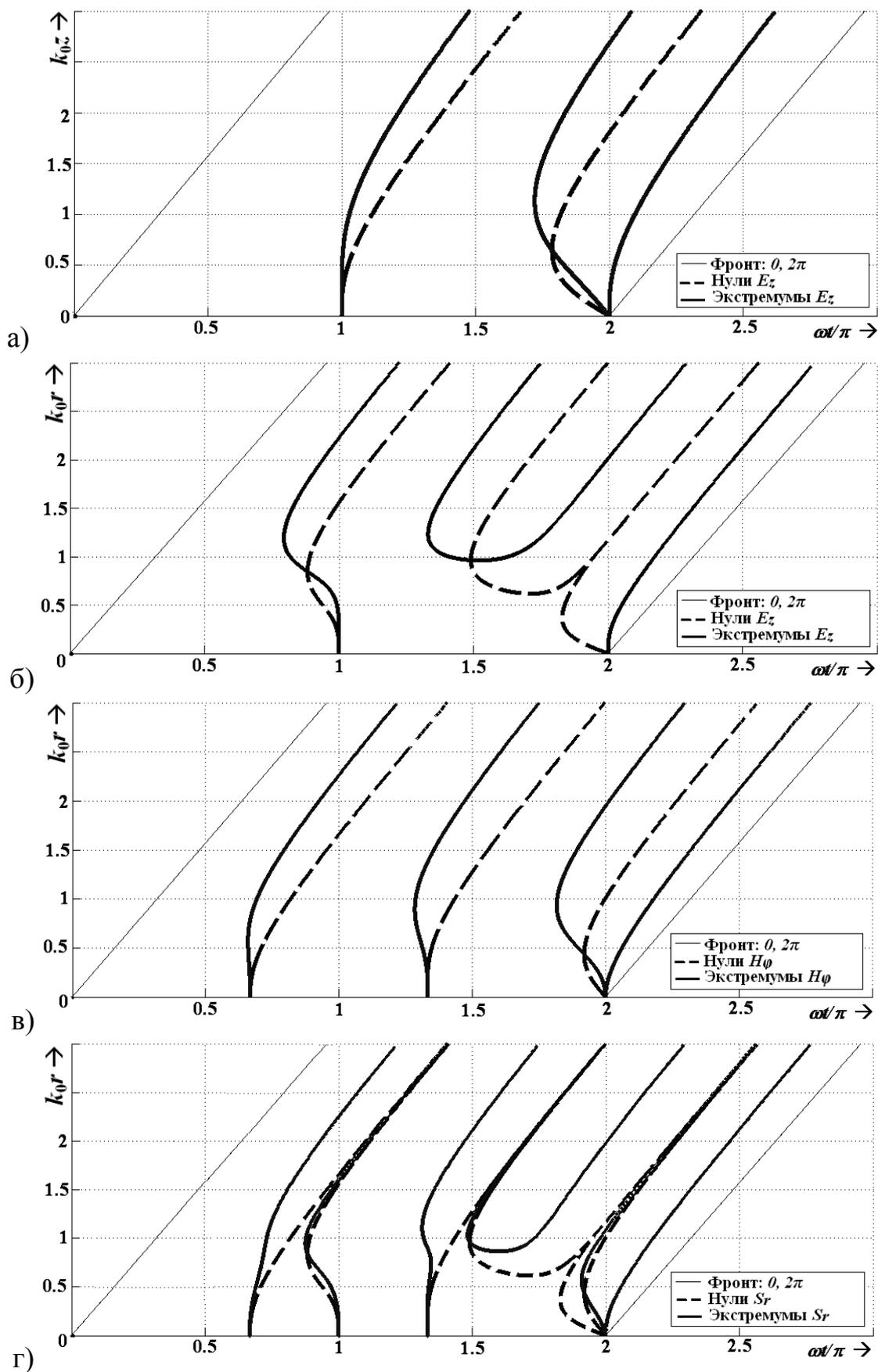


Рис. 2.28. в) – г) Сводка расчетов траекторий нулей и экстремумов компонент электрического и магнитного полей и радиальной компоненты вектора Пойнтинга для импульса (2.12)

Траекториям Рис.2.13 д) (для $a=2$) соответствует последовательность графиков импульса компоненты E_θ , приведенных для различных моментов времени на Рис. 2.29 а) – л)

- а) $0 \leq t < t_{b1}, \quad \omega t = 0,3\pi$
- б) $t = t_{b1}, \quad \omega t = 0,8829\pi$
- в) $t_{b1} < t < t_{b2}, \quad \omega t = 0,9\pi$
- г) $t_{b2} = \pi/\omega, \quad \omega t = \pi$
- д) $t_{b2} < t < t_{b3}, \quad \omega t = 1,1\pi$
- е) $t = t_{b3}, \quad \omega t = 1,49\pi$
- ж) $t_{b3} < t < t_{b4}, \quad \omega t = 1,55\pi$
- з) $t = t_{b4}, \quad \omega t = 1,7859\pi$
- и) $t_{b4} < t < t_{b5}, \quad \omega t = 1,84\pi$
- к) $t_{b5} = 2\pi/\omega, \quad \omega t = 2\pi$
- л) $t > t_{b5}, \quad \omega t = 2,2\pi$

Обсудим эволюцию передней части импульса между фронтом и ближайшим к фронту нулем импульса. В таблице 2.1 приведены для различных моментов времени расстояния от фронта импульса до ближайшего к фронту нуля компоненты E_θ . Отсчет начат с момента времени $\omega t = 0,8829\pi$, соответствующего точке бифуркации t_{b1} , когда первый за фронтом нуль поля совпадает с минимумом поля. Длина передней части импульса между фронтом и нулем поля составляет для этого момента величину $k\Delta R = 1,9$. Мгновенная скорость нуля поля в этот момент времени бесконечна. Из таблицы следует, что по мере движения импульса расстояние между фронтом и ближайшим нулем импульса сокращается, замедляется и стабилизируется с момента времени ж) $\omega t = 1,55\pi$.

Таблица 2.1. Расстояния от фронта до ближайшего к фронту нуля импульса в различные моменты времени

Кадр	б)	в)	г)	д)	е)	ж)	л)
Момент времени ωt	$0,8829\pi$	$0,9\pi$	π	$1,1\pi$	$1,49\pi$	$1,55\pi$	$2,2\pi$
Расстояние от фронта до ближайшего нуля импульса $k\Delta R$	1,9	1,7	1,6	1,55	1,45	1,4	1,4

Более строгие оценки расстояний, начиная с которых скорости движения нулей и экстремумов импульса (2.66) отличаются от скорости света в вакууме менее 1%, приведены на Рис.2.30. Максимальное из этих расстояний расстояние можно принять за границу дальней зоны в импульсном режиме возбуждения диполя. Это граница оказывается (в единицах длины импульса) достаточно далеко отстоящей от диполя: порядка 4-х длин импульса. Отметим, что на Рис.2.30 приведены оценки скоростей движения всех нулей и экстремумов импульса, т.е. оценка расстояния дальней зоны проводится по наиболее удаленным от фронта нулям и экстремумам импульса.

а) $0 \leq t < t_{b1}, \omega t = 0,3\pi$

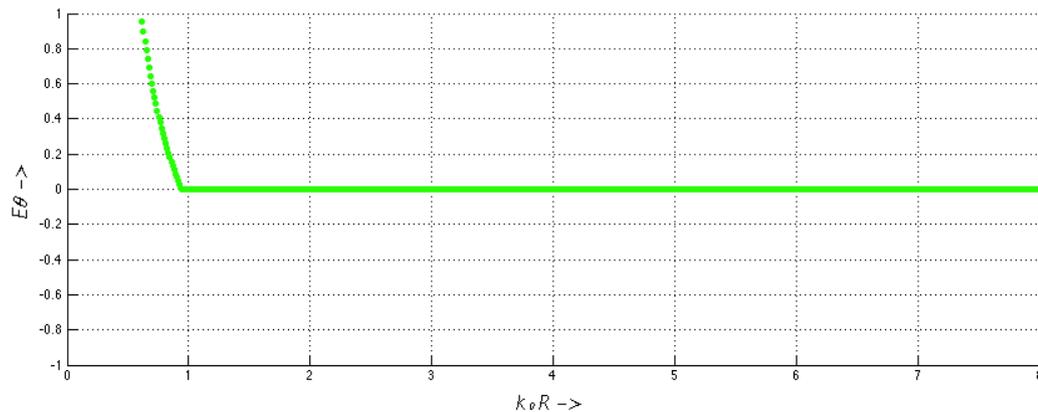
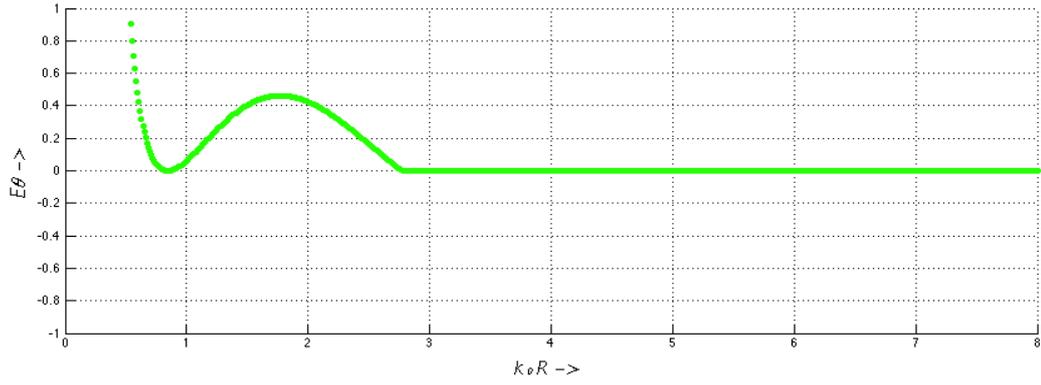
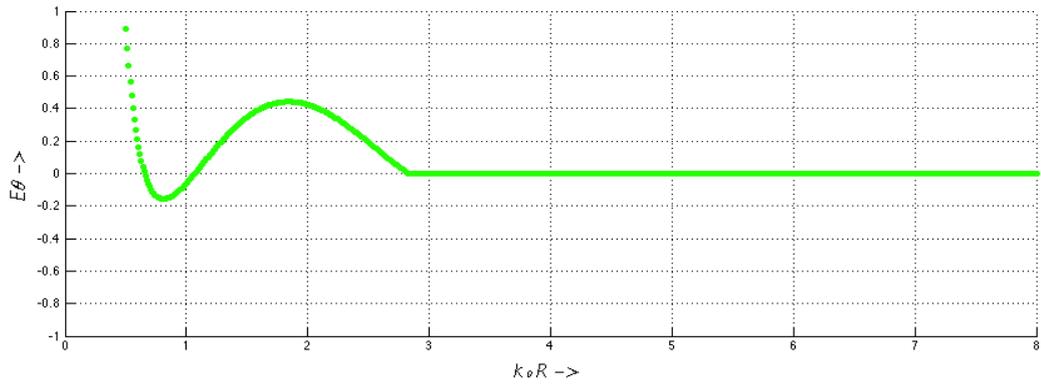


Рис. 2.29.а) Графики импульса компоненты $E\theta$ в различные моменты времени, соответствующие кадрам Рис.2.13д.

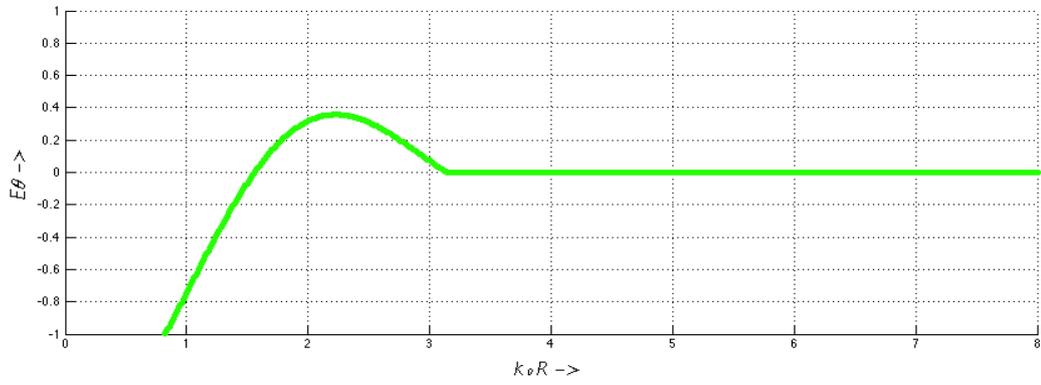
б) $t = t_{b1}, \omega t = 0,8829\pi$



в) $t_{b1} < t < t_{b2}, \omega t = 0,9\pi$



г) $t_{b2} = \pi/\omega, \omega t = \pi$



д) $t_{b2} < t < t_{b3}, \omega t = 1,1\pi$

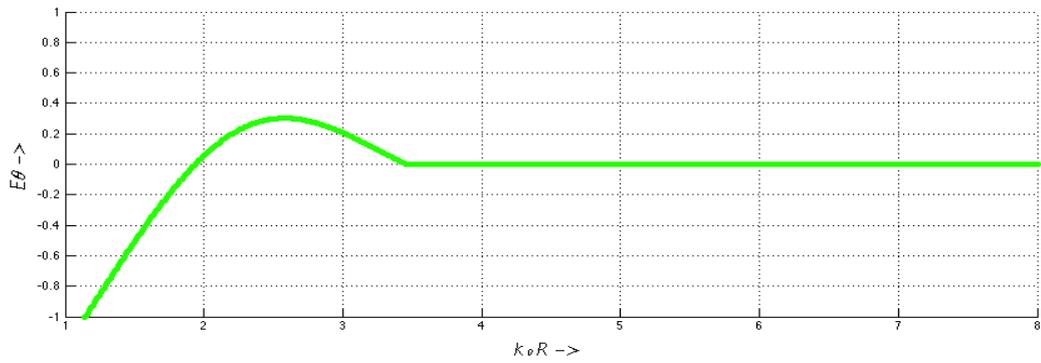
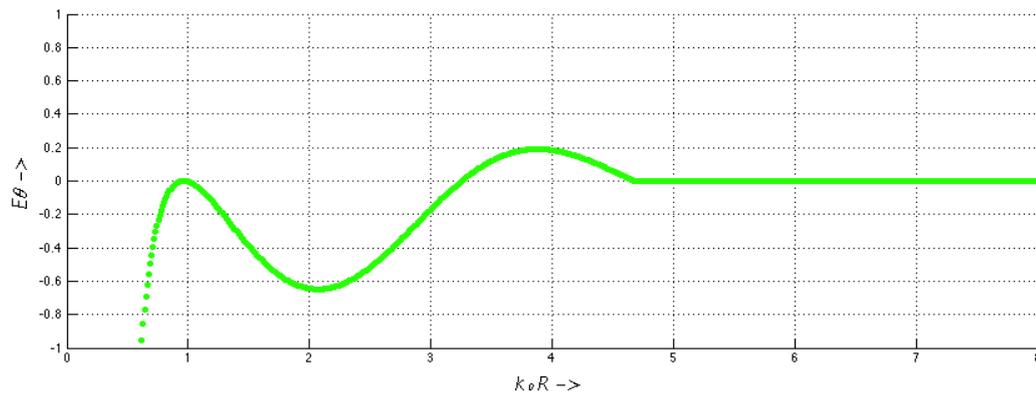
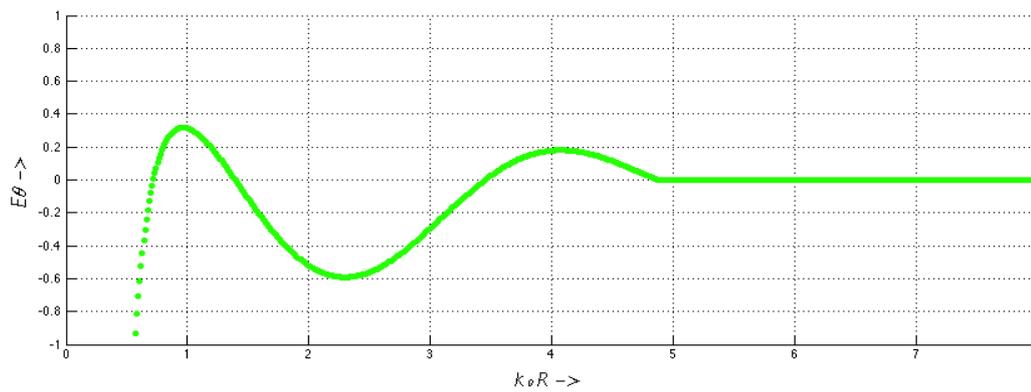


Рис. 2.29.б)-д) Графики импульса компоненты E_θ в различные моменты времени, соответствующие кадрам Рис. 2.13д.

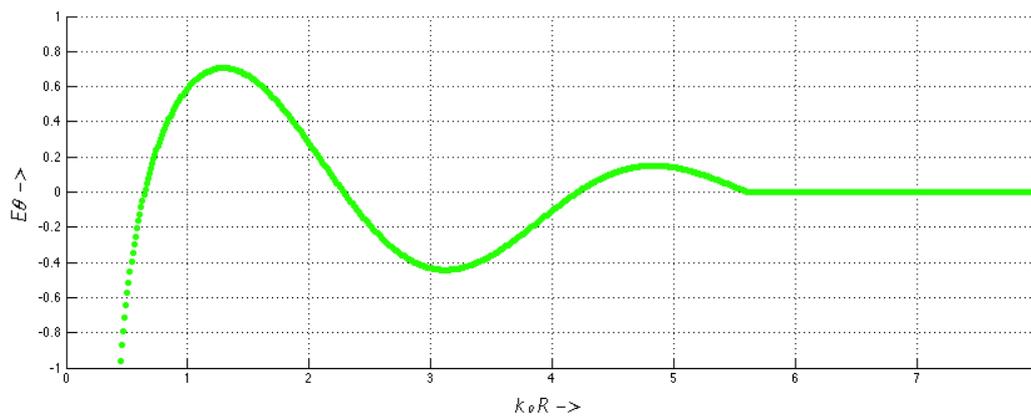
e) $t = t_{b3}, \omega t = 1,49\pi$



ж) $t_{b3} < t < t_{b4}, \omega t = 1,55\pi$



з) $t = t_{b4}, \omega t = 1,7859\pi$



и) $t_{b4} < t < t_{b5}, \omega t = 1,84\pi$

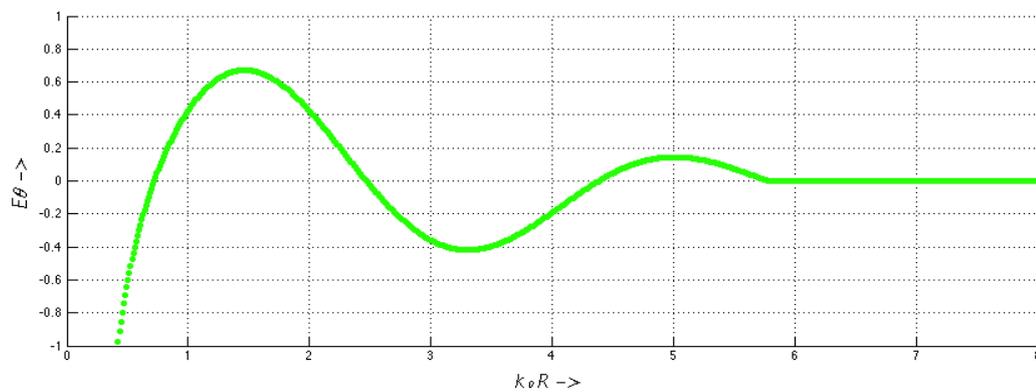
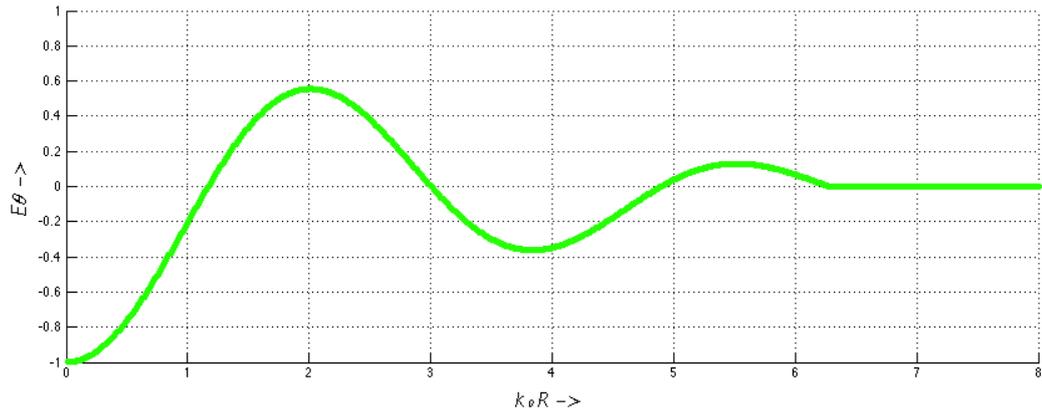


Рис. 2.29.е)-и) Графики импульса компоненты E_θ в различные моменты времени, соответствующие кадрам Рис. 2.13д.

к) $t_{b5} = 2\pi/\omega$, $\omega t = 2\pi$



л) $t > t_{b5}$, $\omega t = 2,2\pi$

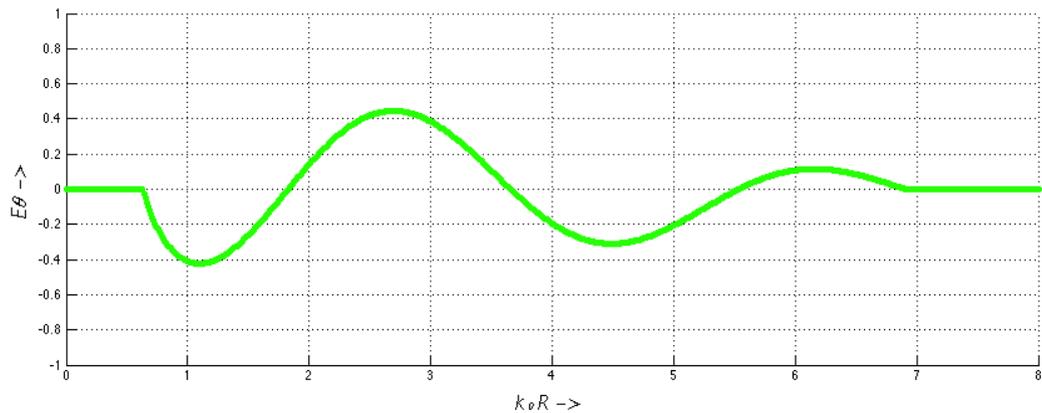


Рис. 2.29.к)-л) Графики импульса компоненты $E\theta$ в различные моменты времени, соответствующие кадрам Рис.2.13д.

Приведенные на Рис. 2.27-2.29 результаты расчетов позволяют дать следующую трактовку экспериментально наблюдаемой anomalно малой временной задержки импульсов [18-22, 94, 99]. Эта трактовка иллюстрируется Рис. 2.31.

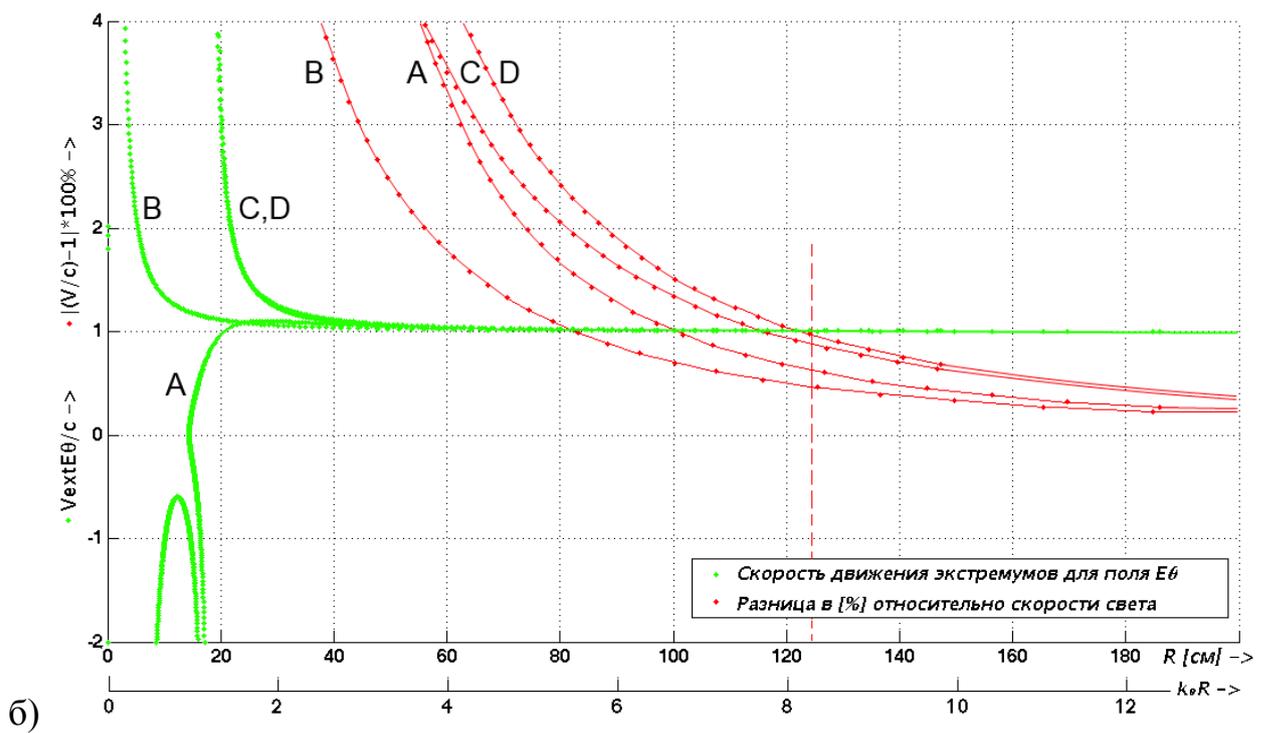
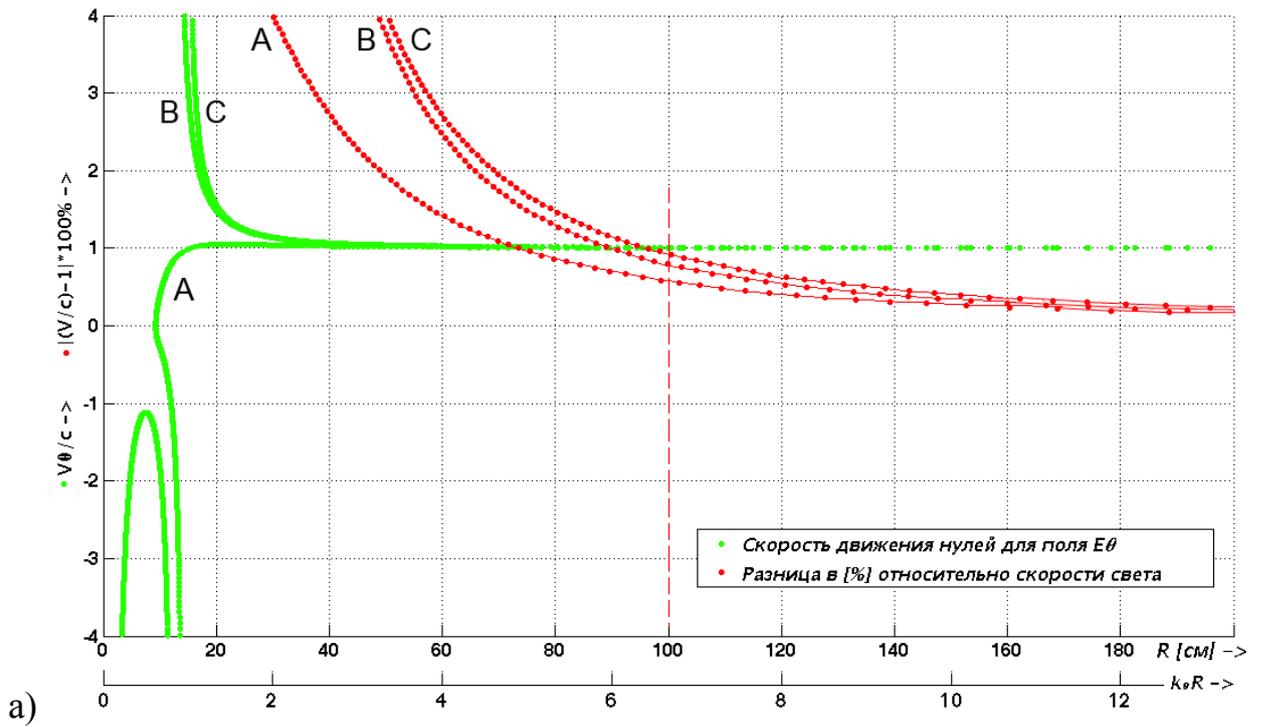


Рис. 2.30 Скорости движения нулей (а) и экстремумов (б) компоненты поля $E\theta$ для импульса (2.66) при $a = 2$, в вакууме (зеленые кривые); погрешность скоростей нулей и экстремумов в % относительно скорости света в вакууме (красные точки), вертикальная пунктирная линия - расстояние, начиная с которого погрешности скоростей относительно скорости света в вакууме менее 1% - это расстояние примем за выход в дальнюю зону излучения диполя.

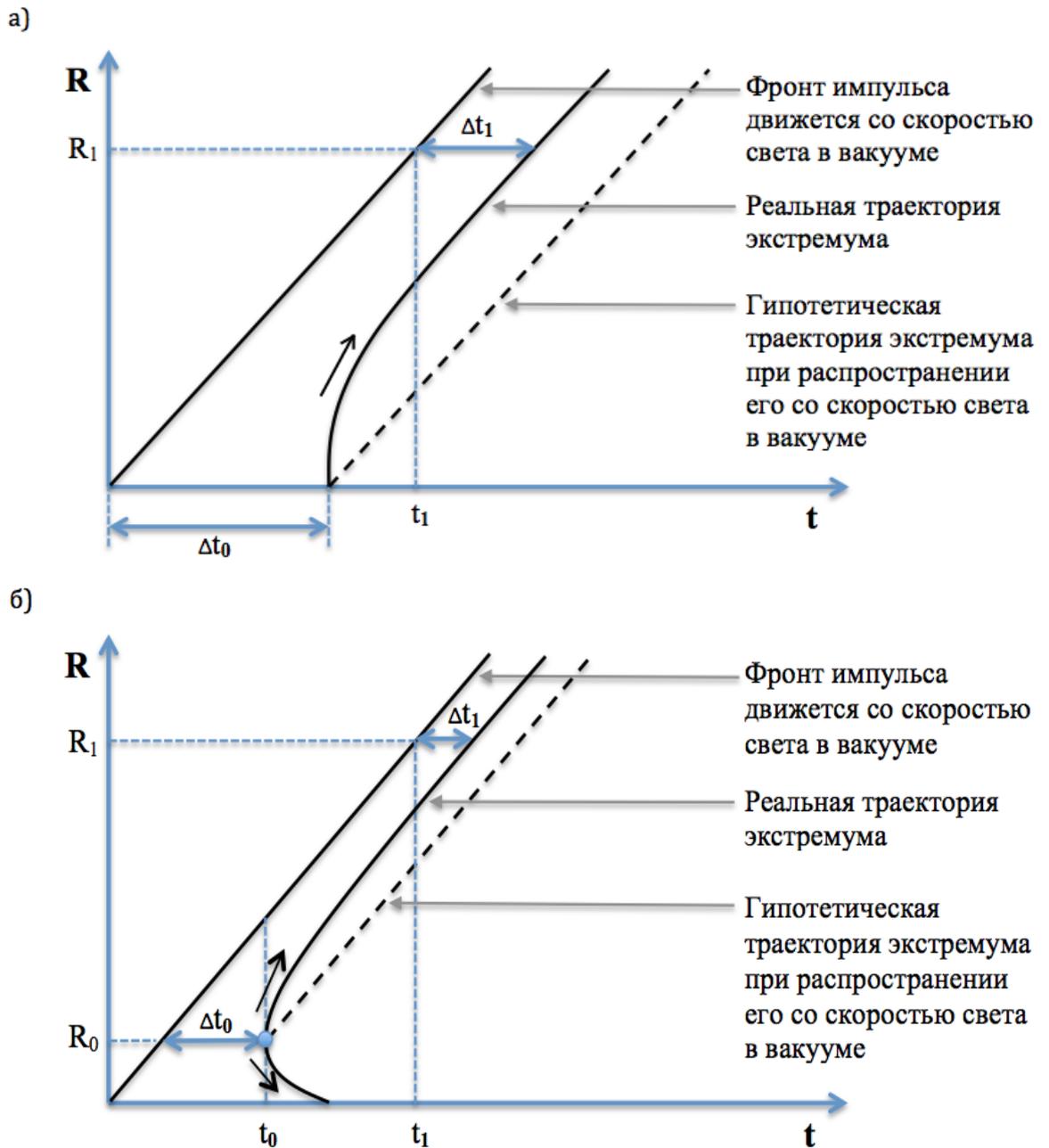


Рис. 2.31 К пояснению anomalно малой временной задержки импульса в случае, когда: а) экстремум движется от точки расположения диполя на бесконечность; б) экстремум движется от точки бифуркации (R_0, t_0) на бесконечность.

Обсудим трактовку anomalно малой задержки в условиях, когда измеряется временная задержка между фронтом импульса и ближайшим к фронту экстремумом импульса.

На Рис. 2.31 а) изображен случай, когда траектория экстремума стартует от диполя и уходит на бесконечность. Временной интервал между

фронтом и экстремумом вблизи точки расположения диполя примерно равен Δt_0 . Скорость движения экстремума в окрестности диполя в случае, изображенном на рисунке, велика ($V \gg c$). Далее экстремум движется в пространстве – времени, приближаясь к фронту с уменьшением скорости, а на последнем участке скорость движения экстремума стремится к скорости света в вакууме c , так что траектория экстремума на графике идет практически параллельно фронту. Вследствие такого движения экстремума временная задержка экстремума относительно фронта Δt_1 оказывается меньше начальной задержки Δt_0 , которая, гипотетически, должна была бы наблюдаться при движении экстремума со скоростью света в вакууме (соответствующая гипотетическая прямая движения экстремума со скоростью света в вакууме показана на Рис. 2.30 а) штрихами).

На Рис. 2.31 б) изображен другой характерный случай, когда траектория экстремума имеет точку бифуркации с координатами (R_0, t_0) . В этой точке мгновенная скорость точки экстремума бесконечна, а в следующий момент времени экстремум расщепляется, при этом одна точка экстремума движется к диполю, другая на бесконечность. Временной интервал между фронтом и экстремумом в точке бифуркации примем равным Δt_0 . Далее движение точки экстремума на бесконечность интерпретируется также, как в предыдущем случае А. Отличие заключается в том, что временную задержку экстремума относительно фронта следует сравнивать с временным интервалом Δt_0 , отнесенным к точке бифуркации. Так же, как в случае А, временная задержка экстремума относительно фронта с увеличением дальности Δt_1 оказывается меньше начальной задержки Δt_0 в точке бифуркации, которая, гипотетически, должна была бы наблюдаться при движении экстремума из этой точки со скоростью света в вакууме (см. штриховую линию на Рис. 2.30.Б).

Еще раз подчеркнем, что «сверхсветовые скорости» движения характерных элементов импульса носят кинематический характер [95] и обусловлены интерференцией квазистатической, индукционной и излучаемой составляющих электрического поля и, соответственно,

интерференцией индукционной и излучаемой компонент магнитного поля, при этом все составляющие полей – квазистатическая, индукционная и излучения – движутся со скоростью света в вакууме (см. формулы (2.8)-(2.10)).

Таким образом, в результате анализа установлено следующее.

1. Кинематика мгновенных скоростей нулей и экстремумов компонент электрического и магнитного полей в зоне индукции электрического диполя носит сложный характер: в определенных интервалах времени скорости нулей и экстремумов компонент полей могут превышать скорость света в вакууме, обращаться в бесконечность, быть отрицательными.

2. В зоне индукции, начиная с некоторого расстояния, нули и экстремумы компонент полей движутся от диполя со сверхсветовой скоростью. При этом мгновенные скорости нулей и экстремумов поля стремятся к скорости света в вакууме, не превосходя его. На расстояниях R порядка 4-х длин импульса мгновенные скорости становятся практически равными скорости света в вакууме (с погрешностью менее 1%).

3. Эти процессы появляются в дальней зоне антенн в виде уменьшения задержки соответствующих характеристик импульсов по сравнению с временем распространения, оцененным по вакуумной скорости. Этот вывод носит общий характер в рамках рассматриваемой нами модели импульса, в которой предполагается, что фронт импульса движется со скоростью ЭМ волны в вакууме и согласуется с интерпретацией «сверхсветового» распространения импульсов, данной в [92].

Физическая трактовка «сверхсветового» распространения сечений импульса, характеризуемых мгновенными скоростями, на основе эволюции силовых линий методами качественного анализа может служить полезным дополнением к иным методам анализа.

Полученные результаты в соответствии с принципом перестановочной двойственности переносятся на случай магнитного диполя, что позволяет

интерпретировать результаты экспериментов [21, 22] по аномально малому запаздыванию импульсов при использовании в качестве передающей и приемной антенн малых электрических рамок.

2.8.0 диаграммах направленности малых антенн при импульсном возбуждении

Как известно [23, 25], при анализе импульсного возбуждения антенн в отличие гармонического режима приходится заново определять понятия диаграмм направленности (ДН). Используются следующие определения ДН антенн в импульсном режиме [23, 25]: мгновенные ДН, пиковые ДН, энергетические ДН. Ниже обсудим кратко описание ДН элементарных антенн.

Электрическое поле диполя в дальней зоне описывается формулой (2.11) при $R \rightarrow \infty$

$$E_{\theta}(R, \theta, t) = \frac{\sin\theta}{4\pi\epsilon_0 R} p''(ct - R), \quad (2.75)$$

откуда следует, что мгновенную ДН на фиксированном расстоянии R можно представить в виде сомножителей

$$F_{\theta}(R, \theta, t) = A(R)V(t - \frac{R}{c})F(\theta), \quad (2.76)$$

где $A(R)$ – нормировочная константа, $F(\theta) = |\sin\theta|$ – амплитудная ДН в гармоническом режиме возбуждения, $V = p''(t - R/c)$ – множитель, определяющий временную зависимость мгновенной ДН. Отсюда следует, что в импульсном режиме пиковая и энергетическая ДН после нормировки ничем не отличаются от ДН диполя в гармоническом режиме возбуждения. Из анализа силовых линий электрического поля следует очевидный результат: нули амплитудных ДН являются проекциями ОТ типа седла, экстремумы – проекциями ОТ типа центра, движущихся на бесконечность. Этот результат, в главе 3 будет обобщен на вибраторы конечной длины.

2.9. Выводы по главе 2

2.9.1. В цилиндрической системе координат выведены уравнения для силовых линий электрического поля и вектора Пойнтинга электрического диполя. Установлено, что они имеют одинаковое число и совпадающие координаты особых точек, определяемых условиями $P(r,z,\tau)=0$, $Q(r,z,\tau)=0$, а различаются типами особых точек и видом траекторий.

2.9.2. Проведен локальный качественный анализ простых особых точек силовых линий электрического поля и вектора Пойнтинга электрического диполя и их бифуркаций в случае гармонических полей. Детально изучена эволюция силовых линий электрического поля и вектора Пойнтинга, включая область бифуркации особых точек электрического поля. Показано, что обнаруженные впервые Г.Герцем особенности формирования силовых линий электрического поля должны наблюдаться после момента бифуркации в более поздний момент времени, чем предсказано Г.Герцем.

2.9.3. Проведен локальный качественный анализ простых особых точек силовых линий электрического поля и вектора Пойнтинга электрического диполя и их бифуркаций в случае негармонических полей. Обнаружена качественно отличная от гармонического случая особенность электрического поля после прохождения точки бифуркации, соответствующей слиянию поверхностей $E_R=0$ и $E_\theta=0$.

2.9.4. Глобальный анализ силовых линий проведен для двух конкретных зависимостей дипольного момента от времени. Тем не менее есть основания утверждать, что обнаруженные при этом закономерности эволюции электрического поля носят общий характер. Такое утверждение основано на следующих моментах. 1) Локальный анализ особенностей поля позволил определить условия существования точек бифуркации, возникающих при слиянии двух простых особых точек; появление этих точек бифуркации наиболее вероятно по сравнению с бифуркациями более

высокого порядка. 2) Было проведено варьирование параметров принятых при анализе функций дипольного момента и были прослежены качественные изменения траекторий особых точек электрического поля. 3) Результаты проведенного таким образом глобального анализа силовых линий поля согласуются с результатами локального анализа. Каких – либо новых точек бифуркации полей при анализе в целом не выявлено. Это дает основания утверждать, что изученные закономерности формирования силовых линий в импульсном режиме возбуждения диполя носят общий характер.

2.9.5. На примерах конкретных импульсов изучены эволюции силовых линий электрического поля и векторного поля плотности потока мощности диполя, включая окрестности особых точек. Проанализированы траектории движения нулей и экстремумов поля и соответствующие им мгновенные скорости компонент электрического и магнитного полей в зоне индукции и дальней зоне диполя. Кинематика нулей и экстремумов полей в зоне индукции может быть весьма сложной: они могут двигаться как вперед, так и назад к диполю, мгновенные скорости могут обращаться в бесконечность (в точках бифуркации). Однако экстремумы и нули поля, движущиеся со сверхсветовой скоростью, не достигают фронта импульса: их скорость по мере движения к фронту приближается к скорости фронта.

2.9.6. Исследование структуры поля электрического диполя дает повод для критики понятий ближней и промежуточной зон. Принято считать, что квазистатическое описание электрического поля диполя справедливо в ближней зоне ($R \ll \lambda$) почти во все моменты времени, за исключением, разумеется, тех моментов, когда заряды диполя равны нулю. При этом игнорируется обнаруженное еще Г.Герцем [1] и подробно исследованное в данной главе явление формирования вихревого поля вблизи диполя в определенных временных интервалах. Другое подобное явление обнаружено в негармоническом режиме после прохождения точки бифуркации, соответствующей слиянию поверхностей $E_R=0$ и $E_\theta=0$. В этих случаях потенциальная составляющая электрического поля не является

доминирующей в значительной части ближней и промежуточной зон диполя, а картина силовых линий качественно отличается от структуры силовых линий диполя в статике. Поэтому широко используемое деление пространства, окружающего диполь, на ближнюю и промежуточную зоны следует считать неадекватным реальной картине формирования поля вблизи диполя. Более корректно, следуя [89], рассматривать вместо этих зон единую область – область индукции^{vi}.

Из сопоставления наших результатов с известными расчетами [5, 7, 11, 20] следует вывод, что качественные методы дают полную классификацию картин силовых линий, без пропусков, которые могут иметь место при расчетах полей с равномерным шагом по времени.

2.9.7. Полученные результаты переносятся на поле магнитного диполя (щели в экране) согласно принципу перестановочной двойственности.

^{vi} На нецелесообразность выделения ближней и промежуточной зон вибратора конечной длины указывалось в [106].

Глава 3. Качественный анализ полей линейного вибратора. Формирование системой вибраторов области с минимальным значением электрического поля

3.1. Введение

В данной главе проводится качественный анализ полей линейного вибратора в гармоническом режиме возбуждения.

Задача исследования полей линейной вибраторной антенны в свободном пространстве представляет самостоятельный интерес. Наряду с этим ее анализ вызван постановкой следующего вопроса: не связан ли обнаруженный в [1] и изученный в [20, 36], а также в главе 2 эффект формирования замкнутых силовых линий электрического поля вблизи диполя с пренебрежением конечными размерами антенны, т.е. заменой его точечным источником?

Для ответа на этот вопрос достаточно изучить поле электрического вибратора конечной длины в гармоническом режиме, поскольку, как следует из анализа поля диполя в главе 2, подобный эффект имеет место как в гармоническом, так и в негармоническом режимах. Будет исследована также эволюция особых точек и силовых линий электрического поля на конечных расстояниях от вибратора. Этому вопросу посвящен второй параграф главы.

В третьем параграфе главы изучается структура полей системы параллельных вибраторов конечной длины. Целью анализа является исследование условий формирования нулей и экстремальных значений электрического поля на конечных расстояниях от системы вибраторов.

В четвертом параграфе главы определены условия распространения сигналов в среде с малыми потерями, при выполнении которых пригодно приближенное описание сигнала, как распространяющегося с экспоненциальным затуханием без изменения формы.

3.2. Структура полей вблизи вибратора конечной длины

3.2.1. Постановка задачи и исходные формулы

Рассмотрим тонкий электрический вибратор конечной длины, возбуждаемый гармоническим током. Вибратор направлен вдоль оси z цилиндрической системы координат r, φ, z , центр которой совмещен с центром вибратора. Длина вибратора $2L$ может быть соизмерима с длиной волны λ , диаметр много меньше длины волны.

Задача излучения тонкого вибратора в приближении заданного тока рассмотрена рядом авторов (см. [88], стр. 400) и изложена в учебной литературе [101]. Предполагая синусоидальное распределение тока вдоль вибратора

$$\dot{I}(z) = \dot{I}_0 \frac{\sin k(L-z)}{\sin(kL)}, \quad (3.1)$$

приведем выражения для комплексных амплитуд электрического и магнитного полей вибратора в цилиндрической системе координат [101]

$$\dot{E}_z = \frac{-i30\dot{I}_0}{\sin(kL)} \left(\frac{\exp(-ikR_1)}{R_1} + \frac{\exp(-ikR_2)}{R_2} - 2\cos(kL) \frac{\exp(-ikR_0)}{R_0} \right), \quad (3.2)$$

$$\dot{E}_r = \frac{i30\dot{I}_0}{r\sin(kL)} \left(\frac{(z-L)\exp(-ikR_1)}{R_1} + \frac{(z+L)\exp(-ikR_2)}{R_2} - 2\cos(kL) \frac{z\exp(-ikR_0)}{R_0} \right), \quad (3.3)$$

$$\dot{H}_\varphi = \frac{i\dot{I}_0}{4\pi r \sin(kL)} (\exp(-ikR_1) + \exp(-ikR_2) - 2\cos(kL)\exp(-ikR_0)), \quad (3.4)$$

В (3.2) - (3.4) приняты следующие обозначения

$$R_1 = \sqrt{r^2 + (z-L)^2}, \quad R_2 = \sqrt{r^2 + (z+L)^2}, \quad R_0 = \sqrt{r^2 + z^2}, \quad (3.5)$$

$\dot{I}_0 = I_0 e^{i\psi}$, I_0 – модуль тока в точке питания, ψ – фаза тока.

Для описания эволюции поля в пространстве – времени перейдем от комплексных амплитуд ко мгновенным значениям полей:

$$E_z = A \left(\frac{\sin(\omega t - kR_1 + \psi)}{R_1} + \frac{\sin(\omega t - kR_2 + \psi)}{R_2} - 2\cos(kL) \frac{\sin(\omega t - kR_0 + \psi)}{R_0} \right) \quad (3.6)$$

$$E_r = \frac{-A}{r} \left(\frac{(z-L)\sin(\omega t - kR_1 + \psi)}{R_1} + \frac{(z+L)\sin(\omega t - kR_2 + \psi)}{R_2} - 2\cos(kL) \frac{z\sin(\omega t - kR_0 + \psi)}{R_0} \right) \quad (3.7)$$

$$H_\varphi = \frac{-A}{120\pi r} (\sin(\omega t - kR_1 + \psi) + \sin(\omega t - kR_2 + \psi) - 2\cos(kL)\sin(\omega t - kR_0 + \psi)) \quad (3.8)$$

В (3.6)-(3.8) константа $A = \frac{30I_0}{\sin(kL)}$.

Согласно приближенной теории тонкого вибратора [101] мгновенные значения тока и плотности заряда на единицу длины вибратора определяются формулами

$$I(z,t) = I_0 \frac{\sin k(L-|z|)}{\sin(kL)} \cos(\omega t + \psi), \quad q(z,t) = \pm I_0 \frac{\cos k(L-|z|)}{c \sin(kL)} \sin(\omega t + \psi) \quad (3.9)$$

В (3.9) верхний знак в функции заряда выбирается на плече вибратора $0 < z < L$, нижний знак – на плече вибратора $-L < z < 0$.

Для сопоставления с учебниками (см, например,[67]) в формулах (3.2)-(3.9) угол ψ следует положить равным $\pi/2$. В дальнейшем мы примем начальную фазу тока $\psi=0$ для согласования с работой Г.Герца [1] и результатами гл. 2.

3.2.2. Об особых точках на поверхности тонкого вибратора

Ниже будет проведен качественный анализ силовых линий полей и вектора Пойнтинга тонкого линейного вибратора. При этом следует рассматривать особые точки (ОТ) и непосредственно на оси вибратора (диаметр вибратора считаем пренебрежимо малым), и вне вибратора.

Основное внимание будет уделено изучению силовых линий электрического поля. При этом обоснованным является анализ полей вне области, непосредственно прилегающей к поверхности антенны, так как

принятое нами распределение тока является приближенным и использование представления z -компоненты электрического поля (3.6) непосредственно на поверхности антенны дает нефизические результаты [101]. В приближении (3.6) компонента E_z остается конечной на поверхности вибратора, за исключением его торцов, а на торцах стремится к бесконечности, в то время как согласно граничному условию на металле должна быть равна нулю. Вместе с тем представление (3.6) является корректным для описания полей на расстояниях, больших по сравнению с диаметром вибратора. Тем не менее мы будем использовать понятие ОТ и непосредственно на оси вибратора в качественном плане. Последнее оправдано тем, что при стремящемся к нулю радиусе вибратора компонента E_r стремится к бесконечности и при ограниченной компоненте E_z силовые линии электрического поля ортогональны поверхности вибратора (вне торцов), что соответствует физике явлений. Поэтому понятие ОТ на оси вибратора будем применять к анализу силовых линий, полученных в численном эксперименте, по аналогии с определением простых или сложных ОТ [33, 74].

Следует ожидать, что учет конечной длины вибратора приведет к качественному изменению структуры поля вблизи самого вибратора по сравнению с точечным диполем. Обсудим этот вопрос.

Электрическому полю точечного вибратора (диполя) соответствует ОТ сложной структуры, совпадающая с диполем. При конечной длине вибратора на нем возникают как минимум три ОТ: в центре вибратора (в точке питания) и на концах вибратора. Это сразу видно из структуры силовых линий электрического поля, построенных для вибратора малой длины, в сравнении со структурой силовых линий диполя (Рис. 3.1). Сравнение рисунков показывает, что структуры силовых линий диполя и вибратора конечной длины, а также типы ОТ совпадают на расстояниях, больших по сравнению с длиной вибратора. На меньших расстояниях видно различие, обусловленное конечной длиной вибратора. Ясно видны ОТ в центре и на концах вибратора.

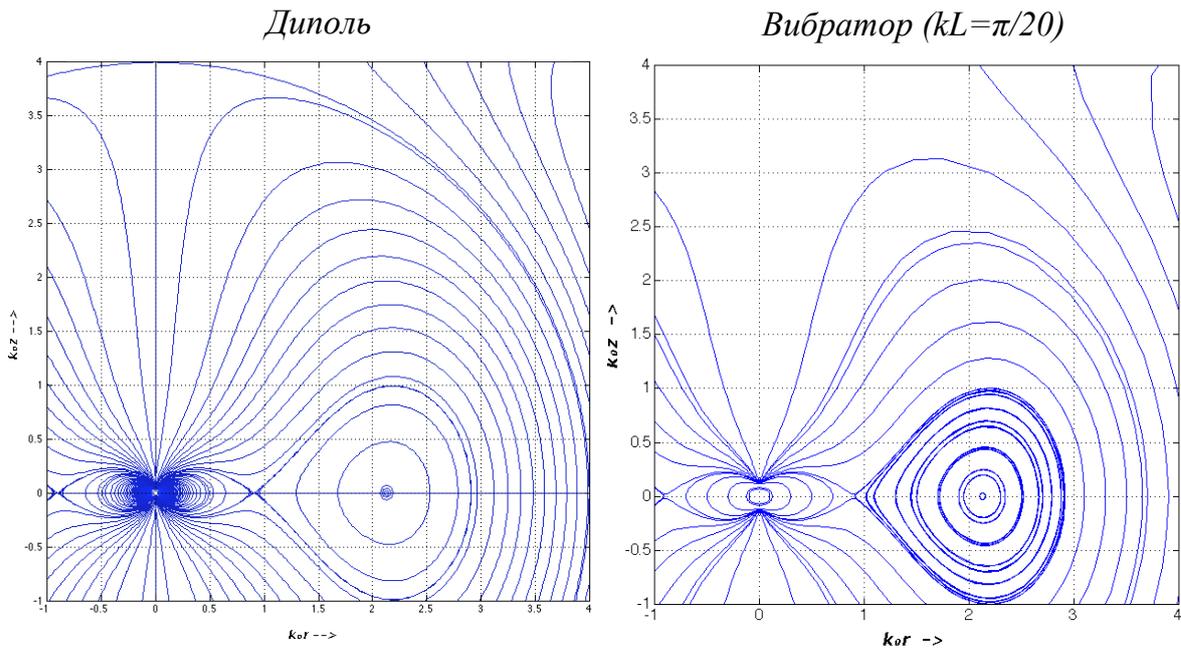


Рис.3.1 Картины силовых линий электрического поля для диполя (слева) и вибратора малой длины $kL=\pi/20$ (справа) в момент времени $\omega t/\pi=0,85$

Учитывая приближенный характер полей и токов вблизи идеализированного вибратора (3.6-3.9), мы не будем подробно изучать структуру силовых линий в точке возбуждения и на торцах вибратора^{vii}. Однако следует обсудить вопрос, возникают ли новые ОТ на вибраторе с увеличением его длины? Величины тока и плотности заряда на единицу длины вибратора (3.9) связаны со значениями полей на поверхности вибратора соотношениями [101]

$$I(z,t) = 2\pi a N_{\varphi}, \quad q(z,t) = 2\pi \epsilon_0 E_r. \quad (3.10)$$

^{vii} Аналитическое исследование структуры силовых линий и ОТ вблизи вибратора удалось провести благодаря тому, что используются приближенные формулы для токов и полей вблизи вибратора (3.6)-(3.10). Более строгий подход может быть реализован при использовании приближенных решений интегральных уравнений для тока на вибраторе (Халлен [102], Вайнштейн [103]) либо численных решений интегральных уравнений [101, 104-106]. Однако применение численных методов или приближений, следующих из интегральных уравнений, приводит к значительному усложнению анализа, поэтому мы ограничились использованием более простого и наглядного подхода, основанного на аналитических формулах для полей и токов. В дальнейшем представляется целесообразным провести численное исследование силовых линий, используя метод сингулярных интегральных уравнений, предложенный в работах Неганова В.А. [105, 106] и корректно описывающий структуру поля вибратора вплоть до его поверхности.

В (3.10) a – радиус вибратора, ϵ_0 – электрическая постоянная. При $a \rightarrow 0$ подстановкой (3.8) и (3.7) в (3.10) получаем, что формулы (3.10) переходят в (3.9) всюду, кроме концов вибратора.

В рассматриваемом нами приближении по длине вибратора формируются стоячие волны. Из формул (3.9,3.10) следует, что вне точки питания и концов вибратора нули магнитного поля на поверхности вибратора определяются условием

$$\text{sink}(L - |z|) = 0, \quad 0 < |z| < L,$$

а нули радиальной компоненты электрического поля – условием

$$\text{cosk}(L - |z|) = 0, \quad 0 < |z| < L.$$

Следовательно, новые нули магнитного поля в пределах вибратора появляются, когда длина вибратора L превышает длину $n\lambda/2$, а нули электрического поля – когда длина вибратора L превышает длину $\lambda/4 + n\lambda/2$, $n=1,2,\dots$. Есть все основания ожидать, что с нулями тока и заряда связаны ОТ электрического и магнитного полей не только на поверхности вибратора, но и в пространстве.

В качестве конкретного значения длины вибратора далее возьмем $kL=7\pi/6$. При такой длине плеча между точкой питания и концом вибратора имеет место один нуль тока (магнитного поля) и один нуль заряда (радиальной компоненты электрического поля) (Рис.3.2). Обратим внимание на то, что в моменты времени $\omega t=n\pi+\pi/2$ распределение тока меняет знак, аналогично в моменты времени $\omega t=n\pi$ меняет знак распределение заряда на вибраторе.

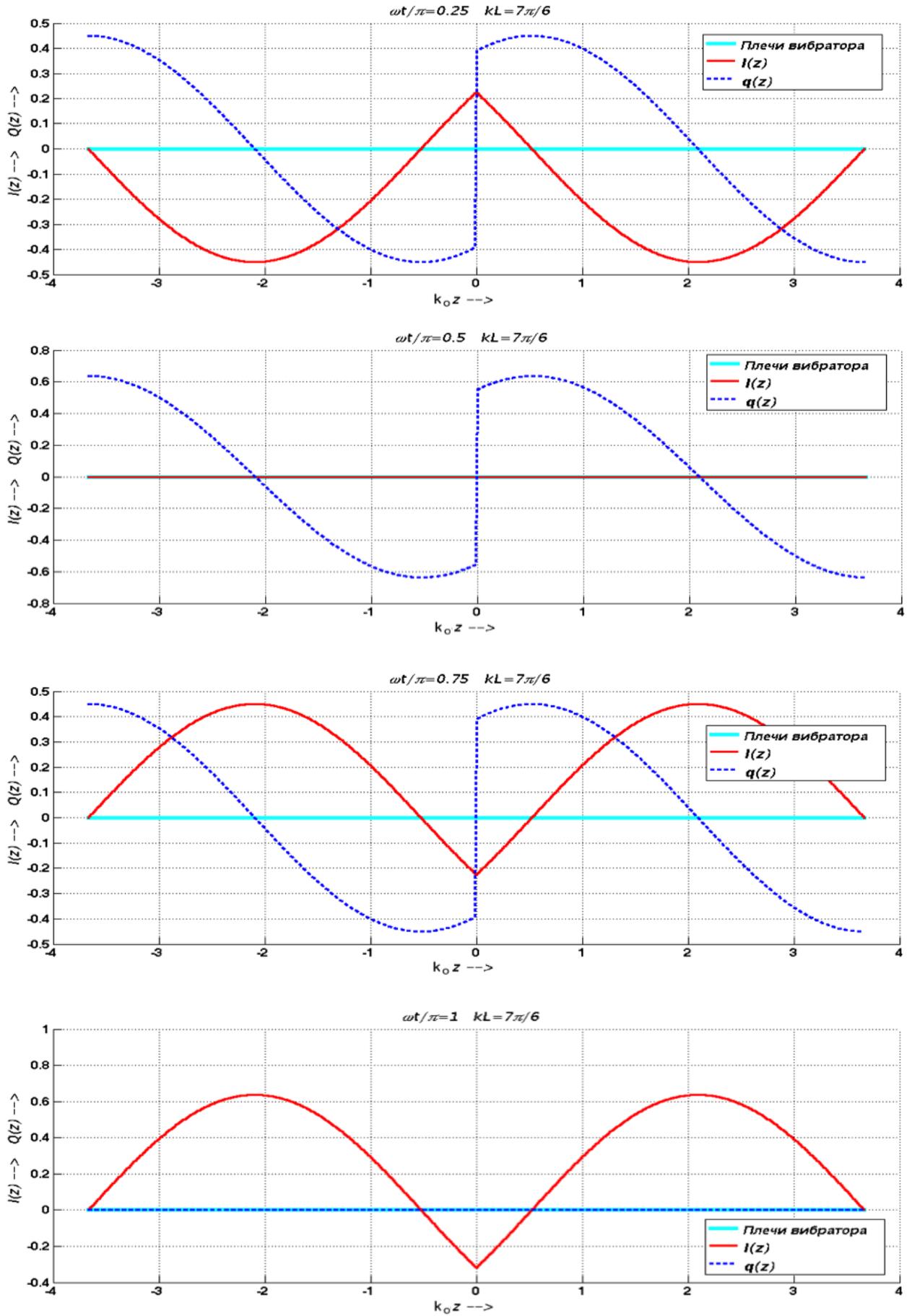


Рис.3.2 Этюры тока и заряда на вибраторе с длиной плеча $kL = 7\pi/6$

3.2.3. Качественный анализ силовых линий электрического поля линейного вибратора

На примере диполя мы видели, что структура силовых линий электрического поля существенно сложнее, чем магнитного. Поэтому целесообразно вначале провести анализ векторной структуры электрического поля, а уже далее - совместный анализ силовых линий электрического, магнитного полей и вектора Пойнтинга. Дифференциальное уравнение силовых линий электрического поля линейного вибратора имеет вид (2.15), где

$$P = -r \left(\frac{\sin(\omega t - kR_1)}{R_1} + \frac{\sin(\omega t - kR_2)}{R_2} - 2\cos(kL) \frac{\sin(\omega t - kR_0)}{R_0} \right) \quad (3.11)$$

$$Q = \frac{(z-L) \sin(\omega t - kR_1)}{R_1} + \frac{(z+L) \sin(\omega t - kR_2)}{R_2} - 2\cos(kL) \frac{z \sin(\omega t - kR_0)}{R_0}. \quad (3.12)$$

Этими функциями определяется и уравнение для траекторий плотности потока мощности вибратора (2.22).

Начнем с определения ОТ электрического поля. В общем случае для определения положения ОТ в пространстве (z, r, t) нужно приравнять нулю одновременно функции $P(z, r, t)$, $Q(z, r, t)$. Система уравнений

$$P(z, r, t) = 0, \quad Q(z, r, t) = 0 \quad (3.13)$$

может быть решена следующим образом. Каждое из уравнений (3.13) дает в трехмерном пространстве (z, r, t) некоторую поверхность. Пересечение этих поверхностей даст траекторию (траектории) ОТ. Удобно найти эти траектории следующим образом. Все тригонометрические функции, входящие в (3.13), преобразуются так, чтобы свести (3.13) к форме

$$P(z, r, t) = 0 \rightarrow \operatorname{tg}(\omega t) = -F(z, r), \quad (3.14)$$

$$Q(z, r, t) = 0 \rightarrow \operatorname{tg}(\omega t) = -G(z, r). \quad (3.15)$$

Выражения для функций F и G получаются довольно громоздкими.

$$F = \frac{\frac{1}{R_1} \cos(kR_1) + \frac{1}{R_2} \cos(kR_2) - \frac{2\cos kL}{R_0} \cos(kR_0)}{\frac{1}{R_1} \sin(kR_1) + \frac{1}{R_2} \sin(kR_2) - \frac{2\cos kL}{R_0} \sin(kR_0)}, \quad (3.16)$$

$$G = \frac{\frac{z-L}{R_1} \cos(kR_1) + \frac{z+L}{R_2} \cos(kR_2) - \frac{2z\cos kL}{R_0} \cos(kR_0)}{\frac{z-L}{R_1} \sin(kR_1) + \frac{z+L}{R_2} \sin(kR_2) - \frac{2z\cos kL}{R_0} \sin(kR_0)}. \quad (3.17)$$

Зафиксируем момент времени t . Тогда $\operatorname{tg}(\omega t) = \operatorname{const}$ и численное решение системы

$$F(z, r) = \operatorname{const}, \quad G(z, r) = \operatorname{const} \quad (3.18)$$

находится для данного момента времени.

Прежде, чем обсуждать общий случай, рассмотрим частный, когда ОТ располагаются на оси z при $r=0$ и на оси r при $z=0$. Ранее в главе 2 было показано, что ОТ силовых линий электрического поля диполя находятся на этих осях, а вне этих осей ОТ отсутствуют, за исключением одного специального случая, не проявляющегося в гармоническом режиме. Аналогично диполю уравнение силовых линий электрического поля (2.15) имеет в случае вибратора две последовательности особых точек на осях z и r . Компонента E_r , как показывает анализ (см. приложение), обращается в нуль на осях $r=0$ и $z=0$. Последовательность ОТ на оси z определяется приравниванием нулю компоненты E_z при $r=0$, что дает соотношение

$$r=0, \omega t = kz - \operatorname{arctg}\left(\frac{z}{L} \operatorname{tg}(kL)\right) + n\pi, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.19)$$

а последовательность ОТ на оси r – приравниванием нулю компоненты E_z при $z=0$, что дает соотношение

$$z=0, \omega t = \operatorname{arctg} \frac{r \sin(k\sqrt{r^2 + L^2}) - \sqrt{r^2 + L^2} \cos(kL) \sin(kr)}{r \cos(k\sqrt{r^2 + L^2}) - \sqrt{r^2 + L^2} \cos(kL) \cos(kr)} + n\pi, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2.. \quad (3.20)$$

В пределе $L \rightarrow 0$ соотношения (3.19),(3.20) переходят в полученные в главе 2 выражения, определяющие траектории особых точек силовых линий элементарного диполя.

При анализе особенностей векторного поля плотности потока мощности необходимо учитывать изменение направления вектора Пойнтинга при пересечении нулей магнитного поля. Положение нулей магнитного поля определяется из (3.8), откуда следует соотношение

$$\omega t = \arctg \frac{\sin(kR_1) + \sin(kR_2) - 2\cos(kL) \sin(kR_0)}{\cos(kR_1) + \cos(kR_2) - 2\cos(kL) \cos(kR_0)} + n\pi, n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (3.21)$$

Анализ локальной структуры силовых линий в окрестности особых точек может быть проведен методами качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений подобно тому, как анализировалось поле диполя. Однако, учитывая громоздкость получаемых при этом выражений, мы определяли типы ОТ непосредственно по структуре силовых линий, построенных численно.

Рассмотрим вначале ОТ на оси r . Наибольший интерес при этом представляет исследование ближайших к вибратору ОТ и связанной с ними структуры электрического поля. Как было показано в случае электрического диполя, см. [1, 35, 36] и главу 2, п.2.3, существует определенный интервал времен, когда вблизи диполя формируется специфичная вихревая структура электрического поля, качественно отличающаяся от структуры вихревых силовых линий, описывающих процесс излучения. Специфика этой вихревой структуры заключается в том, что она окружена силовыми линиями, замкнутыми на концы диполя, и освобождается, превращаясь в свободно двигающееся вихревое поле, только с определенного момента времени. Поэтому на примере вибратора конечной длины представляет интерес выяснить, не является ли подобная структура поля идеализацией, связанной с бесконечно малыми размерами диполя, или она имеет место и при конечных размерах вибратора? Такой вопрос был поставлен проф. Сазоновым Д.М. при обсуждении работы на кафедре АУиРРВ МЭИ.

Необходимые выводы следуют из анализа соотношения (3.20). Поскольку при малых kL (3.20) переходит в аналогичное выражение для элементарного диполя, последнему соответствует возникновение описанной выше специфичной структуры силовых линий. С другой стороны, при $kL=\pi/2$ ($L=\lambda/4$) условие (3.20) сводится к

$$\omega t = k\sqrt{r^2 + L^2} - \frac{\pi}{2} + n\pi, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (3.22)$$

откуда следует однозначная зависимость от координат и отсутствие бифуркаций ОТ поля на оси r . Таким образом, в интервале $0 < kL \leq \pi/2$ следует ожидать перестройки структуры ОТ. Траектории ОТ, построенные с помощью выражений (3.19), (3.20), приведены на Рис. 3.5 и 3.6. Обратим внимание на то, что на оси z ОТ в свободном пространстве существуют вне оси вибратора, т.е. при $|z| > L$.

Из расчетов следует, что при длине плеча вибратора $kL < \pi/2$ ($L < \lambda/4$) траектории ОТ (кривые 2,3,4) обязательно имеют точку бифуркации, в окрестности которой возникает разобранная в главе 2 нетривиальная структура силовых линий электрического поля. С ростом длины плеча вибратора kL точка бифуркации сдвигается в направлении вибратора и исчезает строго при $kL = \pi/2$ ($L = \lambda/4$).

Таким образом, существование вихревых силовых линий в зоне индукции, окруженных силовыми линиями, замкнутыми на вибратор, имеет место в определенном интервале времен, как у элементарного диполя, так и у вибратора конечной длины при ограничении на его длину.

Более общий случай существования ОТ электрического поля вне осей $z=0$ и $r=0$ (такие ОТ в поле диполя отсутствуют) удалось изучить только путем численного эксперимента. С физической точки зрения процесс рождения ОТ вне осей $z=0$ и $r=0$ можно пояснить следующим образом.

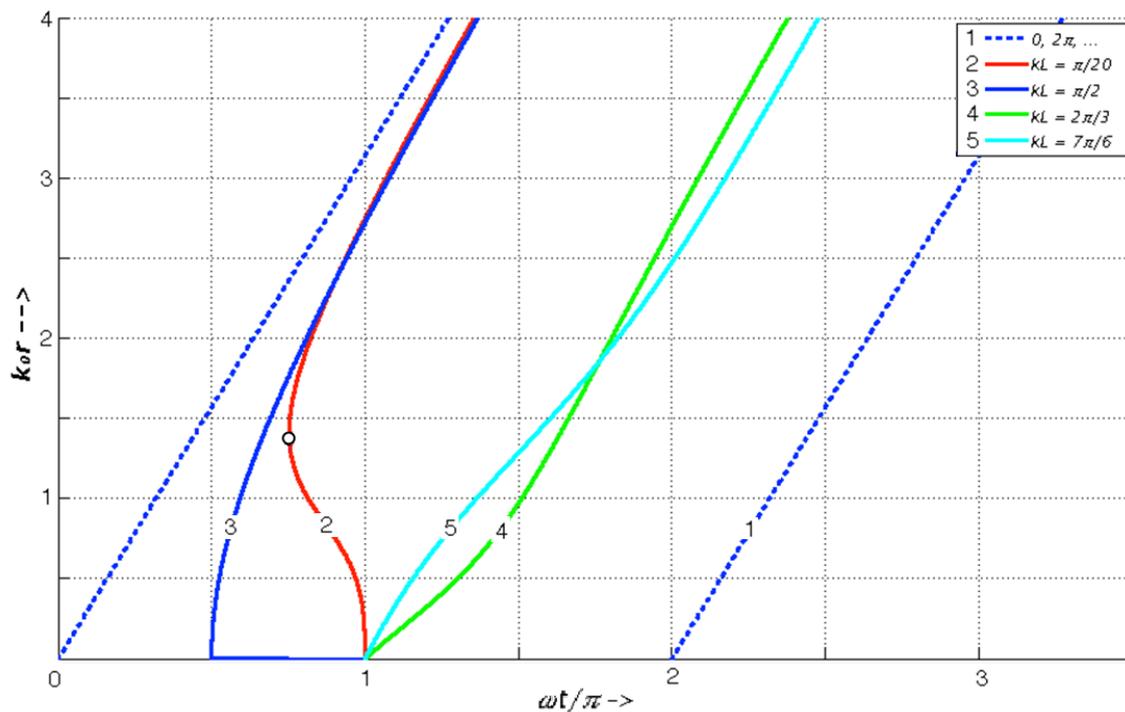


Рис. 3.3 Траектории особых точек электрического поля на оси r

(Показаны только траектории особых точек, привязанные к моменту времени $\omega t = \pi$ при $r = 0$. Точка бифуркации для вибратора с длиной плеча $kL = \pi/20$ вне оси $r = 0$ соответствует бесконечной скорости движения особой точки ($\frac{dr}{dt} = \infty$) и отмечена кружком.)

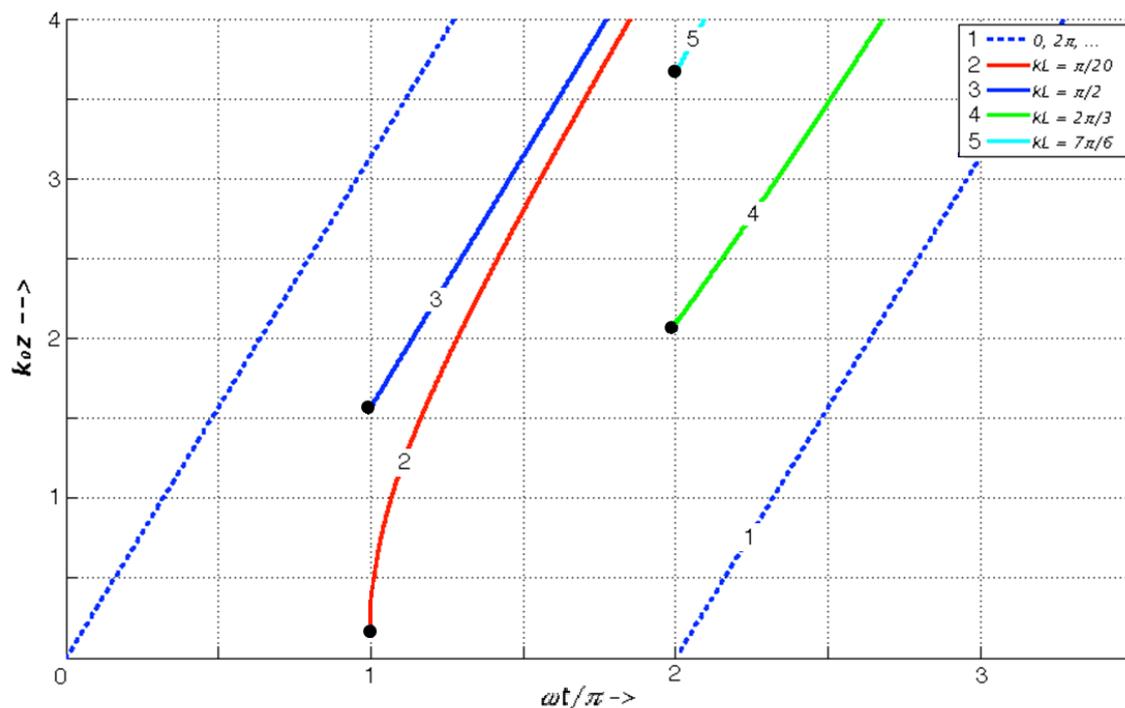


Рис. 3.4. Траектории особых точек электрического поля на оси z . Черным цветом помечены координаты конца вибратора

Как было указано выше в п. 3.2.2, распределения тока и заряда вдоль вибратора имеют вид стоячих волн, причем вне точки питания и концов вибратора неподвижные нули заряда между точкой питания и концами вибратора возникают при длине плеча больше $\lambda/4$, а неподвижные нули тока – при длине плеча больше $\lambda/2$. Следует предположить, и это, как мы увидим, согласуется с численным экспериментом, что нули заряда и тока являются генераторами особых точек поля вне вибратора.

Для обоснования этого утверждения рассмотрим результаты численного эксперимента для вибратора с длиной плеча $kL=7\pi/6$. На Рис. 3.5 и 3.6 приведены траектории особых точек электрического поля в пространстве (r, z, t) , связанных с нулем заряда, расположенным между точкой питания и концом вибратора. С учетом симметрии показано только верхнее плечо вибратора. Из сопоставления Рис. 3.2 с Рис. 3.5, 3.6 следует, что с момента времени $t=0$ до момента времени $\omega t \approx 0,56\pi$ особая точка электрического поля совпадает с неподвижным нулем заряда на вибраторе, расположенным на расстоянии $kz=2\pi/3$ от точки питания. Далее особая точка отрывается от вибратора и движется в пространстве (r, z, t) по направлению к оси r , в момент времени $\omega t = \pi$ в точке $kr \approx 2,5$ попадает на эту ось и далее движется по ней.

Более глубокое понимание процесса формирования поля дают картины силовых линий электрического поля вибратора, нулей электрического и магнитного полей, а также вектора Пойнтинга, приведенные на Рис.3.11 для различных моментов времени.

Учитывая сложный характер векторного поля в окрестности особых точек, особенно в моменты структурной перестройки поля, расчет электрического поля проводился двумя методами: прямым построением векторного поля по формулам (3.6) и (3.7) и путем интегрирования ОДУ для силовых линий (2.15) методом Рунге-Кутты. Последний способ оказался наиболее удобным и наглядным для качественного анализа.

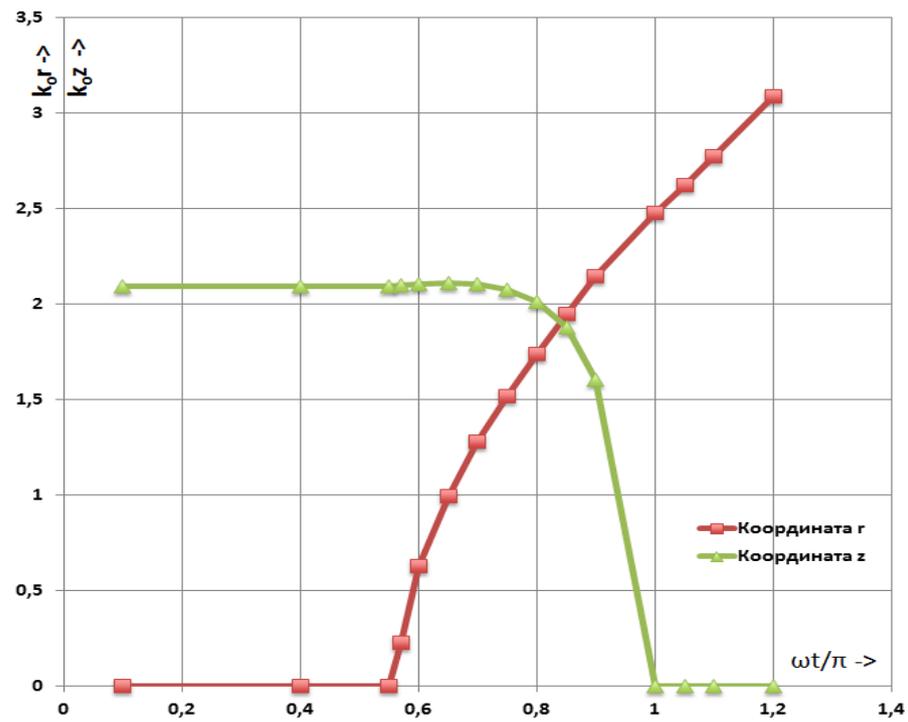


Рис. 3.5 Траектории движения особых точек в пространстве (r, z, t) в проекциях на плоскости (r, t) и (z, t) , для длины плеча вибратора $kL=7\pi/6$

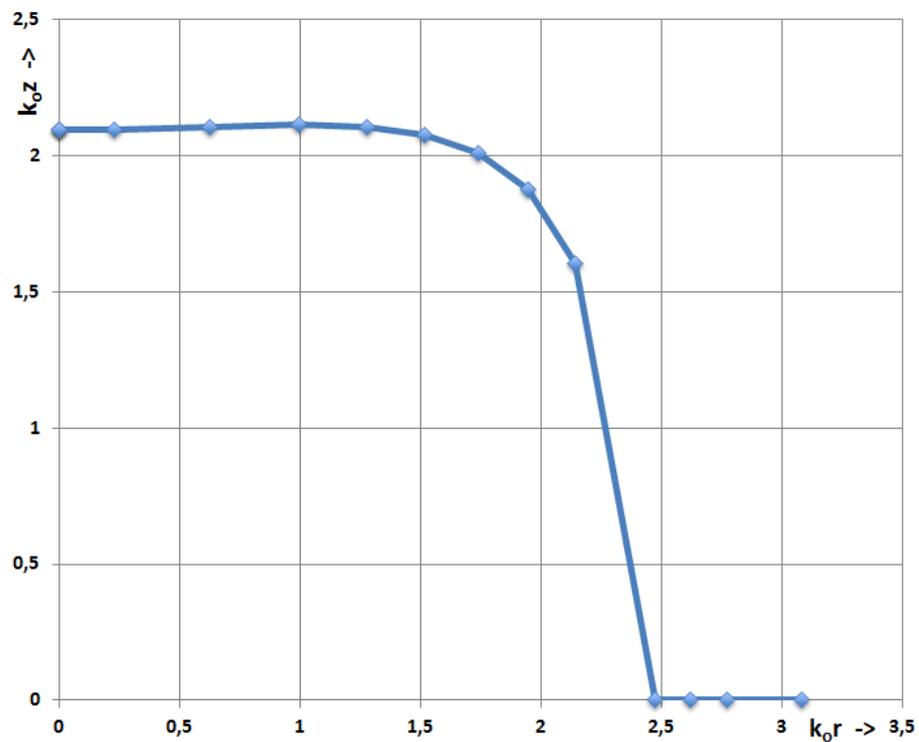


Рис. 3.6 Траектории движения особых точек в пространстве (r, z, t) в проекции на плоскость (r, z) , для длины плеча вибратора $kL=7\pi/6$

Траектории движения особых точек (типа «центр» и типа «седло») вне осей $z=0$ и $r=0$ малого лепестка диаграммы направленности вибратора при $kL=7\pi/6$ (полученные путем численного эксперимента) приведены на Рис. 3.7. и 3.8. Как следует из этих рисунков, на конечном и достаточно большом расстоянии от вибратора (от полутора – до двух длин волн) в определенный момент времени возникает точка бифуркации, которая далее расщепляется на особые точки типа «центр» и «седло», движущиеся на бесконечность. То обстоятельство, что эти особые точки возникают вне осей $z=0$ и $r=0$ на наш взгляд связано с существованием реактивных полей вблизи вибратора. С другой стороны, поскольку эти особые точки движутся на бесконечность их разумно сопоставить с положением максимумов и минимумов средней за период диаграммы направленности вибратора в гармоническом режиме излучения.

Для возможности сопоставления максимума и минимума диаграммы направленности вибратора с траекториями движения особых точек на рисунке 3.9 приведена диаграмма направленности вибратора при $kL=7\pi/6$, а на Рис.3.10. сопоставление траекторий движения особых точек типа «центр» и типа «седло» с направлениями максимума и минимума диаграммы направленности вибратора.

Из рисунков 3.9. и 3.10 можно видеть, что особая точка типа «центр» на больших расстояниях соответствует направлению максимума поля малого лепестка диаграммы направленности вибратора (угол от оси z до максимума поля $=30,94^\circ$), а особая точка типа «седло» на больших расстояниях соответствует направлению нуля поля и нуля диаграммы направленности вибратора (между малым и большим лепестками диаграммы направленности угол от оси $z =44,41^\circ$).

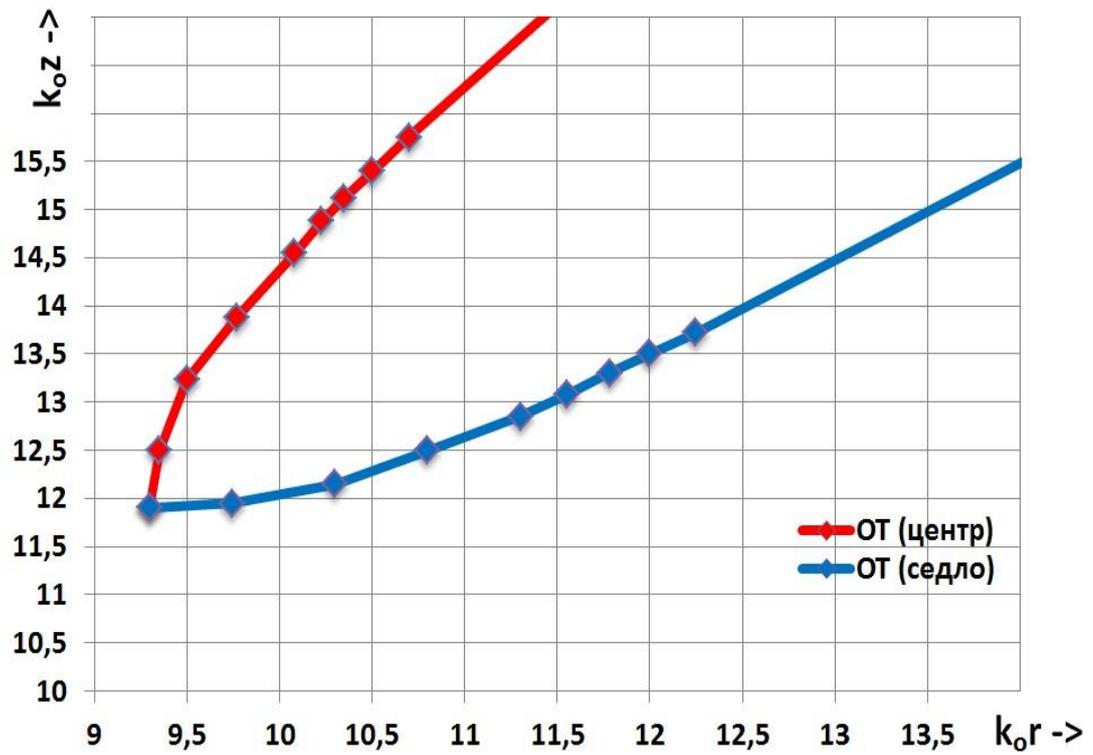


Рис. 3.7 Траектории движения особых точек типа «центр» и типа «седло» вне осей для вибратора при $kL = 7\pi/6$ на плоскости (r, z)

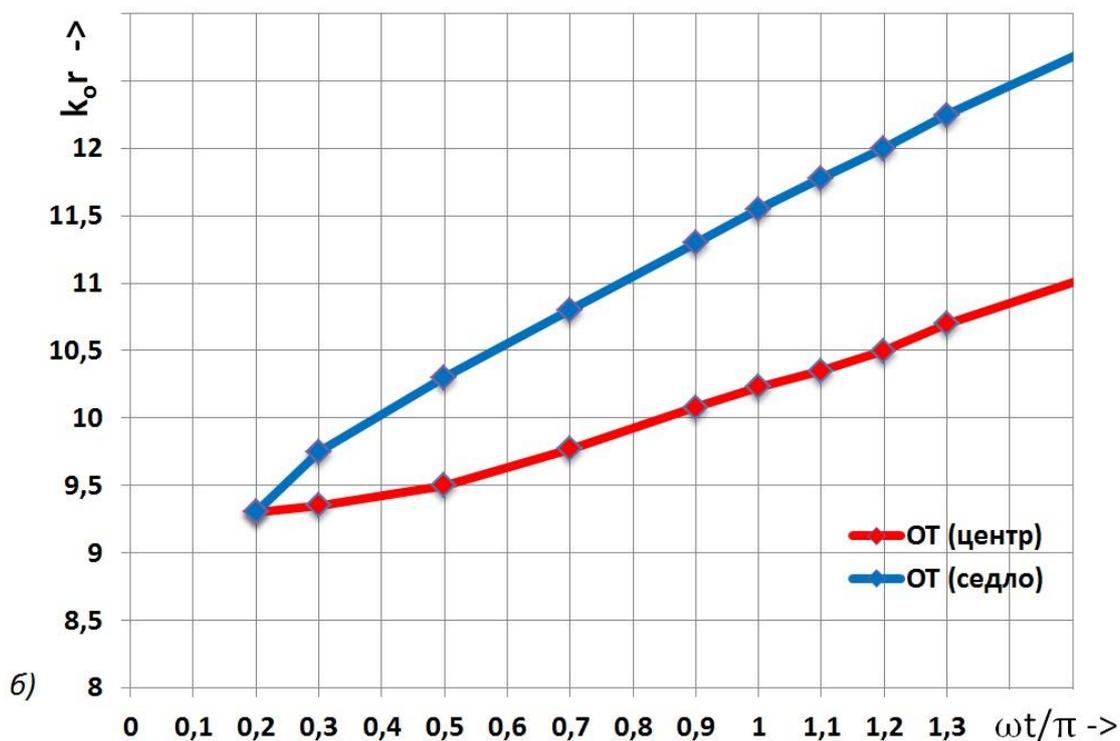
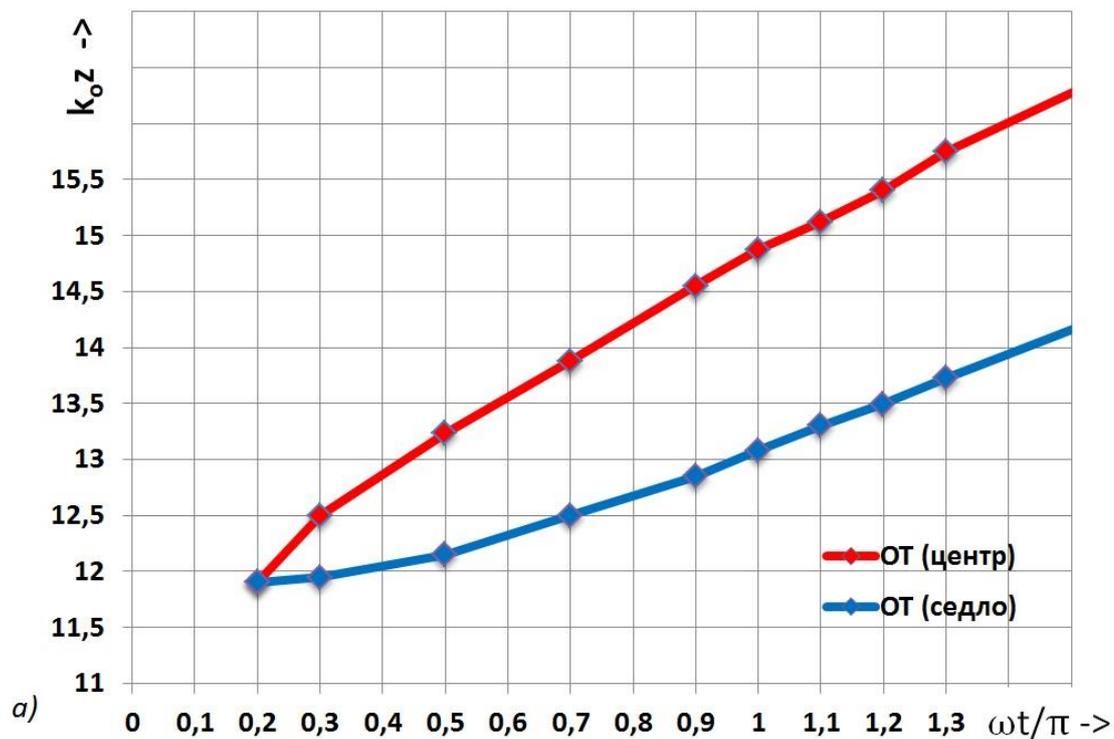


Рис. 3.8 Траектории движения особых точек типа «центр» и типа «седло» вне осей для вибратора при $kL = 7\pi/6$ на плоскостях 3.8.а) $\rightarrow (z, \omega t/\pi)$ и 3.8.б) $\rightarrow (r, \omega t/\pi)$, соответственно

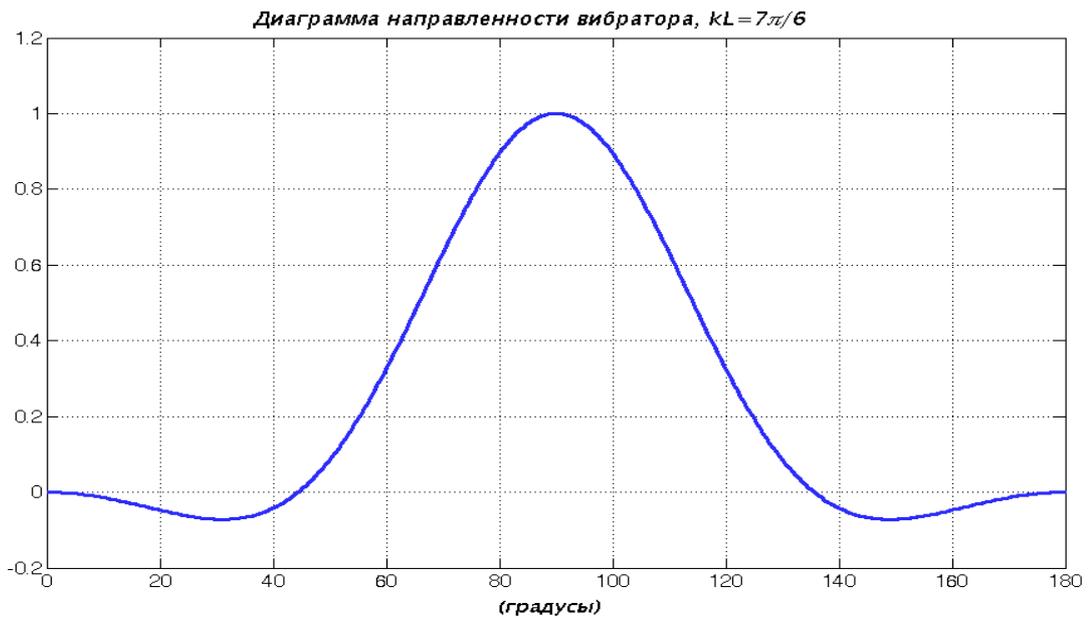


Рис. 3.9 Диаграмма направленности вибратора при $kL = 7\pi/6$

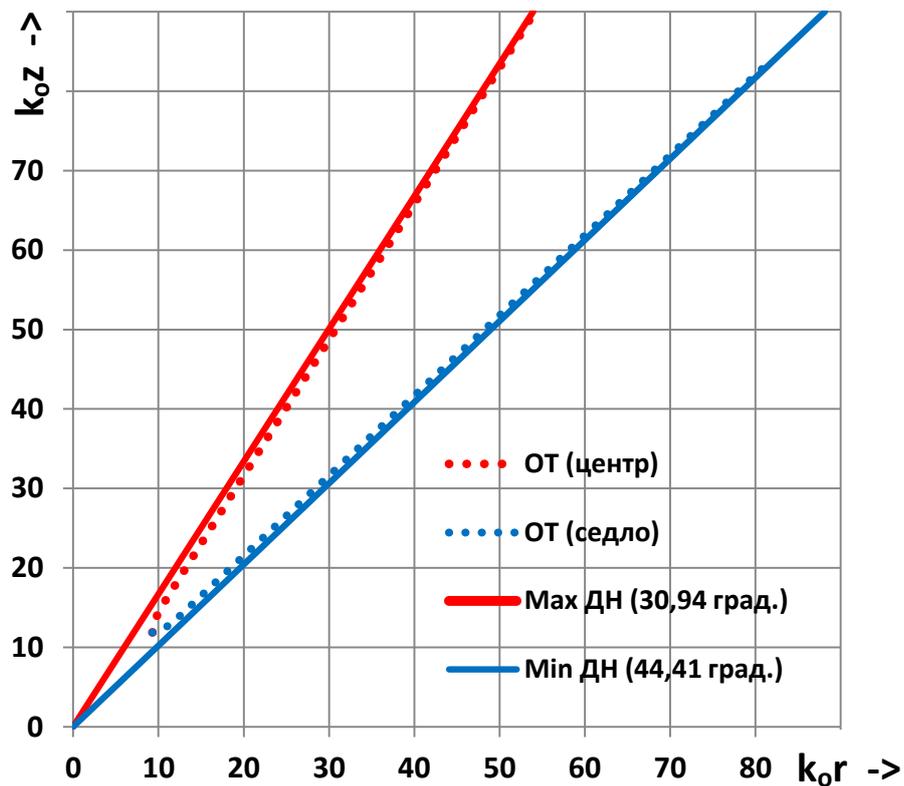


Рис. 3.10 Направления max и min диаграммы направленности вибратора при $kL = 7\pi/6$ и траектории движения особых точек типа «центр» и типа «седло»

Обратимся теперь к анализу силовых линий электрического поля. На Рис. 3.11а) -3.11 м) приведены структуры силовых линий вибратора с длиной

плеча $kL=7\pi/6$ для 12-ти моментов времени $\frac{\omega t}{\pi} = 0; 0,2; 0,35; 0,4; 0,5; 0,55; 0,56523; 0,65; 0,85; 0,888; 0,95; 1,0$ в течение одного полупериода.

На серии рисунков 3.11. слева приведены эпюры тока (красный цвет) и плотности заряда (синий штрих) на вибраторе, лиловым цветом обозначено положение вибратора, справа приведены силовые линии электрического поля (сплошные тонкие синие линии), направления вектора Пойнтинга (стрелки), а также кривые нулей магнитного поля (черные), нулей радиальной компоненты электрического поля (красные) и нулей z - компоненты электрического поля (бледно зеленые).

Далее, учитывая симметрию силовых линий относительно плоскости, проходящей перпендикулярно оси вибратора через точку питания, будем изучать структуру силовых линий в верхнем полупространстве ($z \geq 0$).

Обсудим вначале эволюцию силовых линий электрического поля.

Анализ Рис.3.11. позволяет сделать следующие выводы. В начальный момент времени $\omega t=0$ (Рис.3.11а) ток максимален, заряд равен нулю на вибраторе, особые точки заряда на вибраторе отсутствуют. Силовые линии электрического поля в этот момент времени (в рассматриваемом нами приближении) носят вихревой характер. В следующие моменты времени (см. Рис. 3.11б...3.11е) появляются ОТ в точке питания вибратора ($z=0$), в точке вибратора, где заряд равен нулю ($kz=2\pi/3$) и на концах вибратора. В дополнение к вихревой возникает невихревая составляющая электрического поля. Структура силовых линий видна из рисунков. В окрестности точки питания формируется структура из ОТ непосредственно в точке питания и двух ОТ типа седла, симметрично расположенных на оси r . В точке $kz=2\pi/3$, где заряд вибратора равен нулю, возникает ОТ, на конце вибратора - сложная ОТ. Такая структура ОТ сохраняется до момента времени $\omega t \approx 0,565\pi$ (Рис. 3.11ж).

Из численного эксперимента следует также, что в интервале времен ($\omega t=0,35\pi \dots \omega t=0,4\pi$) происходит структурная перестройка силовых линий, которая заключается в следующем. На Рис.3.11в ($\omega t=0,35\pi$) видна

сепаратриса, идущая направо вверх из ОТ типа седла с координатами ($kz=0$, $kr \approx 1$) и замыкающаяся далее вокруг ОТ типа центра с координатами ($kz=0$, $kr \approx 3,5$). С ростом времени эта сепаратриса размыкается и траектория, идущая из ОТ типа седла перебрасывается на ОТ в конце вибратора (Рис.3.11г ($\omega t=0,4\pi$)). Эта структурная перестройка не предсказывалась анализом эволюции ОТ, представленным на Рис. 3.5-3.6.

Следующая структурная перестройка силовых линий электрического поля возникает в интервале времен ($\omega t=0,55\pi$, $\omega t=0,6\pi$). В момент бифуркации (ориентировочно $\omega t \approx 0,56\pi$, Рис.3.11ж) ОТ на оси вибратора ($kz=2\pi/3$) расщепляется на ОТ, остающуюся на оси вибратора, и ОТ типа центра, движущуюся от вибратора (траектории этой точки показаны на Рис. 3.5, 3.6). В дальнейшие моменты времени возникшая на оси вибратора ОТ типа центра смещается к оси r и в момент времени $\omega t=\pi$ сливается с этой осью. Сравнение Рис.3.11а ($\omega t=0$) и Рис. 3.11м ($\omega t=\pi$) показывает совпадение силовых линий по прошествии полупериода времени.

Таким образом, учет конечной длины вибратора по сравнению с диполем показывает, что вместо сложной ОТ, соответствующей точечному диполю, на поверхности вибратора возникают три типа ОТ: в точке питания, на концах вибратора и в тех его сечениях, в которых заряд равен нулю. ОТ в сечениях вибратора, где заряд равен нулю, возникают в моменты времени, в которые происходит «переполусовка» заряда, т.е. распределение плотности заряда вначале обращается в нуль на всем вибраторе, а в последующий момент времени в окрестности неподвижного нуля заряда знаки заряда по разные стороны от нуля меняются на противоположные по сравнению с моментом времени, предшествующим занулению заряда на всем вибраторе.

Структура силовых линий электрического поля в окрестности ОТ, расположенных непосредственно на вибраторе, не исследовалась по причине, указанной выше (распределения полей (3.6, 3.7) вблизи вибратора носят приближенный характер). Более строгий анализ структуры силовых линий в непосредственной близости от вибратора, как указывалось выше, требует

решений интегральных уравнений для токов с последующим вычислением полей вблизи вибратора. С другой стороны, структура силовых линий вне непосредственной окрестности вибратора рассчитывается корректно. Это позволяет не проводить аналитическое исследование типа ОТ, лежащих вне вибратора, а определять тип ОТ непосредственно по структуре силовых линий, учитывая, что локальная структура силовых линий в окрестности ОТ аналогична случаю элементарного вибратора.

3.2.4. Анализ нулей магнитного поля

Магнитное поле вибратора – вихревое; его силовые линии – окружности в плоскости $z=\text{const}$; постоянные значения магнитного поля принимают на поверхностях вращения с осью z . При анализе силовых линий магнитного поля наибольший интерес представляет отыскание поверхностей (в плоскости (r,z) – линий), на которых напряженность магнитного поля равна нулю, и определение условий структурной перестройки этих поверхностей. Траектории нулей магнитного поля в плоскости (r,z) определяются соотношением (3.21).

Нули магнитного поля вне осей $z=0$ и $r=0$ рождаются на вибраторах с длиной плеча свыше $\lambda/2(kL>\pi)$. При этом условии на каждом плече вибратора имеется неподвижный нуль тока, не совпадающий с концами и точкой питания вибратора. Нули магнитного поля вне осей $z=0$ и $r=0$ рождаются в моменты времени, в которые ток вибратора обращается в нуль на всем вибраторе. В отличие от случая диполя, когда поверхность нулей магнитного поля в пространстве является сферой, поверхность нулей магнитного поля представляет собой тело вращения. Структурная перестройка нулей магнитного поля происходит, когда ток вибратора проходит через нулевое значение (Рис. 3.11д, $\omega t = 0,5\pi$), а также и в другой момент времени (Рис. 3.11к, $\omega t = 0,888\pi$), когда имеет место перезамыкание поверхностей нулей магнитного поля.

3.2.5. Совместный анализ электрического, магнитного полей и векторного поля плотности потока мощности линейного вибратора

Совместный анализ силовых линий электрического поля и нулей магнитного поля важен для понимания структуры и эволюции векторных линий плотности потока мощности. Соответствующие результаты также представлены на Рис.3.11 в различные моменты времени для вибратора с длиной плеча $kL=7\pi/6$.

Рассмотрим движение плотности потока мощности (ППМ) по результатам расчетов, представленным на Рис.3.11. При этом учтем полученные в главе 2 результаты: ОТ векторного поля ППМ совпадают с ОТ электрического поля, тип ОТ векторного поля ППМ определяется, локально, согласно Рис.2.2. Кроме того, учтем, что направление векторного поля ППМ меняется при пересечении поверхностей $H_\varphi=0$.

При анализе изображений векторного поля ППМ следует иметь в виду, что стрелками на Рис. 3.11. изображены направления векторов Пойнтинга, но не их величины. Поэтому в окрестностях нулей магнитного поля изображения векторов Пойнтинга нестрого отражают поведение ППМ. Строго на поверхностях $H_\varphi=0$ значения вектора Пойнтинга тоже равны нулю. Ориентация вектора Пойнтинга в каждой точке пространства определяется относительно начала вектора Пойнтинга. Формальное пересечение векторов в окрестности поверхностей $H_\varphi=0$ является, таким образом, неизбежным дефектом представления векторного поля стрелками конечной длины.

Для определенности рассмотрим распространение ППМ вблизи плоскости $z=0$ с ростом радиуса. Из Рис. 3.11а следует, что в момент времени $\omega t=0$ ППМ вибратора направлена от оси либо к оси вибратора. При пересечении поверхностей $H_\varphi=0$ направление ППМ меняется на противоположное. Положения ОТ электрического поля и вектора Пойнтинга определяются пересечением линий $E_z=0$ (зеленая) и $E_r=0$ (красная). В окрестности ОТ электрического поля типа центра векторное поле ППМ в

соответствии с анализом главы 2 (см. формулу (2.50)) имеет ОТ типа узла. Обратим внимание на то, что в основной части пространства вектор Пойнтинга направлен от вибратора, но существуют области, в которых вблизи вибратора вектор Пойнтинга направлен к вибратору. Такими характерными областями вблизи плоскости $z=0$ являются области между поверхностями $H_\varphi=0$ и $E_z=0$, в окрестности ОТ типа узла. Физическое существование областей с направлением вектора Пойнтинга к вибратору обусловлено ближним полем вибратора. С ростом времени при движении поля от вибратора или, аналогично, при увеличении расстояния от вибратора продольные размеры таких областей уменьшаются.

Структура ППМ вдоль вибратора более сложная, чем в радиальном направлении. Она связана с динамикой возникновения и движения ОТ типа седла (Рис. 3.11б, $\omega t=0,2\pi$, $kz=4,3$, $r=0$ и последующие моменты времени) и ОТ типа узла (Рис. 3.11з). Особенно сложной является структура ППМ в окрестности ОТ типа узла, возникающих вне осей $z=0$ и $r=0$ (см. Рис. 3.11з $\omega t=0,65\pi$, координаты ОТ $kz\approx 2,09$, $kr\approx 1$ и последующие рисунки). Сложность структуры линий вектора Пойнтинга в окрестности этих точек объясняется асимметрией силовых линий, в связи с расположением этих ОТ вне осей $z=0$ и $r=0$, а также тем, что вблизи ОТ проходит линия $H_\varphi=0$, при пересечении которой направление вектора Пойнтинга меняется на противоположное.

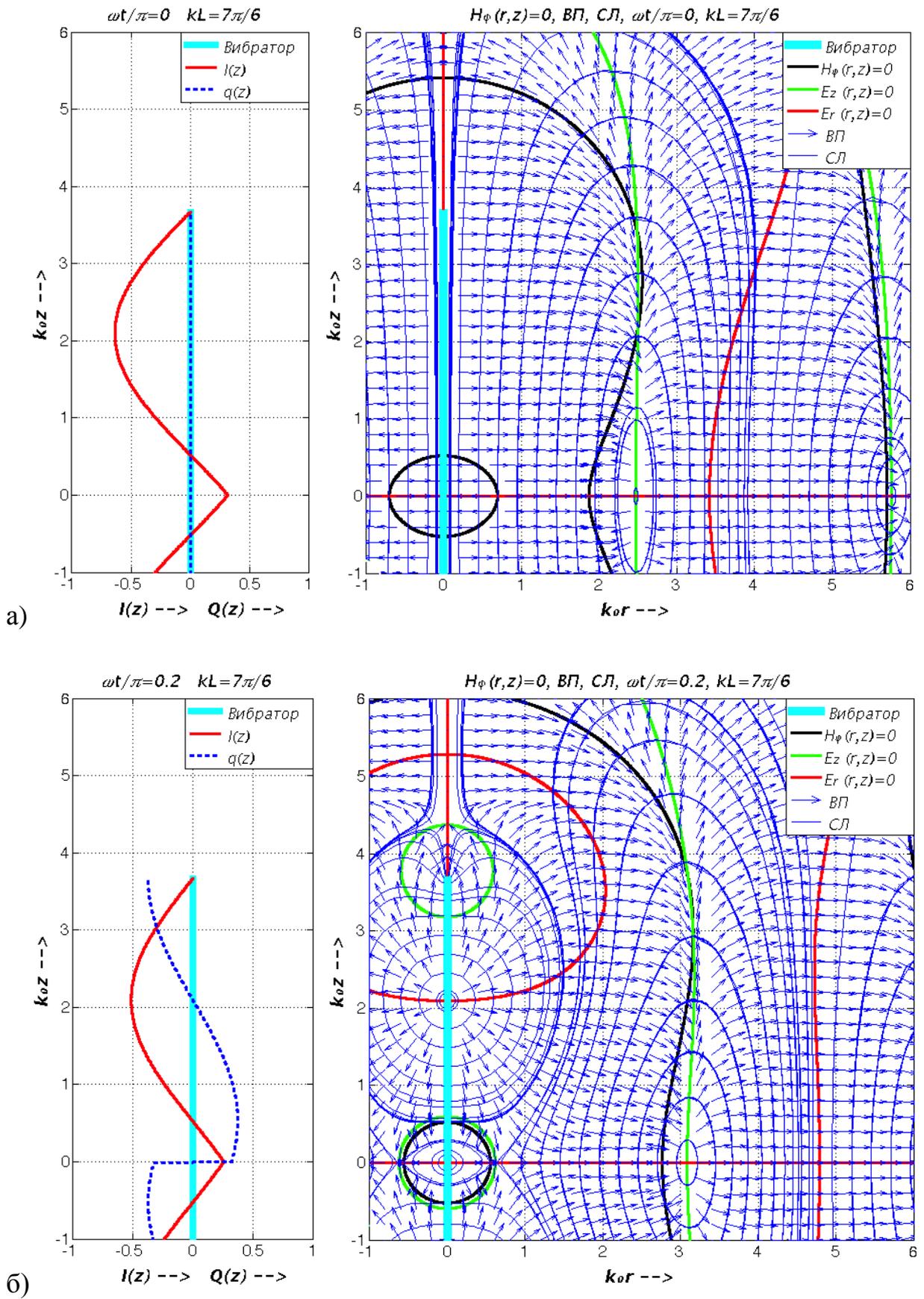


Рис. 3.11 а) и б) Характеристики электромагнитного поля и вектора Пойнтинга вибратора

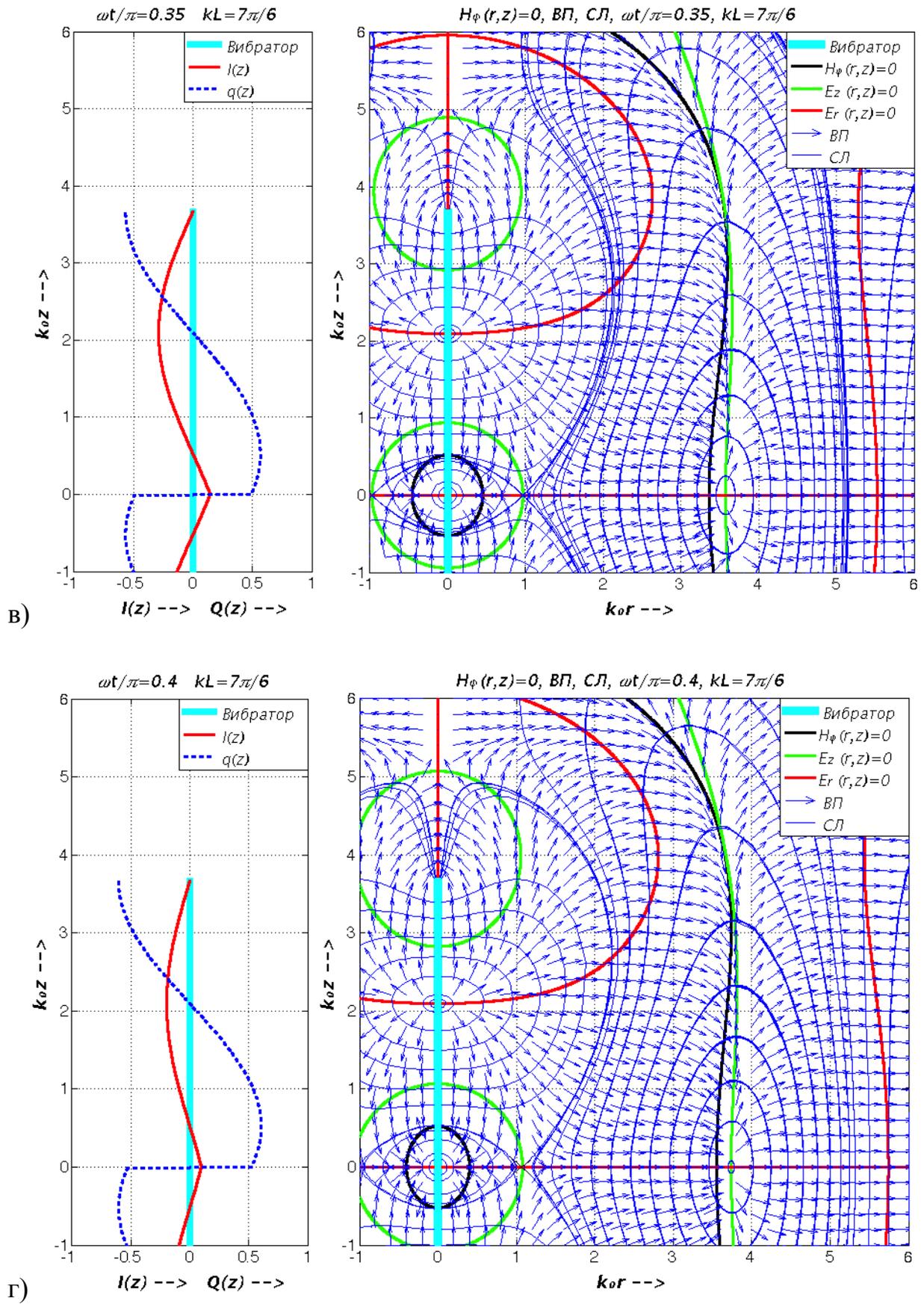


Рис. 3.11 в) и г) Характеристики электромагнитного поля и вектора Пойнтинга вибратора

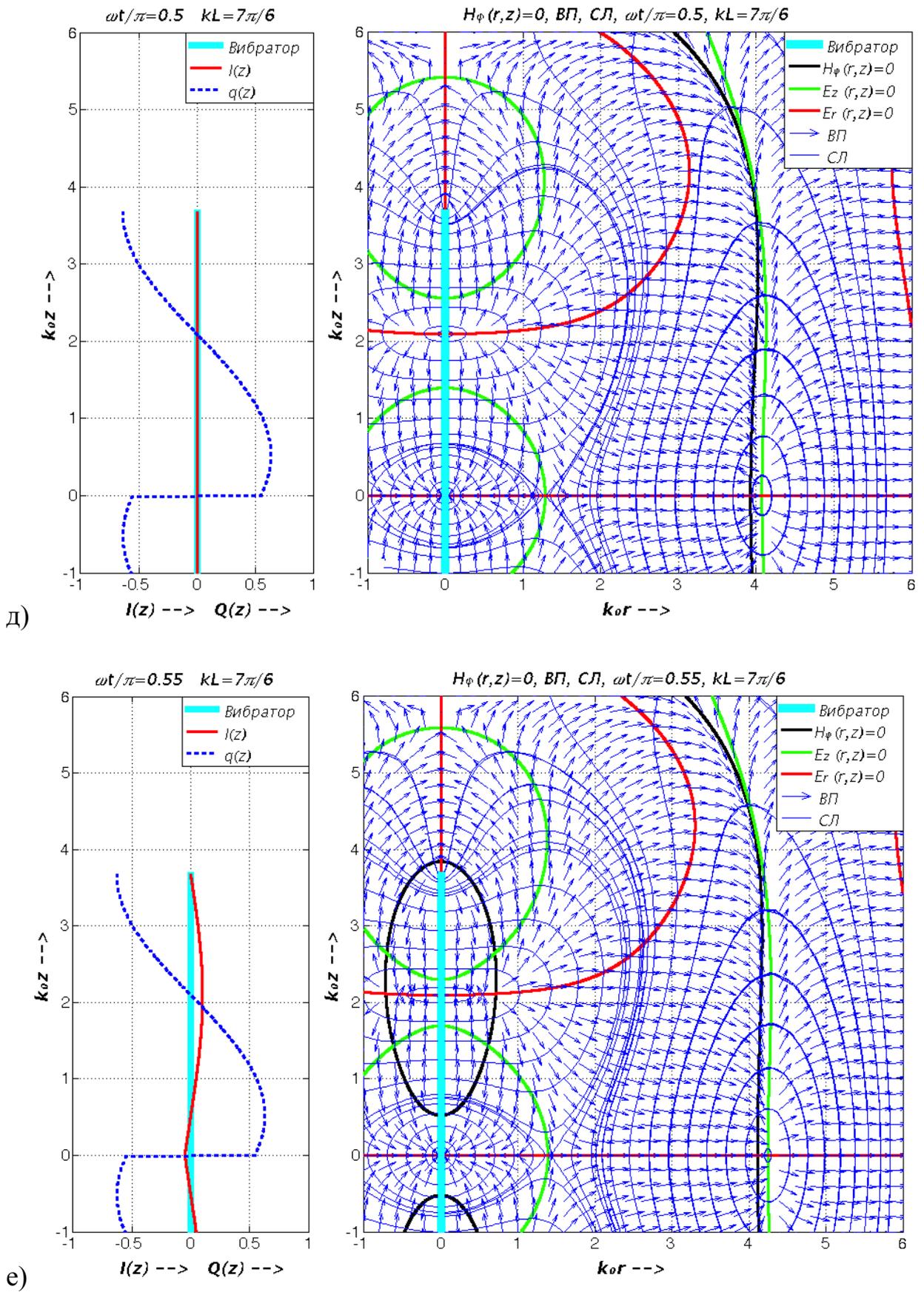


Рис. 3.11 д) и е) Характеристики электромагнитного поля и вектора Пойнтинга вибратора

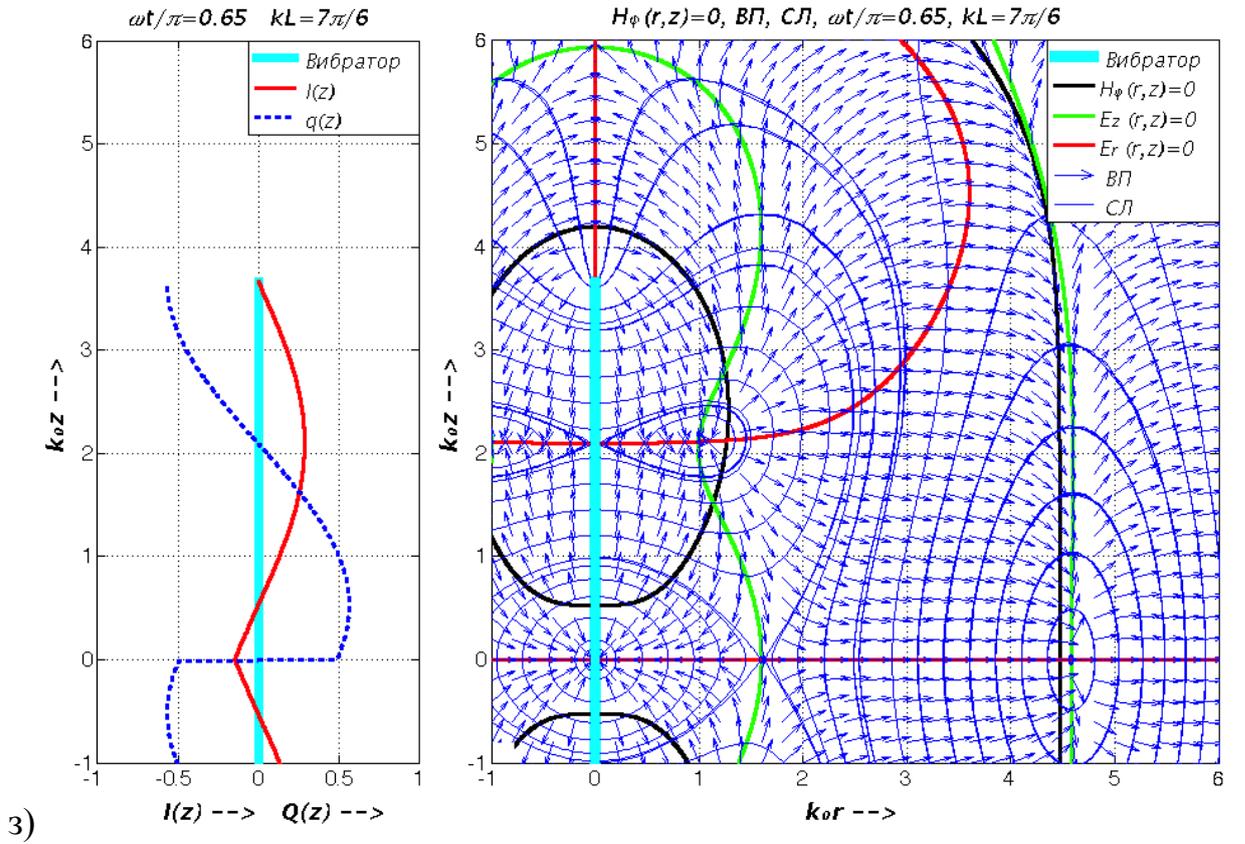
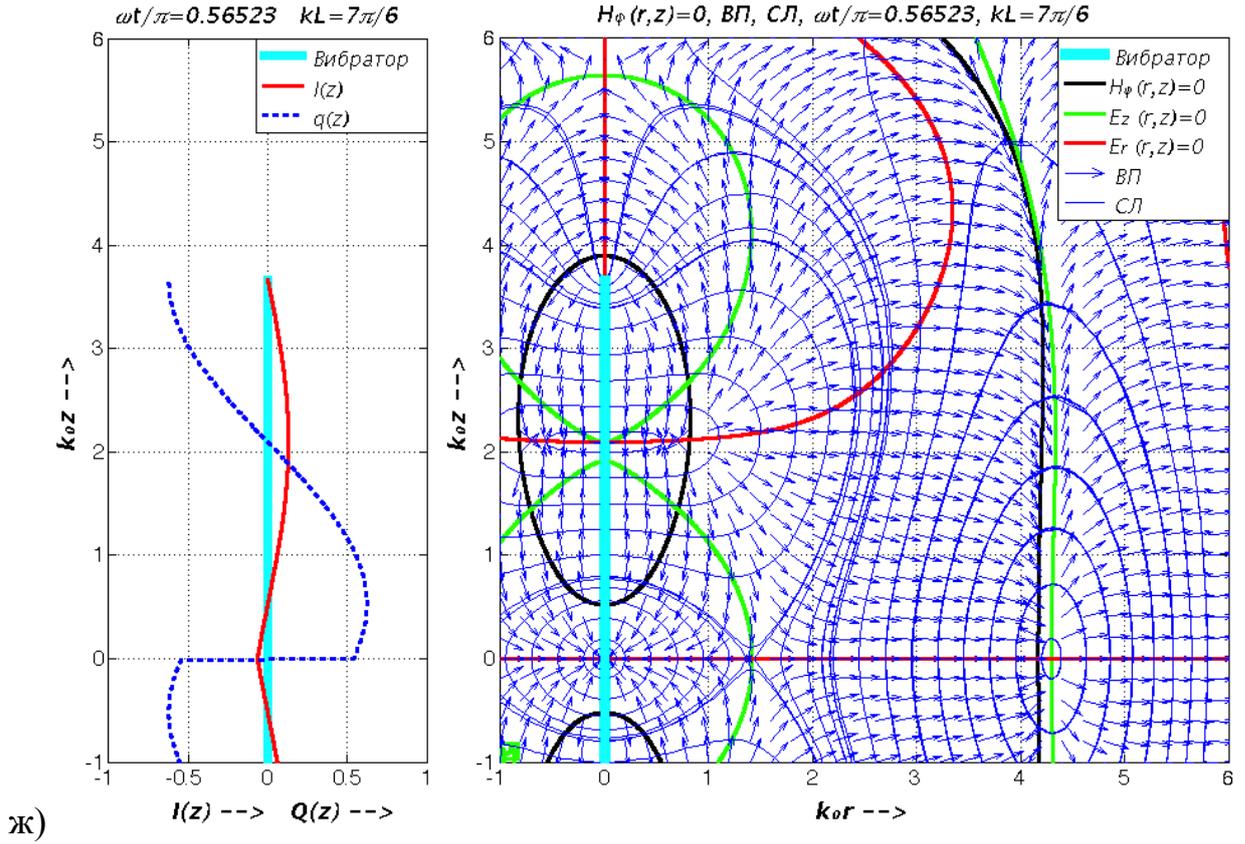


Рис. 3.11 ж) и з) Характеристики электромагнитного поля и вектора Пойнтинга вибратора

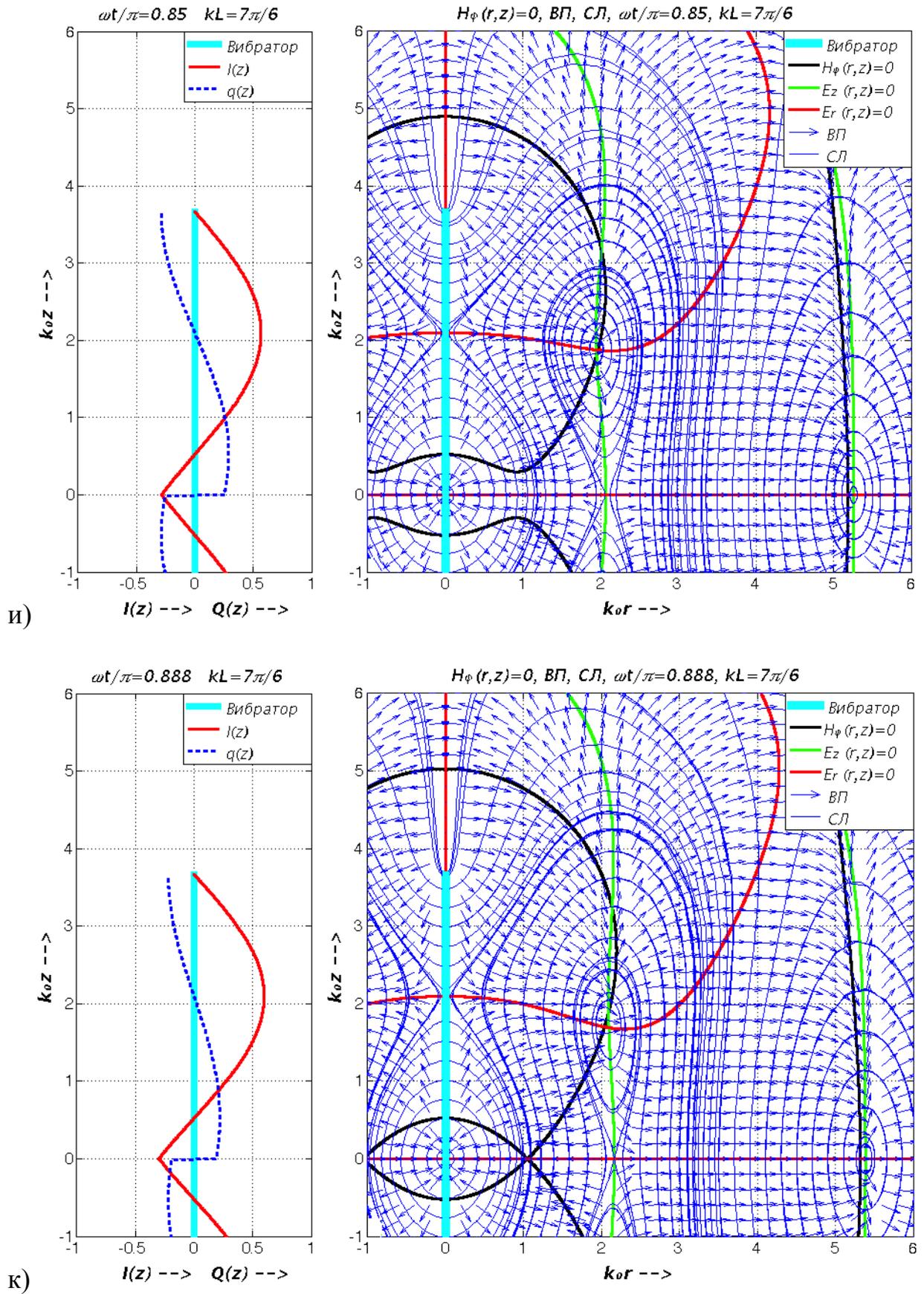


Рис. 3.11 и) и к) Характеристики электромагнитного поля и вектора Пойнтинга вибратора

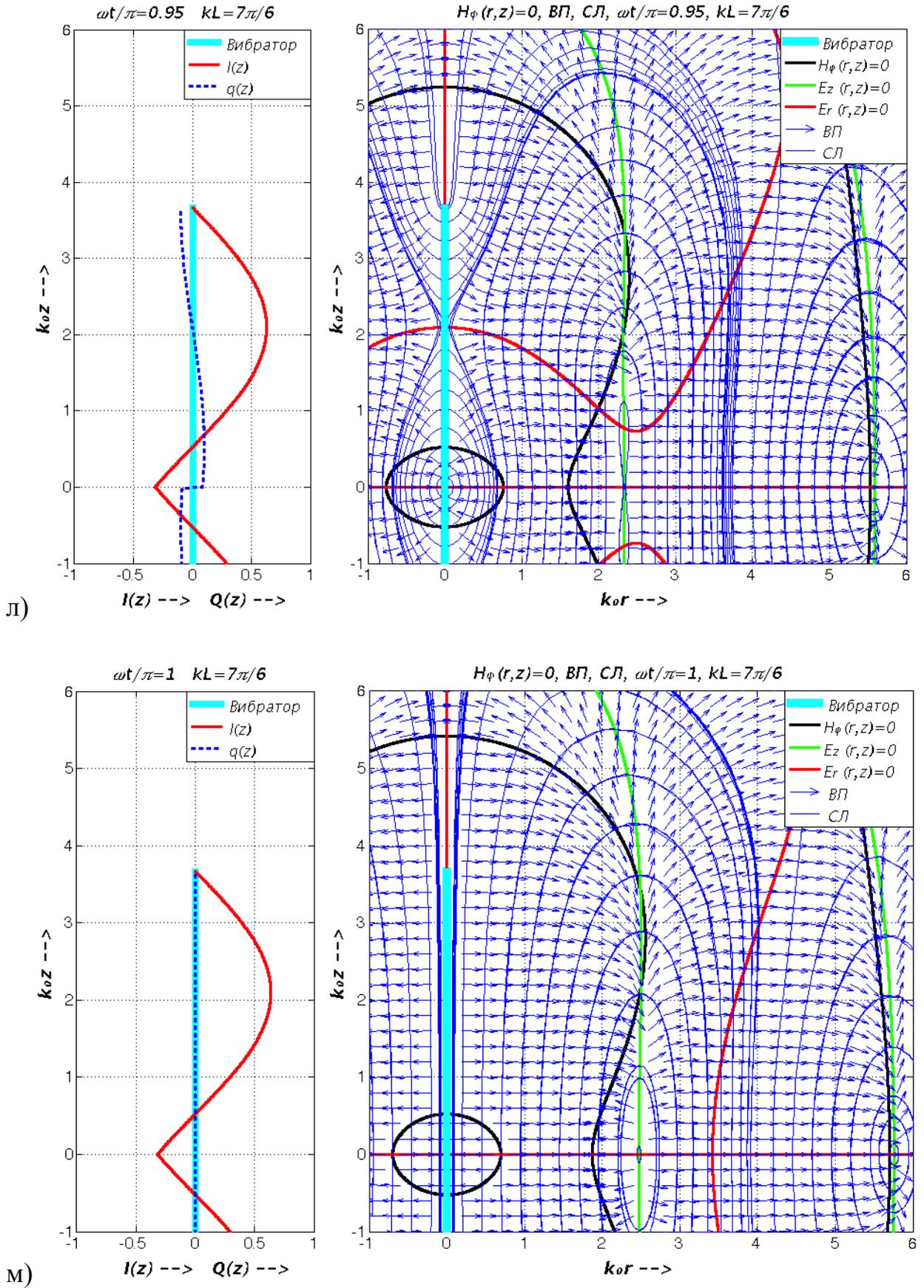


Рис. 3.11 л) и м) Характеристики электромагнитного поля и вектора Пойнтинга вибратора

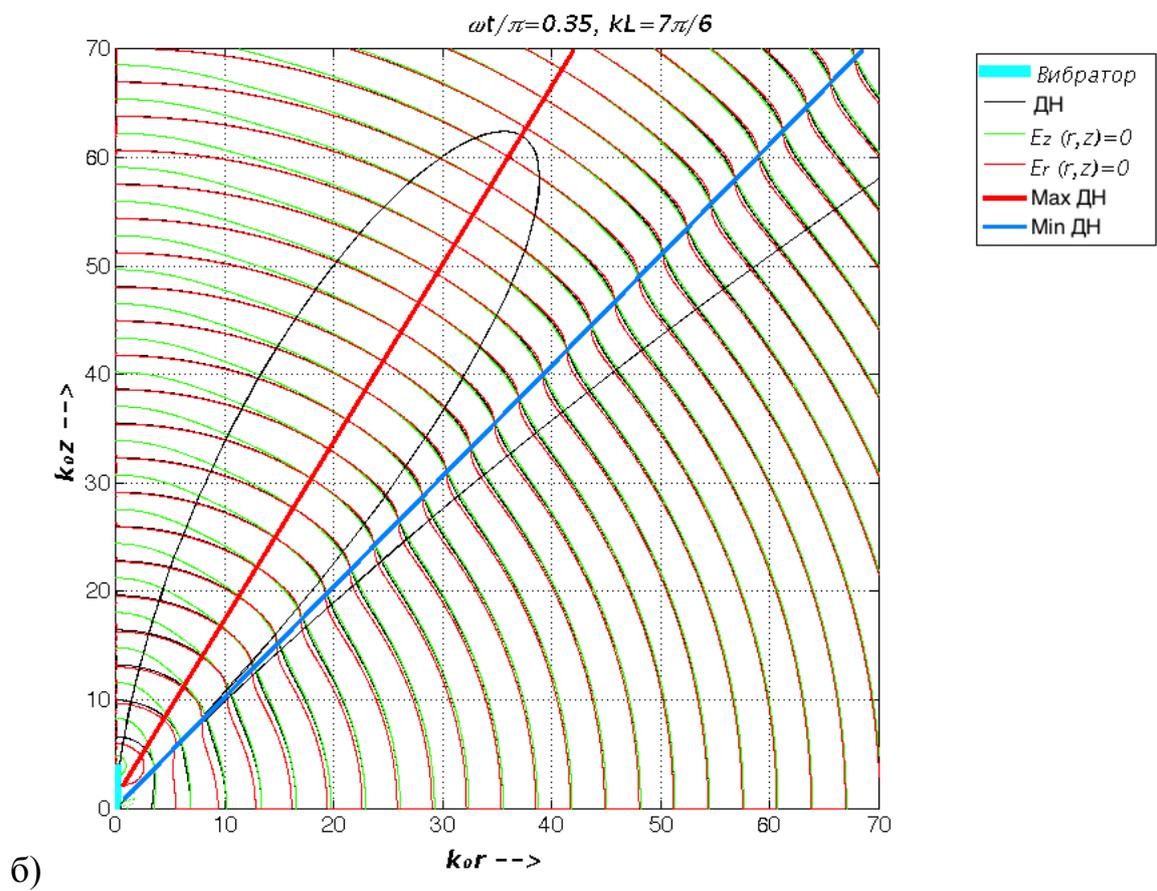
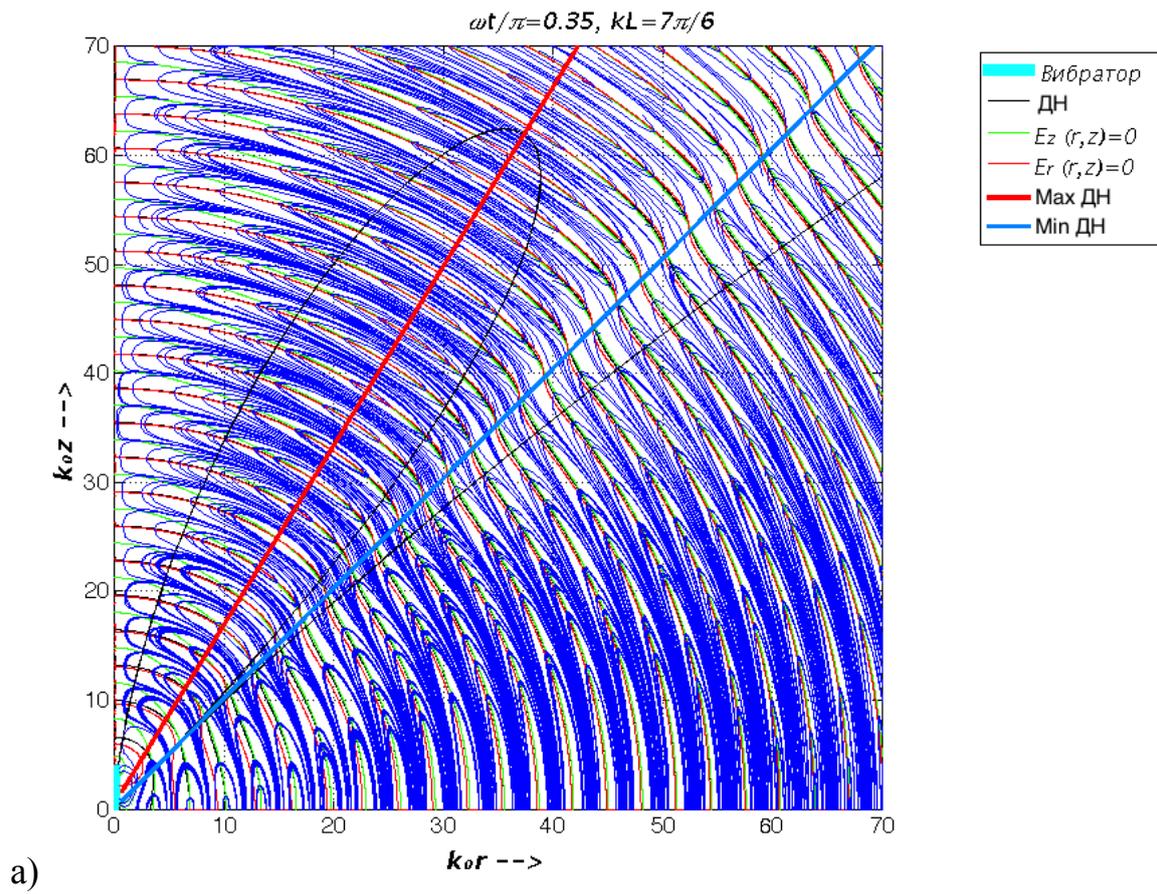


Рис. 3.12 а) и б) Характеристики электромагнитного поля, сопоставленные с диаграммой направленности вибратора

Рассмотрим теперь сопоставление средней за период диаграммы направленности (ДН) вибратора с мгновенными траекториями силовых линий электрического поля.

На рисунке 3.12 а) изображены черными кривыми видимые фрагменты ДН вибратора (при $kL = 7\pi/6$), а также показаны две прямые, идущие под соответствующими диаграмме направленности вибратора углами максимума поля малого лепестка (красная прямая, угол $30,94^\circ$) и минимума поля (голубая прямая, угол $44,41^\circ$). На этом же рисунке показаны силовые линии электрического поля в момент времени $\omega t = 0,35\pi$ в плоскости r, z , и линии нулей компоненты электрического поля $E_r = 0$ (тонкая красная линия) и $E_z = 0$ (тонкая зеленая линия). На Рис. 3.12 б) для большей наглядности убраны траектории силовых линий и оставлены линии нулей электрического поля.

Из рисунков 3.12. а) и б) видно, что положения максимума и нуля ДН соответствуют на больших расстояниях направлениям движения на бесконечность особых точек типа «центр» и типа «седло» соответственно. Из рисунка 3.12 б) более наглядно видно, что положениям максимума и нуля ДН соответствуют направления движения ОТ, т.к. в ОТ кривые $E_r = 0$ и $E_z = 0$ касаются либо пересекаются.

На рисунке 3.13 изображены линии $H_\phi(r, z) = 0$ (черная), $E_z(r, z) = 0$ (красная) и $E_r(r, z) = 0$ (зеленая) для вибратора длиной $kL = 7\pi/6$ в разные моменты времени на больших расстояниях от вибратора.

На рисунке 3.14 изображены силовые линии электрического поля вибратора в момент времени бифуркации ($\omega t/\pi = 0.2$) – зарождения особой точки вне осей. Координаты точки бифуркации: $(kr; kz) = (9,3; 11,9)$.

На рисунке 3.15 изображены силовые линии электрического поля вибратора в момент времени $\omega t/\pi = 0.5$, включая область малого лепестка ДН вибратора.

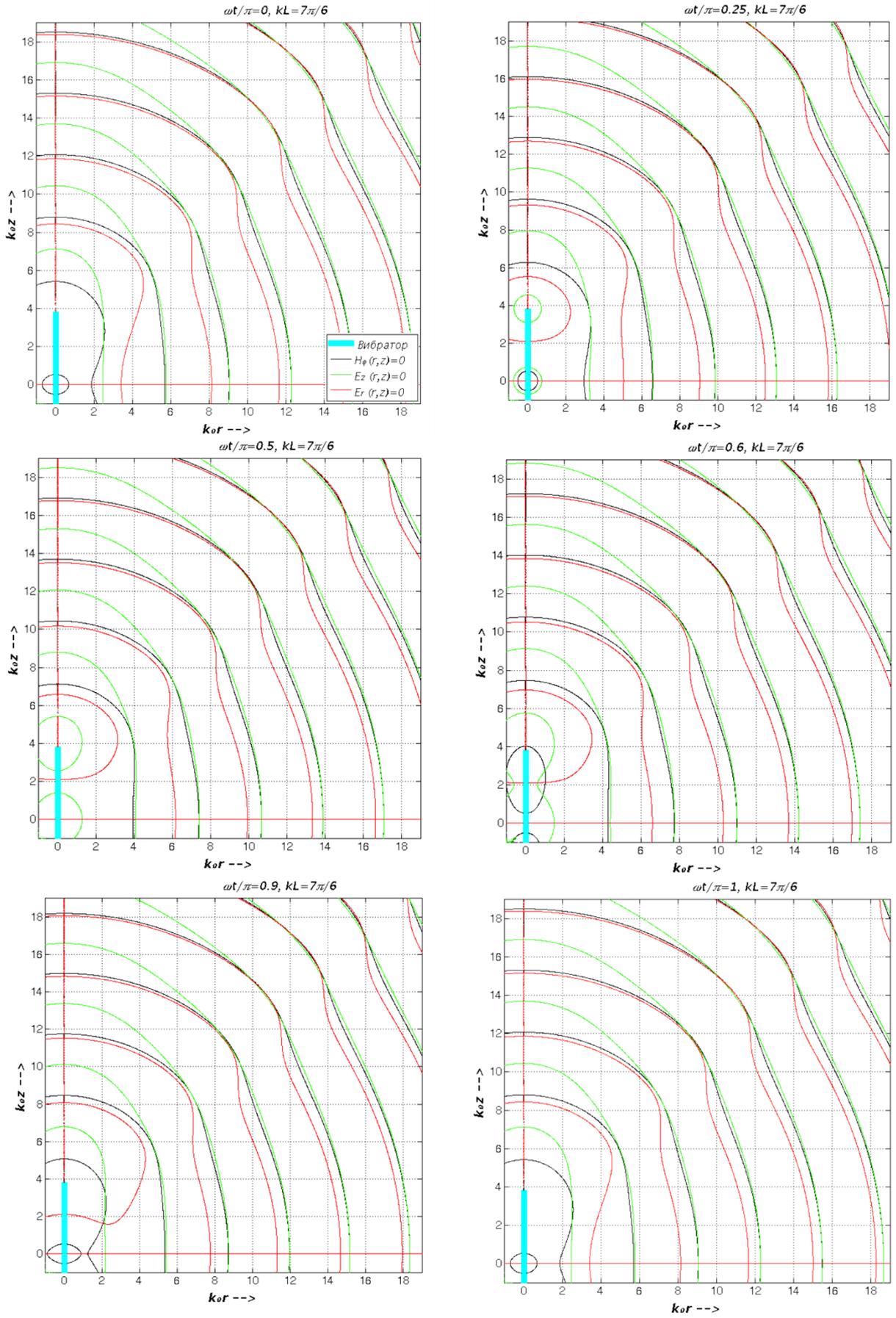


Рис. 3.13 а)-е) Линии нулей электромагнитного поля вибратора в разные моменты времени на больших расстояниях

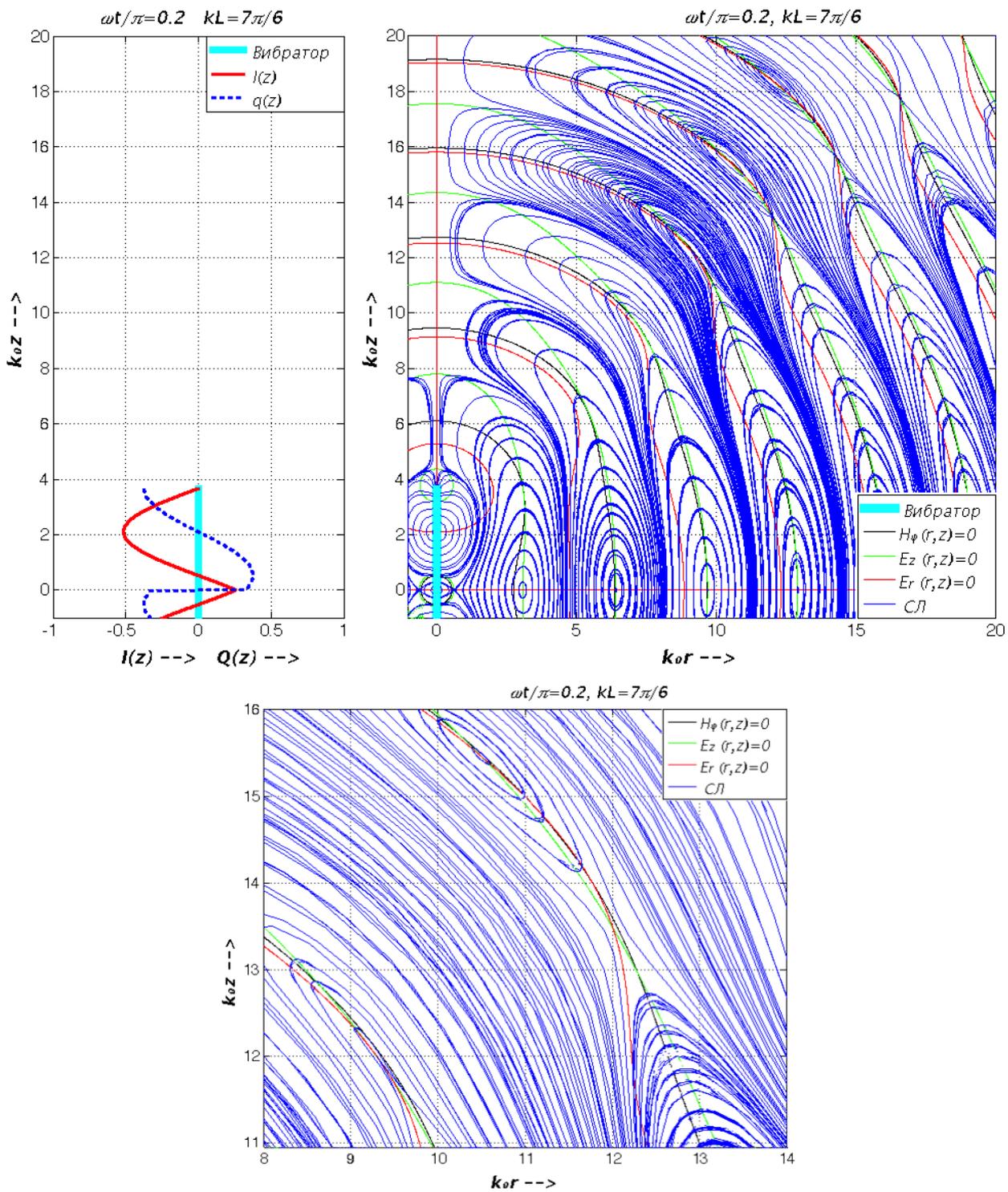


Рис. 3.14 Характеристики электромагнитного поля вибратора в момент времени бифуркации ($\omega t/\pi = 0.2$)

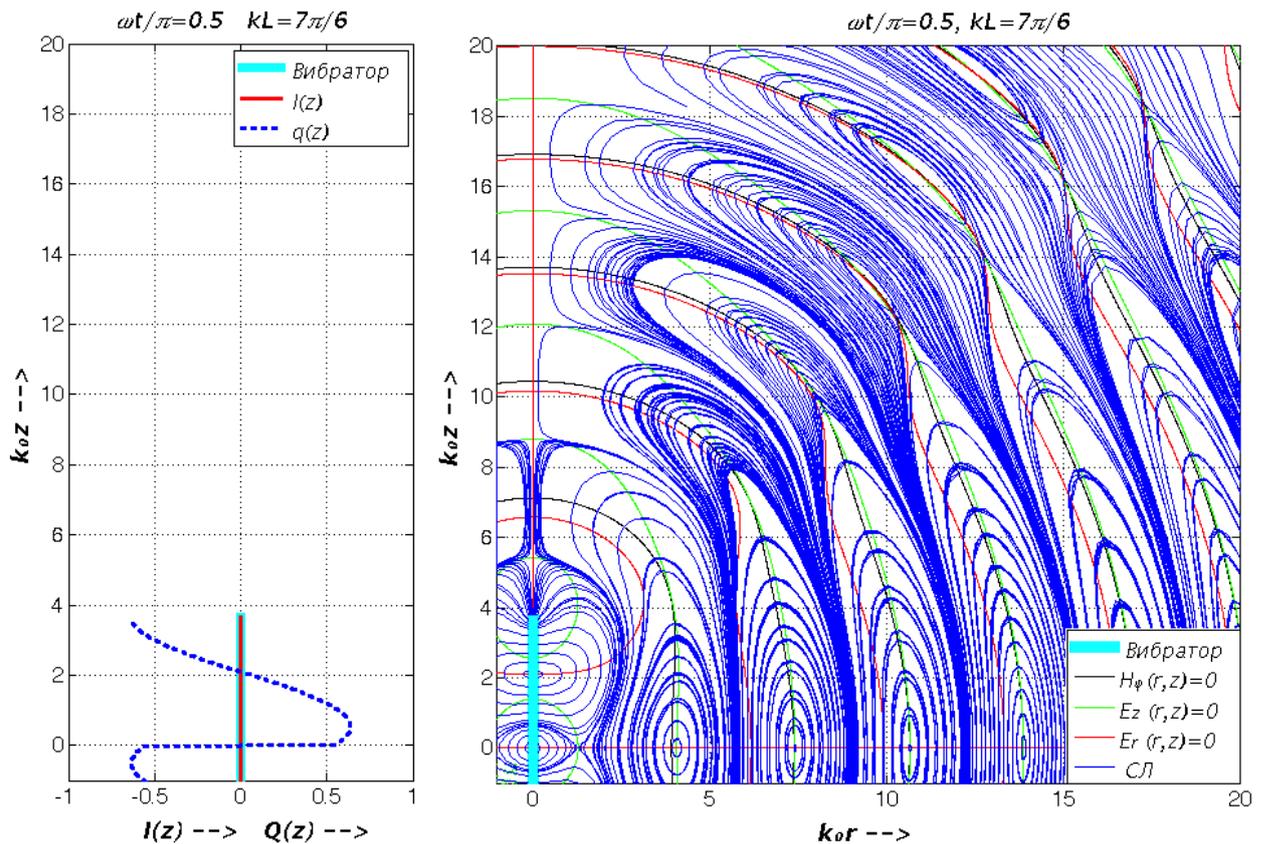


Рис. 3.15 Характеристики электромагнитного поля вибратора в момент времени ($\omega t/\pi=0.5$), включая область малого лепестка диаграммы направленности вибратора

Изучение рисунков 3.11 показывает, что структура силовых линий электрического поля и вектора Пойнтинга в окрестностях особых точек вне вибратора имеет, локально, тот же вид, что в случае диполя. Поэтому мы не проводили специальный анализ типов особых точек силовых линий электрического поля и линий вектора Пойнтинга вибратора конечной длины, имея в виду, что типы особых точек легко устанавливаются из сравнения локальной структуры силовых линий и линий вектора Пойнтинга на Рис. 3.11 с Рис. 2.2 главы 2, на котором приведены локальные структуры векторных линий \mathbf{E} и \mathbf{S} в окрестности особых точек электрического диполя.

Наряду с расчетами силовых линий полей и вектора Пойнтинга для вибратора с длиной плеча $kL=7\pi/6$ были проведены аналогичные расчеты для вибратора с длиной плеча $kL=2\pi/3$. При длине плеча $kL=2\pi/3$ в распределении тока имеется узел (нуль тока), в распределении заряда узлов

нет. При длине плеча $kL=7\pi/6$ узел имеется в распределении и тока и заряда. Анализ вибратора с длиной плеча $kL=7\pi/6$ представляется более содержательным, т.к. позволяет охватить случай, когда имеются и узел тока, и узел заряда. По этой причине вариант расчета вибратора с длиной плеча $kL=2\pi/3$ приведен в приложении 4.

Таким образом, в данном параграфе проведен анализ ОТ и силовых линий электрического поля, нулей магнитного поля, структуры вектора Пойнтинга электрического вибратора конечной длины при гармоническом возбуждении. Существенно новые результаты по сравнению с анализом диполя получены для вибратора длиной плеча более половины длины волны, когда, наряду с ОТ на осях $z=0$ и $r=0$ в определенные промежутки времени формируются ОТ и связанные с ними силовые линии вне этих осей. При этом были обнаружены два качественно различных случая рождения и эволюции ОТ вне осей $z=0$, $r=0$. В первом случае ОТ рождается на оси $z=0$ и далее начинают двигаться в плоскости (z,r) вне осей $z=0$, $r=0$, заканчивая движение в конечный момент времени на оси $r=0$. Во втором случае ОТ рождается вне осей $z=0$, $r=0$ в точке бифуркации (для вибратора с длиной плеча $kL=7\pi/6$ при $\omega t/\pi=0.2$, $(kr; kz) = (9,3; 11,9)$), из которой далее расходятся на бесконечность ОТ типа центра (в пределе это направление максимума ДН бокового лепестка) и ОТ типа седла (в пределе это направление нуля диаграммы направленности). Выявленная связь между движущимися ОТ и нулями и экстремумами средней за период ДН имеет место в данном случае потому, что проекции ОТ на бесконечно удаленную сферу являются неподвижными [3].

Также новыми являются результаты, относящиеся к эволюции нулей магнитного поля и структуре линий вектора Пойнтинга.

Как отмечалось на стр.122, качественный анализ проведен выше с использованием приближенного аналитического представления поля вблизи вибратора (3.2-3.4). Поэтому не исключено, что учет более строгого представления поля приведет к коррекции результатов вблизи вибратора.

Такой анализ целесообразно провести в будущем с применением численных методов расчета полей вблизи вибратора (см., например, [105, 106]). Однако есть основания ожидать, что полученные результаты не должны измениться качественно вне окрестности вибратора, радиус которой велик по сравнению с диаметром вибратора, но мал по сравнению с длиной электромагнитной волны.

В заключение данного параграфа укажем на принципиальную возможность качественного анализа полей вибратора конечной длины с использованием аналитических пространственно-временных подходов, разработанных в работах Ковалева И.П. и Пономарева Д.М. [27] и Смита Г.С. [8, 30]. Однако указанные подходы вызывают критические замечания, см., например [118]. Поэтому целесообразно привлечь для качественного анализа как аналитические [8, 27, 30], так и численные [54] методы пространственно-временного анализа полей антенн, что позволит контролировать достоверность расчета полей.

3.3.0 формировании областей с экстремальными значениями электрического поля на конечном расстоянии от системы линейных вибраторов

3.3.1. Вводные замечания

В инженерной практике широко используются методы управления положением нулей ДН антенн, основанные на решении задачи синтеза нулей ДН. В данном параграфе обсуждается более общая задача синтеза нулей электрического (магнитного) поля антенны, расположенных на конечном расстоянии от антенны в любой (ближней, промежуточной, дальней) зоне антенны. С физической точки зрения в переменном электромагнитном поле излучающих систем могут быть сформированы движущиеся нули электрического и магнитного полей и неподвижные нули. И движущиеся, и неподвижные нули возникают вследствие интерференции волн в различных

зонах антенны. В трехмерном пространстве неподвижные нули электрического (магнитного) поля могут формироваться в точках, на линиях или на поверхностях.

В дальней зоне нет различий между положениями нулей электрического и магнитного полей вследствие того, что электромагнитное поле всегда имеет локальную структуру чисто поперечной (Т) волны и компоненты электрического и магнитного полей жестко связаны через импеданс свободного пространства. В промежуточной и ближней зонах излучателя нули электрического и магнитного полей разделяются в пространстве, причем тем сильнее, чем ближе к излучателю. Таким образом, могут быть поставлены задачи синтеза нулей отдельно электрического или магнитного поля, или нулей электрического и магнитного полей вместе.

Сам факт формирования нулей поля вне дальней зоны хорошо известен. Нули электромагнитного поля в окрестности фокуса оптических устройств изучались во многих работах, достаточно указать на монографию [107]. Из работ, посвященных анализу антенн, укажем на [108], в которой проведено теоретическое и экспериментальное исследование электрического поля в ближней зоне зеркальной антенны в облучателем в виде полуволнового вибратора и найдены глубокие минимумы, которые можно отождествить с нулями поля. Существование нулей поля в электромагнитных полях сложной структуры следует из асимптотических представлений полей специальными функциями Эйри, Пирси, и более общей теории спецфункций волновых катастроф [109, 113].

Однако задача синтеза неподвижных нулей электрического (магнитного) поля в ближней зоне излучателя или системы излучателей возникла сравнительно недавно в связи с проблемой формирования области с минимальным значением поля вблизи антенн сотовых телефонов. В работе [37] была показана возможность реализации нуля электрического поля на любом расстоянии от системы ортогональных электрического и магнитного

диполей при определенном подборе амплитуд и фаз их дипольных моментов. Неподвижный нуль электрического поля в этом случае формируется на прямой, ортогональной плоскости расположения диполей и проходящей через центры диполей. В [38, 39] был рассмотрен случай формирования одного неподвижного нуля электрического поля системой из двух параллельных вибраторов конечной длины. В цитированных работах результаты были получены на основе аналитических формул для полей указанных излучателей.

В работах [81, 82] было показано, что системой ортогональных электрического и магнитного диполей может быть сформировано от одного до двух неподвижных нулей электрического поля. Также в [82] была рассмотрена возможность формирования M неподвижных нулей электрического поля системой $N+M$ параллельных электрических диполей и конкретно изучен случай двух диполей. В данном параграфе результаты [82] обобщаются на случай системы параллельных вибраторов (см. [114, 115]).

Ниже будет обсуждаться только случай реализации неподвижных нулей электрического поля, так как условия реализации неподвижных нулей магнитного поля могут быть получены аналогичным образом. При этом ограничим анализ гармоническим режимом возбуждения излучателей, хотя рассматриваемый подход может быть обобщен и на случай негармонического возбуждения. Так, возможность формирования неподвижного нуля электрического поля вблизи системы ортогональных электрического и магнитного диполей в импульсном режиме возбуждения была показана в [82].

Предположим, что задана система излучателей – электрических диполей, взаимодействием между диполями пренебрегаем. В общем случае система N излучателей имеет $6N$ степеней свободы, половина которых определяется дипольными моментами (с учетом ориентации диполей в пространстве), половина – координатами точек расположения диполей. На эту систему

следует наложить два вида требований: 1) требования к ДН системы и 2) задание координат точек пространства, в которых векторы электрического поля равны нулю. В такой постановке задача синтеза остается достаточно сложной, поэтому для выявления сути дела существенно упростим постановку задачи, отказавшись от требований к ДН и предполагая, что диполи параллельны друг другу.

3.3.2. Система параллельных электрических вибраторов

Пусть имеется $N + M$ параллельных электрических вибраторов, расположенных в ограниченной области на различных расстояниях друг от друга. Первые N излучателей используются для формирования начальной ДН, остальные M излучателей - для формирования заданного числа нулей электрического поля в ближней и промежуточной зонах системы. Влияние полей M излучателей на результирующую ДН системы проверяется после определения амплитуд токов M излучателей, обеспечивающих формирование нулей электрического поля. Назовем N излучателей – базовыми, M излучателей – управляющими (Рис.3.16).

Далее положим, что центры всех вибраторов расположены в одной плоскости (x,y) и нули электрического поля формируются также в этой плоскости. Введем декартову и цилиндрическую системы координат, привязанные к одному из базовых вибраторов. В любой точке плоскости, проходящей через центры вибраторов, базовые и управляющие вибраторы будут создавать только компоненту электрического поля E_z . Для одного вибратора в цилиндрической системе координат, связанной с центром вибратора, эта компонента электрического поля определяется формулой (3.2), которую перепишем в виде

$$\dot{E}_z = BIF(R), \quad (3.22)$$

где

$$B = \frac{-i30}{\sin(kL)},$$

$$\dot{I} = |\dot{I}| \exp(i\psi) \quad , \quad (3.23)$$

$$F(R) = \left(\frac{\exp(-ikR_1)}{R_1} + \frac{\exp(-ikR_2)}{R_2} - 2\cos(kL) \frac{\exp(-ikR_0)}{R_0} \right)$$

остальные входящие в (3.23) обозначения приведены в комментариях к формулам (3.2)-(3.4). Положим далее, что длины вибраторов одинаковы и различаются лишь возбуждающие токи. Без ограничения общности при этом можно положить $B=1$.

Условия обращения в нуль электрического поля в M точках плоскости приводят к следующей системе линейных алгебраических уравнений относительно комплексных амплитуд токов M вибраторов

$$\sum_{n=1}^N \dot{I}_n^b F(R_{nj}) + \sum_{m=1}^M \dot{I}_m^u F(R_{mj}) = 0, \quad j=0,1,2, n=1,2,\dots,N, \quad m=1,2,\dots,M. \quad (3.24)$$

В (3.24) токи \dot{I}_n^b базовых вибраторов считаются известными, токи \dot{I}_m^u M управляющих вибраторов неизвестны, заданы координаты точек расположения базовых и управляющих вибраторов, а также координаты M нулей электрического поля. Таким образом, все расстояния в (3.24) определены и (3.24) представляет собой систему линейных алгебраических уравнений M -ого порядка относительно токов управляющих вибраторов.

Число неизвестных в системе (3.24) согласовано с порядком системы, поэтому она имеет решение. На первый взгляд, из последнего утверждения следует, что число нулей электрического поля, определяемых решением системы (3.24) равно M - числу заданных при формулировке системы (3.24) положений нулей электрического поля. Однако это предположение ошибочно.

Поясним ситуацию на взятом из [81, 82] примере двух диполей. На Рис. 3.17 показаны положения двух диполей в плоскости (x,y) и линии уровня – окружности, на которых модули электрических полей двух диполей равны

друг другу. Если окружности пересекаются, то подбором фаз дипольных моментов в этих точках можно скомпенсировать поля диполей и получить неподвижный нуль полного электрического поля. Из Рис. 3.17 следует, что возможны 4 варианта формирования нулей, из которых два – являются общими, два – частными. Случай, когда нулей нет (окружности не пересекаются) показан на Рис.3.17а. Общие случаи формирования нулей: окружности пересекаются в 2-х точках, причем эти точки либо находятся в полосе между диполями (Рис.3.17б), либо вне этой полосы справа или слева от диполей (Рис.3.17в). Частный случай: окружности касаются в одной точке, при этом точка касания находится либо между центрами диполей (Рис.3.17г), либо на продолжении прямой, соединяющей центры диполей (Рис.3.17д). Наконец, возможен исключительный случай, когда нули поля расположены точно на плоскости симметрии системы: на Рис.3.17е - это прямая, проходящая перпендикулярно отрезку, соединяющему центры диполей, через его середину. Последний случай соответствует расположению диполя над идеально проводящей плоскостью, что эквивалентно ее замене зеркальным источником. Таким образом, с учетом симметрии системы и расположения точек нулевого поля число нулей электрического поля для данной системы диполей может принимать следующие значения: 0,1,2, ∞ .

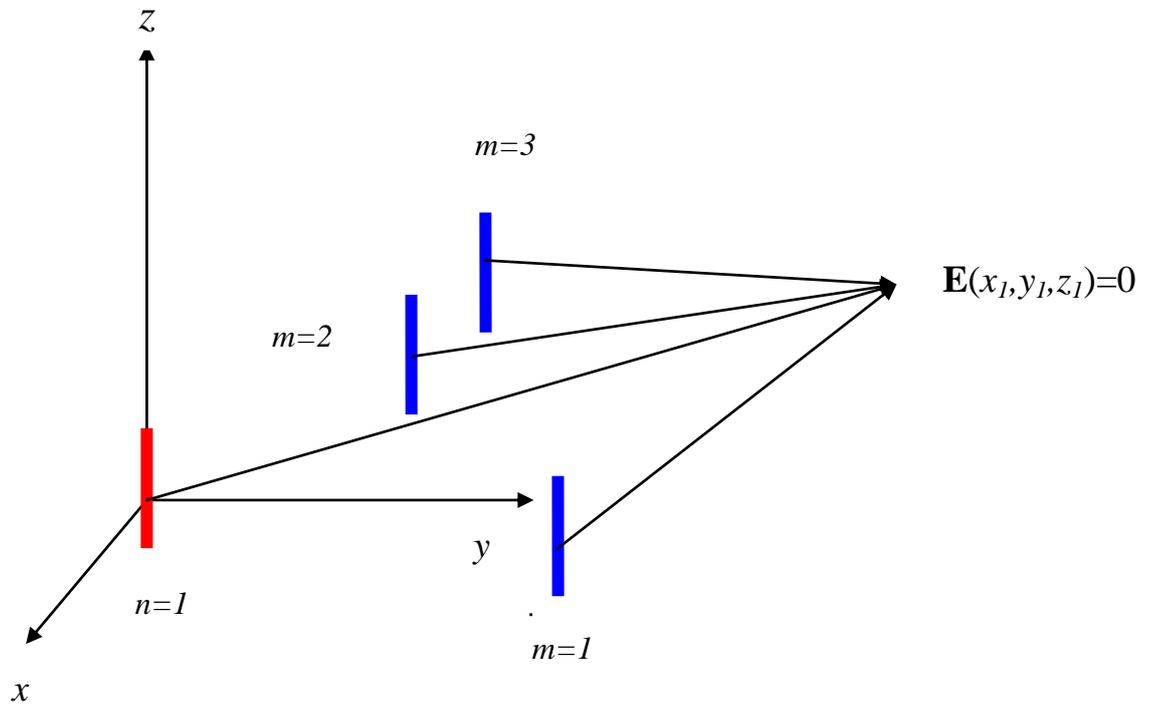


Рис.3.16 Постановка задачи о формировании нуля электрического поля системой параллельных диполей. Показаны один базовый и три управляющих диполя

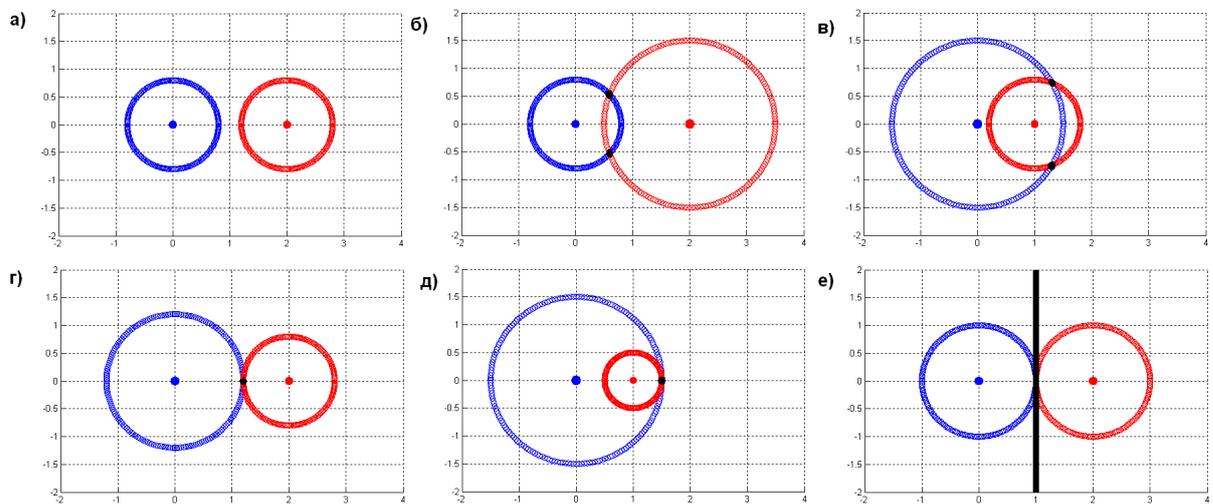


Рис. 3.17 Анализ вариантов формирования неподвижных нулей электрического поля системой из двух диполей при различных значениях амплитуд дипольных моментов. а) Нули отсутствуют, б) и в) реализуются два нуля поля, г), д) реализуется один нуль поля, е) бесконечное число нулей

В [39] рассмотрены примеры формирования нулей электрического поля в системах, содержащих 3 и 4 диполя. На основе разобранных примеров сделан вывод, что число S нулей поля, определяемых решением системы (3.11) с M управляющими диполями, подчиняется условию $S \geq M$, причем число нулей, равное M , реализуется при несимметричном расположении излучателей. Случай двух диполей в этом отношении является исключительным, так как всегда имеет плоскость симметрии, проходящую через прямую, соединяющую центры диполей, параллельно осям диполей^{viii}.

По описанной выше методике были проведены расчеты модуля электрического поля системы вибраторов. Параметры вибраторов приведены в табл.3.1.

Табл. 3.1. Координаты базового вибратора (БВ), управляющих вибраторов (УВ), значения амплитуд и фаз токов в точках питания и координаты нулей электрического поля

Рисунок	Базовый вибратор					Управляющий вибратор				Координаты нулей	
	координаты		макс ток		координаты		макс ток		kx	ky	
	kx	ky	abs	arg	kx	ky	abs	arg			
3.18	а	0	0	1	0	2	0	1.00	3.14	1	0
	б	0	0	1	0	1	0	0.45	3.12	2	0
	в	0	0	1	0	1	0	0.67	2.76	2	1
										2	-1
3.19	а	0	0	1	0	2	0	1.00	3.14	1	0
	б	0	0	1	0	1	0	0.73	2.46	2	0
	в	0	0	1	0	1	0	0.77	2.52	2	1
										2	-1
3.20	а	0	0	1	0	0	1	0.55	-3.03	2	1
										2	-1
						0	-1	0.55	-3.03	-2	1
					-2	-1					
	б	0	0	1	0	0.5	0	0.38	2.82	2	0
						-0.5	0	0.64	-2.78	2	1
									2	-1	
в	0	0	1	0	0	1	0.49	2.98	1.5	1.5	
					1	-0.5	0.46	2.81	2	0	

^{viii}Результаты, относящиеся к формированию нулей электрического поля системой диполей, получены Пермяковым В.А., Корюкиным А.Н. и Михайловым М.С. [114, 115].

На Рис. 3.18 приведены результаты расчета интенсивности электрического поля в поперечной плоскости для двух параллельных вибраторов с длиной плеча $kL=0,1$, на Рис. 3.19 и 3.20 – для двух и, соответственно, трех вибраторов с длиной плеча $kL=\pi/2$. Положения вибраторов показаны на рисунках коричневыми кружками, нулей электрического поля - белыми ромбиками и линиями. Максимумы поля вне вибраторов показаны черными ромбиками. Кроме того, на Рис. 3.18-3.20 под каждой картиной распределения поля приведена диаграмма направленности соответствующей системы вибраторов.

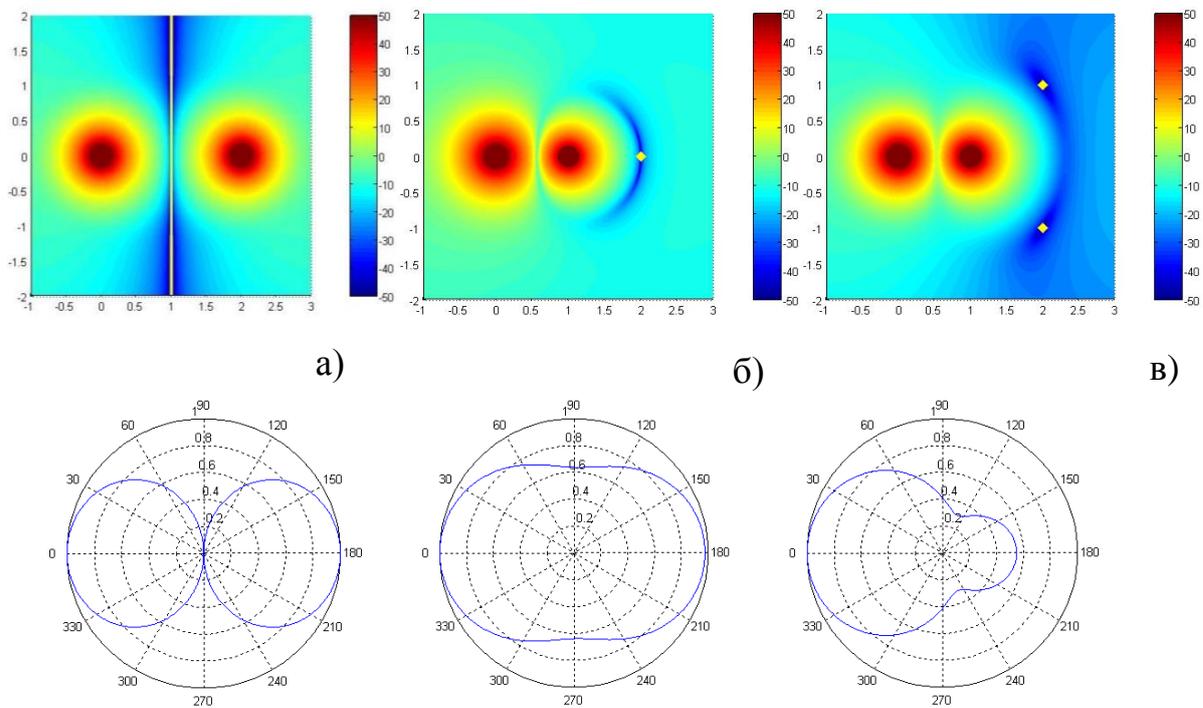


Рис.3.18 Картины формирования нулей электрического поля двумя вибраторами с длинами плеч вибраторов $kL=0,1$.

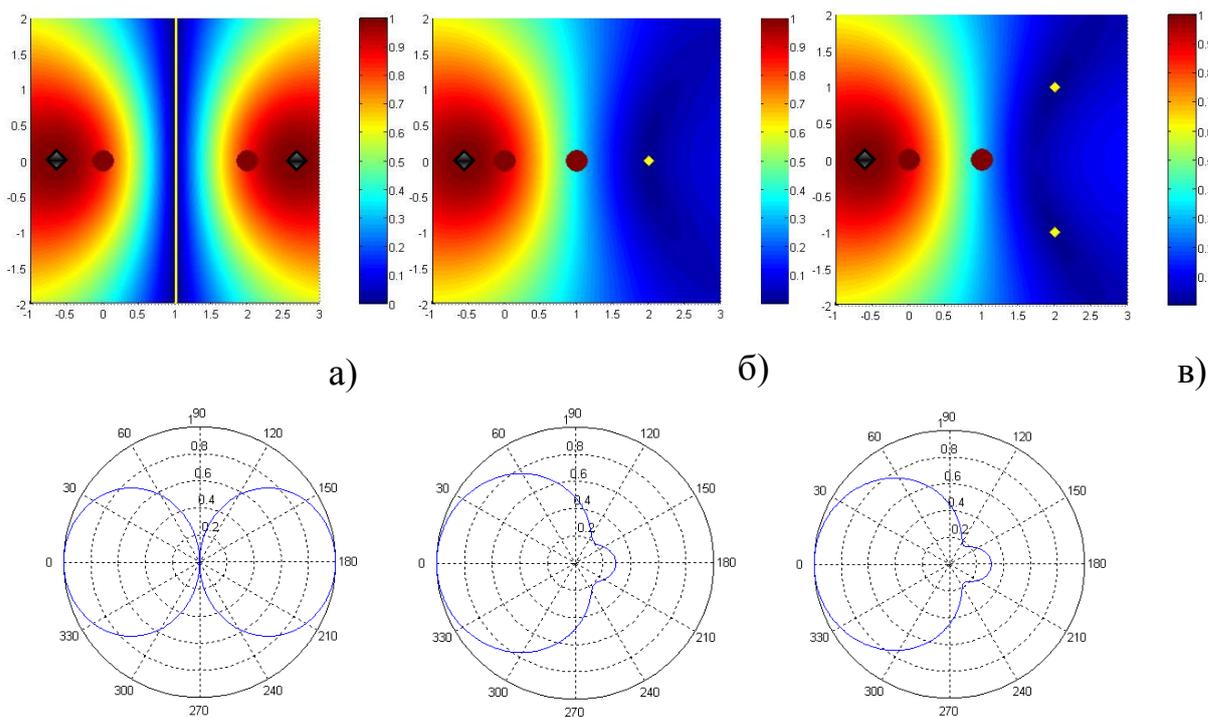


Рис.3.19 Картины формирования нулей электрического поля двумя вибраторами с длинами плеч вибраторов $kL = \pi/2$ ($L = \lambda/4$).

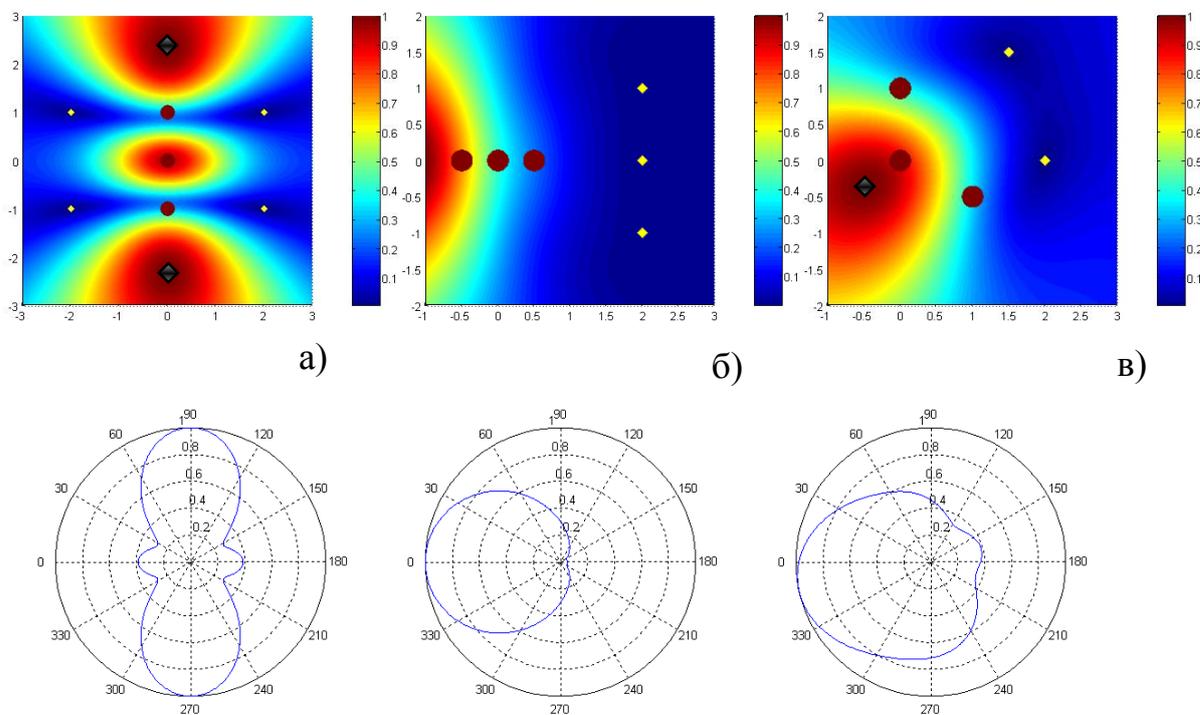


Рис.3.20 Картины формирования нулей электрического поля тремя вибраторами с длинами плеч вибраторов $kL = \pi/2$ ($L = \lambda/4$).

Результаты расчетов напряженности электрического поля для вибраторов малой длины согласуются с рассуждениями, проведенными выше для Рис. 3.17, а также с расчетами для диполей [114, 115]. Как следует из сравнения Рис. 3.18 и 3.19, выбором амплитуд и фаз управляющих вибраторов можно сформировать одинаковое число нулей электрического поля в случае двух вибраторов малой длины (Рис.3.10) и полуволновых вибраторов (Рис.3.19). Однако увеличение длины вибраторов приводит и к качественно новому эффекту: возникновению точек с экстремально большими значениями напряженности электрического поля в ближней зоне системы вибраторов, не совпадающих с положениями самих вибраторов.

Эти экстремумы показаны на Рис. 3.19, 3.20 черными ромбиками. С уменьшением длины вибраторов эти экстремумы сливаются с точками расположения вибраторов.

ДН в поперечной плоскости при небольшом числе вибраторов имеют достаточно очевидную структуру: в зависимости от амплитудно–фазовых соотношений токов можно получить однонаправленное (Рис. 3.20б) или близкое к однонаправленному (Рис.3.19б,в, 3.20в) излучение, а также диаграмму типа «восьмерки» (Рис.3.19а) или близкую к ней (Рис.3.20а).

Проведенные расчеты иллюстрируют принципиальную возможность создания областей с минимальным значением модуля электрического поля на конечном расстоянии от системы вибраторных антенн, в том числе в ближней зоне. Размеры области с минимальным значением поля, содержащей нули поля, варьируются при изменении управляющих параметров излучателей. Кроме того, с помощью системы вибраторов конечной длины можно сформировать области с максимальными значениями электрического поля в ближней зоне вибраторов. ДН в поперечной плоскости системы близко расположенных вибраторов в зависимости от соотношений амплитуд и фаз токов в точках питания могут быть близки к изотропным, к однонаправленным или иметь несколько лепестков.

Предложенный подход обобщается на случаи формирования нулей электрического (магнитного) поля системой произвольно расположенных и произвольно ориентированных в пространстве элементарных излучателей или вибраторов конечной длины. При этом нули поля могут располагаться произвольным образом относительно излучателей. Соответствующие СЛАУ для компонент полей имеют вид, аналогичный (3.17), с той разницей, что они носят векторный характер.

3.4. Обобщение методики качественного анализа на случай излучения антенн в средах с малыми потерями

В данном пункте будем рассматривать излучение диполя в полупроводящей среде с малыми потерями. Исходное уравнение для z компоненты векторного потенциала в полупроводящей среде

$$\Delta A_z - \varepsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 A_z}{\partial t^2} - \sigma^a \mu_a \frac{\partial A_z}{\partial t} = -j_z, \quad (3.25)$$

Применим к (3.25) Фурье – преобразование. Получим уравнение

$$\Delta A_z + k^2 A_z = -j_z, \quad (3.26)$$

где A_z , j_z - комплексные амплитуды потенциала и тока, $k = k_0 \sqrt{\tilde{\varepsilon}}$ $k_0 = \omega/c$, $\tilde{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon - i\sigma/\omega\varepsilon_0$, $c = (\varepsilon_0\mu_0)^{1/2}$ - скорость света в вакууме, ε_0 и μ_0 - электрическая и магнитная постоянные, ε - относительная диэлектрическая проницаемость среды, σ - проводимость, относительная магнитная проницаемость среды принята равной единице.

Решение (3.26) при задании тока в виде дельта-функции в начале сферической системы координат, описывающее волну, движущуюся в направлении $R=+\infty$, имеет вид

$$A_z(R, \omega) = A_0(\omega) \frac{\exp(-ik_0 \sqrt{\tilde{\varepsilon}} R)}{R}, \quad (3.27)$$

здесь

$$\tilde{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon - \frac{i\sigma}{\varepsilon_0\omega}, \quad (3.28)$$

$$\sqrt{\tilde{\varepsilon}} = n(\omega) - i\chi(\omega),$$

$$n(\omega) = \sqrt{\frac{\varepsilon}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\varepsilon^2 + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega}\right)^2}}, \quad \chi(\omega) = \sqrt{-\frac{\varepsilon}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\varepsilon^2 + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega}\right)^2}} \quad (3.29)$$

Представление комплексной диэлектрической проницаемости (3.28) обоснованно применять в ограниченном интервале частот, что обычно подтверждается измерениями.

Поле электромагнитного импульса представляется интегралом

$$A_z(R,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A_z(R,\omega) e^{i\omega t} d\omega = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A_0(\omega) e^{-ik_0(n(\omega)-i\chi(\omega))z+i\omega t} d\omega \quad (3.30)$$

где $A_0(\omega)$ определяется интегралом

$$A_0(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A(0,t) e^{-i\omega t} dt \quad (3.31)$$

Рассмотрим приближенный аналитический подход к интегрированию (3.30) в случае, когда диэлектрическая проницаемость ε и проводимость среды σ не зависят от частоты. При этом дисперсия комплексной диэлектрической проницаемости (3.28) связана исключительно со слагаемым, содержащим проводимость и уменьшается с ростом частоты. Предполагая, что проводимость мала, так что

$$\varepsilon \gg \varepsilon'' = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega} = 60\lambda\sigma, \quad (3.32)$$

представим показатели преломления $n(\omega)$ и затухания $\chi(\omega)$ рядами по обратным степеням малого параметра $\varepsilon'' = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega}$. Удобно использовать формальное высокочастотное приближение ($\omega \rightarrow \infty$), представив показатели преломления $n(\omega)$ и затухания $\chi(\omega)$ рядами по обратным степеням частоты.

Получим разложения

$$n(\omega) \approx n + \frac{\sigma^2}{8\varepsilon_0^2(n(\infty))^3} \frac{1}{\omega^2} + O\left(\frac{1}{\omega^4}\right), \quad (3.33)$$

$$\chi(\omega) \approx \frac{\sigma}{2\varepsilon_0 n} \frac{1}{\omega} + O\left(\frac{1}{\omega^3}\right)$$

$$n = \sqrt{\varepsilon}$$

Из (3.33) следует, что постоянные распространения $\beta(\omega)$ и затухания $\alpha(\omega)$ представляются рядами

$$\beta(\omega) = \frac{\omega}{c} n(\omega) \approx \frac{\omega}{c} n + \frac{\sigma^2}{8\varepsilon_0^2(n(\infty))^3 c} \frac{1}{\omega} + O\left(\frac{1}{\omega^3}\right), \quad (3.34)$$

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega}{c} \chi(\omega) \approx \frac{\sigma}{2\varepsilon_0 n c} + O\left(\frac{1}{\omega^2}\right)$$

Обратим внимание на то, что главный член ряда для $\alpha(\omega)$ не зависит от частоты.

Предположим далее, что вторым слагаемым ряда $\beta(\omega)$ можно пренебречь. Тогда интеграл (3.30) после подстановки в него (3.34) сводится к виду

$$A(R, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\alpha(\infty)R} \int_{-\infty}^{+\infty} A_0(\omega) e^{i\omega(t - \frac{nR}{c})} d\omega = e^{-\alpha(\infty)R} A_0\left(t - \frac{nR}{c}\right) \quad (3.35)$$

Здесь через $\alpha(\infty)$ обозначен главный член разложения $\alpha(\omega)$ в (3.34), функция $A_0(t - \frac{nR}{c})$ - это запаздывающий потенциал в среде без потерь - сигнал, по форме совпадающий с начальным (в точке $R=0$), но запаздывающий по отношению к нему на время nR/c , а $e^{-\alpha(\infty)R}$ - множитель, определяющий ослабление сигнала после прохождения расстояния R . Физический смысл приближения (3.35) очевиден: на ограниченных расстояниях от источника импульсный сигнал распространяется без изменения формы, а его амплитуда убывает пропорционально экспоненциальному множителю $e^{-\alpha(\infty)R}$. Этот результат известен и приведен, например, в работе Л.А.Вайнштейна [92],

однако пределы применимости полученного приближения в [92] не обсуждались.

Для применимости приближения (3.35) необходимо потребовать, чтобы выполнялось условие

$$R \ll L = \frac{8\varepsilon_0^2(n)^3 \omega c}{\sigma^2} \quad (3.36)$$

В этом неравенстве L - пространственный масштаб, на котором начнет сказываться отброшенное при вычислении (3.35) второе слагаемое в разложении (3.34). При расчете масштаба L , ограничивающего условия применимости формулы (3.35), будем полагать, что спектр сигнала быстро убывает выше некоторой граничной частоты $\omega_{max} \approx 1/\tau$, где в качестве параметра τ при грубых оценках можно взять длительность импульса T , деленную на 2π .

Для гарантии выполнения неравенства (3.36) положим $R=0,1L$ и рассмотрим распространение импульса длительностью от 1 до 100нс в сухой почве с параметрами $\varepsilon=5$, $\sigma=10^{-5} \dots 10^{-2}$ См/м. При этом будем требовать также выполнения условия (3.32), полагая, что $\varepsilon'' < 0,1\varepsilon$.

Кроме того, рассчитаем одновременно глубину проникновения поля в почву, определяемую в принятом нами приближении формулой

$$\delta = \frac{2n}{\sigma} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$$

Результаты расчетов приведены в таблице 3.1

Таблица 3.1.

σ , См/м	δ , м	T , нс	1	3	10	30	100
10^{-5}	1186	R, м	$1,3 \cdot 10^7$	$4,4 \cdot 10^6$	$1,3 \cdot 10^6$	$4,4 \cdot 10^5$	$1,3 \cdot 10^5$
10^{-4}	118,6		$1,3 \cdot 10^5$	$4,4 \cdot 10^4$	$1,3 \cdot 10^4$	$4,4 \cdot 10^3$	$1,3 \cdot 10^3$
10^{-3}	11,9		$1,3 \cdot 10^3$	$4,4 \cdot 10^2$	$1,3 \cdot 10^2$	44	
10^{-2}	1,2		13	4.4			

Из расчетов следует, что в сухой почве, когда проводимость достаточно мала, расстояние R , на котором справедливо приближение (3.35), при длительности импульса 3нс составляет 440м , при этом выполняется условие $R \gg \delta$, так что учет потерь в приближении (3.35) является содержательным даже на расстояниях, превышающих глубину проникновения. С уменьшением длительности импульса или проводимости среды область применимости формулы (3.35) по дальности увеличивается. Этот результат сохраняет смысл для мерзлой почвы.

Аналогичная оценка для влажной почвы с параметрами $\epsilon=20$, $\sigma=0,01\dots 1$ См/м показывает, что для влажных почв предлагаемое приближение пригодно только при значениях проводимости $\sigma < 0,1$ См/м и коротких импульсов (1 нс и менее) на существенно меньших дальностях.

Более детальные оценки применимости этого приближения были получены для плоского импульса в работах [116,117] путем сопоставления со строгим расчетом импульса по частотному преобразованию Фурье.

Применим предлагаемое приближение к полю антенн, расположенных на поверхности или внутри проводящей среды. Выражения для компонент электрического и магнитного полей диполя в среде с потерями при использовании представления (3.35) для z компоненты векторного потенциала находятся с помощью общих формул (1.13) и (1.20), приведенных в главе 1. Магнитное поле непосредственно вычисляется по формуле (1.13), формулу для электрического поля (1.20) целесообразно предварительно преобразовать с учетом условия $\sigma \rightarrow 0$ ($\tau_r = \epsilon_a / \sigma \rightarrow \infty$). При этом условия экспоненты в (1.20) можно заменить единицей, что сводит формулу (1.20) к

$$E = -\mu_a \frac{\partial A^z}{\partial t} + \frac{1}{\epsilon_a} \int_{t_0}^t (\text{grad div } A^z) dt, \quad (3.37)$$

Входящая в потенциал A^z функция $A_0(t - \frac{n(\infty)}{c}R)$ представляет собой запаздывающий потенциал. Таким образом, при условии (3.36)

компоненты полей электрического диполя могут быть выражены через запаздывающий потенциал. После этого качественный анализ электромагнитных полей диполя в импульсном режиме излучения в среде с малыми потерями проводится по той же методике, как в отсутствие потерь.

Поскольку множитель $e^{-\alpha(\infty)R}$, входящий в приближенное выражение для потенциала (3.35), не зависит от времени, подстановка (3.35) выражений для полей \mathbf{H} (1.13) и \mathbf{E} (3.37) приводит к следующим выражениям для полей в среде с малыми потерями в условиях применимости приближений (3.32) и (3.36).

$$\mathbf{E} = \exp(-\alpha R) \mathbf{E}_0(R, \theta, t - nR/c), \quad \mathbf{H} = \exp(-\alpha R) \mathbf{H}_0(R, \theta, t - nR/c). \quad (3.38)$$

В формулах (3.38) индексом «0» обозначены компоненты полей диполя, определенных для среды без потерь с показателем преломления $n \geq 1$.

Как следует из сопоставления формул (2.1), (2.2) с (2.8), (2.9), для получения расчетных формул диполя в среде с показателем преломления n следует заменить в (2.8), (2.9) ϵ_0 на $\epsilon_0 \epsilon$ и скорость c на скорость $v = c/n$.

Из таблицы 3.1 и расчетов [116, 117] следует, что при малых потерях область применимости предлагаемого приближения достаточно велика и заведомо охватывает прилегающую к вибратору зону индукции, изучение структуры полей в которой методами качественной теории дает наиболее содержательные результаты.

Поскольку уравнения силовых линий электрического поля определяются отношением компонент электрического поля, то уравнения силовых линий формально остаются такими же, что для вакуума (после замены скорости на $v = c/n$) и анализ силовых линий электрического поля проведенный для диполя в вакууме полностью переносится на случай среды с малыми потерями.

В качестве примера структура силовых линий электрического поля диполя в среде с показателем преломления n в сравнении с силовыми линиями в вакууме показана на Рис. 3.21.

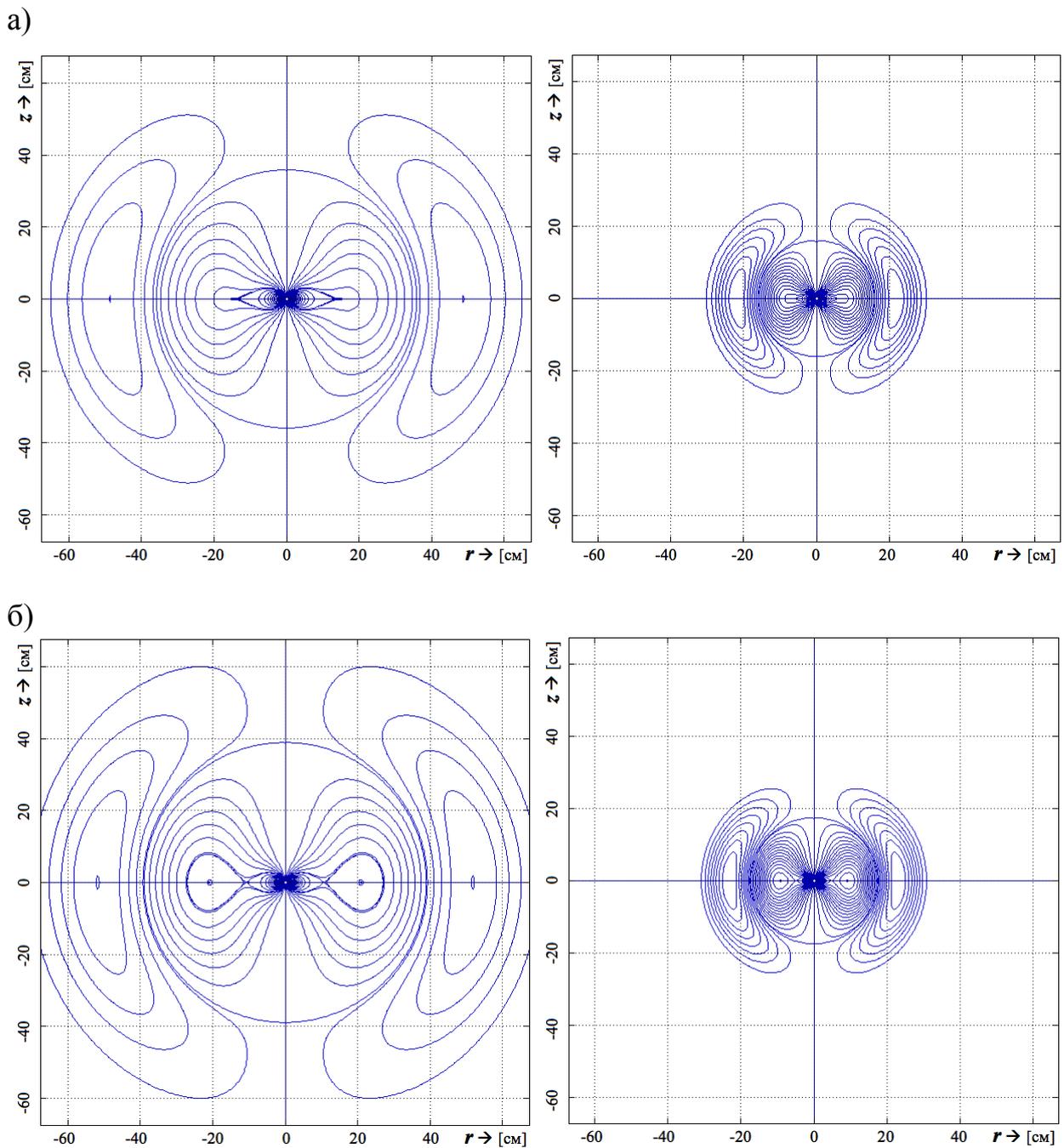
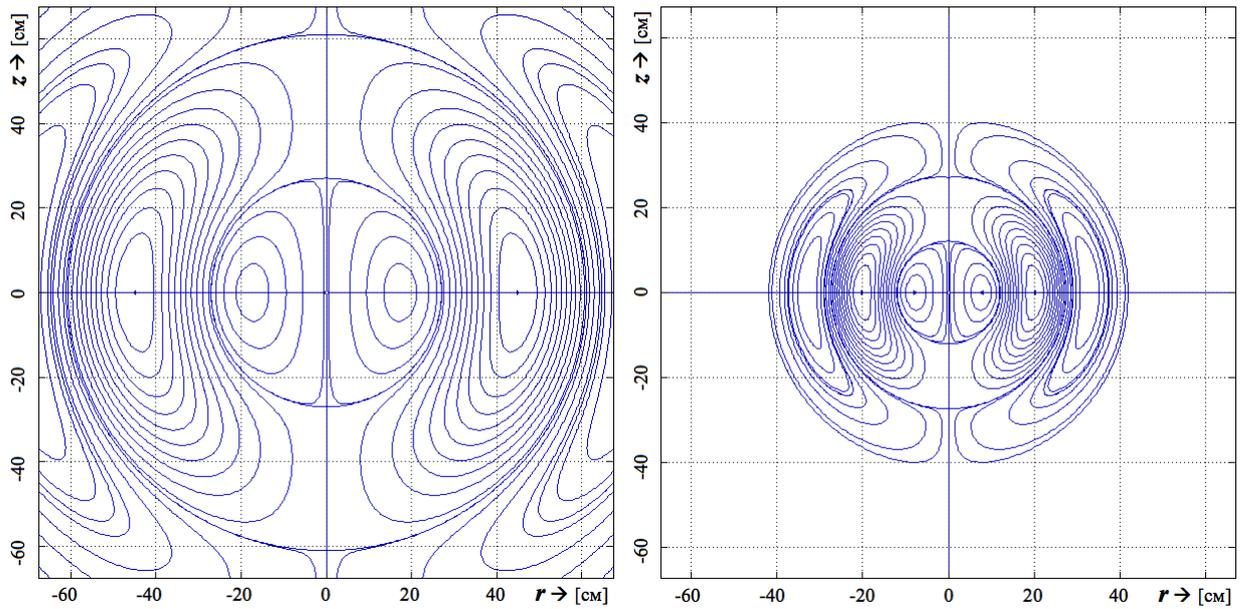


Рис. 3.21 Структура электрического поля вблизи диполя для импульса (2.66) при $a = 2$, длительности $T=1$ [нс]: слева в среде с показателем преломления $n=1$ (для вакуума), справа $n=\sqrt{5}$ (для сухого грунта) в моменты времени:

а) при $t=0,745$ [нс], соответствует $t=t_{b3}$, $\omega t=1,49\pi$ (Рис.2.13 «е»);

б) при $t=0,775$ [нс], соответствует $t_{b3}<t<t_{b4}$, $\omega t=1,55\pi$ (Рис.2.13 «ж»).

В)



Г)

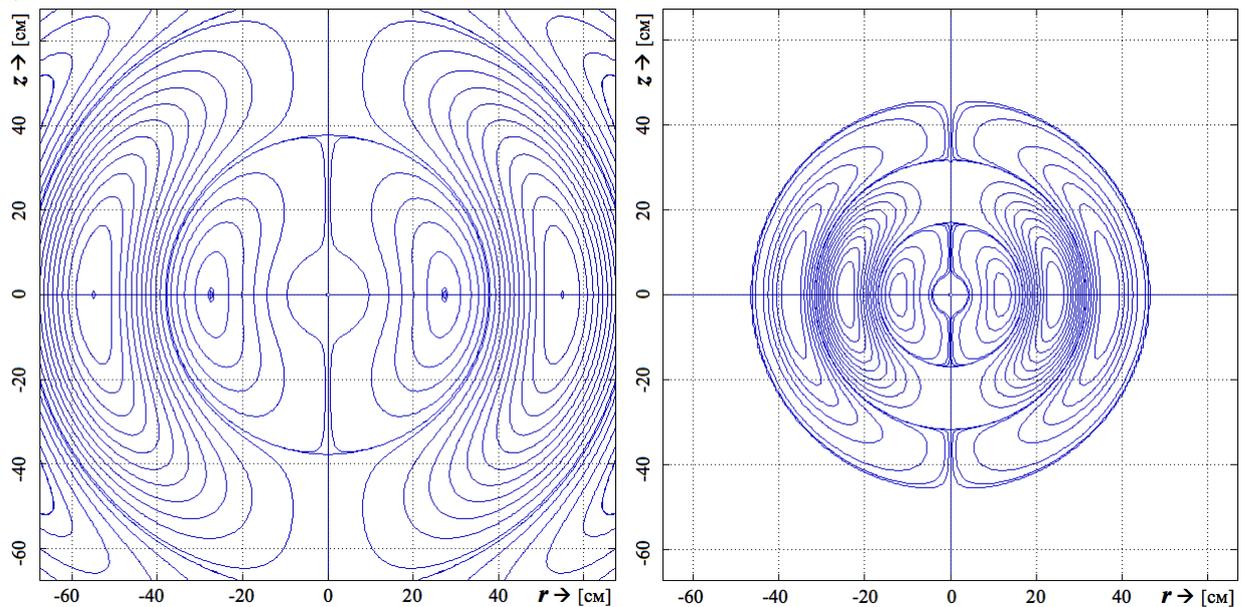


Рис. 3.21 Структура электрического поля вблизи диполя для импульса (2.66) при $a = 2$, длительности $T=1$ [нс]: слева в среде с показателем преломления $n=1$ (для вакуума), справа $n=\sqrt{5}$ (для сухого грунта) в моменты времени:

в) при $t=1,0$ [нс], соответствует $t=t_{b5}$, $\omega t=2\pi$ (Рис.2.13 «к»);

г) при $t=1,1$ [нс], соответствует $t>t_{b5}$, $\omega t=2,2\pi$ (Рис.2.13 «л»).

Дальнейшее применение качественного анализа требует уточнения постановки задачи. Наметим путь решения задачи об излучении горизонтального диполя в вакууме над диэлектрическим полупространством, в котором на определенной глубине находится какой-либо объект, например, проводящая пластина. Использование пространственно-временного подхода совместно с качественным исследованием требует выполнения следующей программы.

1. Построение аналитического решения задачи об излучении диполя над полупространством методом пространственно-временной геометрической оптики.
2. Использование полученного решения для построения силовых линий электрического (магнитного) поля.
3. Качественный анализ силовых линий с применением численных методов.
4. Выработка практических рекомендаций на основе поведенного анализа.

Намеченная программа по объему выходит за рамки данной диссертации и должна быть предметом дополнительных исследований.

3.5. Выводы по главе 3

В 3-й главе методы качественного анализа применены к исследованию структуры полей вблизи вибраторов конечной длины при гармоническом режиме возбуждения.

3.5.1. Показано, что учет конечной длины вибратора приводит (в цилиндрической системе координат) к расщеплению сложной ОТ силовых линий электрического поля, соответствующей точечному диполю, на три вида ОТ: ОТ на концах вибратора, ОТ в точке питания и ОТ, расположенных между точкой питания и концами вибратора. Последние ОТ возникают, когда длина плеча вибратора более четверти длины волны. Вне вибратора ОТ

возникают, как и в случае диполя, на продолжении оси вибратора и на оси, проходящей через точку питания перпендикулярно вибратору. Кроме того, при длине плеча вибратора более четверти длины волны в определенном временном интервале возникают ОТ в плоскости, содержащей ось вибратора, вне оси вибратора и перпендикулярной ей оси. При этом обнаружены два качественно различных случая рождения и эволюции ОТ вне осей $z=0$, $r=0$. В первом случае ОТ рождается на оси $z=0$ и далее начинают двигаться в зоне индукции в плоскости (z,r) вне осей $z=0$, $r=0$, заканчивая движение в конечный момент времени на оси $r=0$. Во втором случае ОТ рождаются вне осей $z=0$, $r=0$ в точке бифуркации, из которой далее расходятся на бесконечность ОТ типа центра (в пределе это направление максимума ДН бокового лепестка) и ОТ типа седла (в пределе это направление нуля диаграммы направленности).

Изучены траектории ОТ электрического поля и условия их бифуркаций в пространстве – времени, а также эволюция поверхностей нулевого магнитного поля и плотности потока мощности.

Показано, что обнаруженная Г.Герцем структура вихревых силовых линий электрического поля, окруженных замыкающимися на концы диполя силовыми линиями, имеет место и в окрестности вибратора конечной длины с размером плеча менее четверти длины волны.

3.5.2. Изучены возможности формирования нулей электрического поля системой параллельных вибраторов конечной длины. Показано, что, как и в случае системы параллельных диполей, подбором амплитуд и фаз токов вибраторов можно сформировать область с минимальными значениями электрического поля, задавая определенное число нулей поля на конечном расстоянии от системы вибраторов. Кроме того, в системе вибраторов не малой длины (конкретный результат получен для полуволновых вибраторов) возможно получение точек с максимальными значениями электрического поля («горячих точек»), не совпадающих с положениями вибраторов.

Возможности формирования областей с малыми значениями электрического (магнитного) поля могут представлять интерес в различных приложениях: при создании антенн сотовых телефонов и других средств мобильной связи, в минимальной степени влияющих на пользователя, решении вопросов электромагнитной совместимости антенн, использовании принципов адаптации при отстройке от мешающих сигналов в системах ближней радиолокации.

3.5.3. Определены условия распространения сигналов в среде с малыми потерями, при выполнении которых пригодно приближенное описание сигнала, как распространяющегося с экспоненциальным затуханием без изменения формы. Такое приближение позволяет перенести на случай среды с малыми потерями результаты качественного анализа поля в среде без потерь. Согласно оценкам в сухой почве данное приближение оказывается практически приемлемым на достаточно больших расстояниях, что позволяет использовать его в задачах георадиолокации.

Заключение

При выполнении настоящей работы получены следующие результаты:

1. Развита методика качественного анализа силовых линий электрического и магнитного полей и вектора Пойнтинга электрического диполя в гармоническом, негармоническом периодическом и импульсном режимах его излучения в свободном пространстве.

2. Определена в общем виде локальная структура простых особых точек электрического поля и векторного поля плотности потока мощности электрического диполя в плоскости r, z цилиндрической системы координат, в центр которой помещен диполь, направленный вдоль оси z .

Определены условия эволюции особых точек полей и вектора Пойнтинга диполя в пространстве и времени, а также условия бифуркации особых точек. Качественный анализ в целом структуры силовых линий проведен для гармонических полей и конкретных видов импульсов. Установлено, что в случае диполя особые точки полей и вектора Пойнтинга возникают на осях r, z цилиндрической системы координат. Кроме того, в негармоническом режиме возбуждения возможно возникновение особой линии $|\mathbf{E}(r, z)| = 0$ на конечном расстоянии от диполя.

Определены условия формирования нетривиальной вихревой структуры силовых линий электрического поля в зоне индукции диполя, впервые найденной Г.Герцем и существующей как в гармоническом, так и в негармоническом режимах возбуждения.

3. С применением качественного метода изучены и интерпретированы закономерности возникновения «сверхсветового» режима движения нулей и экстремумов электромагнитного поля и связанного с ним аномально малого запаздывания нулей и экстремумов поля относительно фронта импульсов.

4. Выполнен качественный анализ силовых линий электрического и магнитного полей и вектора Пойнтинга тонкого вибратора конечной длины в

гармоническом режиме его излучения в свободном пространстве при приближенном аналитическом задании распределений тока и заряда на вибраторе и соответствующей им структуре электрического и магнитного полей. Установлено, что нетривиальная вихревая структура силовых линий электрического поля, найденная в зоне индукции диполя, имеет место и вблизи вибратора с длиной плеча не более четверти длины волны.

Изучены условия формирования особых точек вибратора конечной длины. Установлено, что наряду с существованием особых точек на осях r, z цилиндрической системы координат при длине плеча свыше четверти длины волны возможно возникновение особых точек вне осей r, z . На примере вибратора с длиной плеча более половины длины волны обнаружены два качественно различных случая рождения и эволюции особых точек вне осей $z=0, r=0$. В первом случае особые точки рождаются на оси $z=0$ и далее начинают двигаться в зоне индукции в плоскости (z, r) вне осей $z=0, r=0$, заканчивая движение в конечный момент времени на оси $r=0$. Во втором случае особые точки рождаются вне осей $z=0, r=0$ в точке бифуркации, из которой далее расходятся на бесконечность особые точки типа центра (в пределе это направление максимума бокового лепестка ДН) и особые точки типа седла (в пределе это направление нуля бокового лепестка ДН).

5. Изучены возможности формирования нулей электрического поля системой параллельных вибраторов конечной длины. Как и в случае системы параллельных диполей, подбором амплитуд и фаз токов вибраторов можно сформировать заданное число нулей электрического поля на конечном расстоянии от системы вибраторов. В системе вибраторов не малой длины (конкретный результат получен для полуволновых вибраторов) возможно возникновение «горячих» точек с максимальными значениями электрического поля, не совпадающих с положениями вибраторов.

6. Практическую ценность представляют следующие результаты диссертации:

- Развитый в работе метод качественного анализа полей и вектора Пойнтинга диполя позволяет провести полное исследование эволюции и перестройки структур электромагнитного поля, без пропусков структурных перестроек, возможных при расчетах полей с равномерным временным шагом при применении стандартных численных методов. Это важное качество развитого метода может быть использовано при анализе полей других типов антенн.
- Разработана учебная программа визуализации силовых линий и других характеристик электромагнитных полей электрического диполя.
- С применением качественного анализа предложено объяснение эффекта аномального запаздывания экстремумов и нулей поля относительно фронта импульса, что может быть использовано при интерпретации экспериментов.
- Дано обобщение метода качественного анализа для диэлектрических сред с малыми потерями, что может представить интерес для задач георадиолокации.
- Предложенная методика формирования областей с минимальными значениями электрического поля системой вибраторов конечной длины может быть использована при разработке антенн, работающих в непосредственной близости от пользователя с целью минимизации воздействия поля, при решении задач электромагнитной совместимости антенн.

7. Представляется целесообразным дальнейшее развитие метода качественного анализа, как позволяющего провести наглядное и глубокое исследование закономерностей формирования нестационарных электромагнитных полей вблизи антенных систем, в сочетании с численными методами. Направления развития: исследование условий формирования электромагнитных полей 1) антеннами конечных размеров и антенными системами в негармоническом режиме возбуждения, 2) антеннами, работающими в режиме приема, 3) активными антеннами и антеннами с нелинейной нагрузкой.

Приложение 1. Программа визуализации характеристик электромагнитных полей простых антенн с использованием математического пакета MATLAB

1. Описание пользовательского интерфейса программы визуализации характеристик электромагнитных полей

Для целей выполнения расчетов и представления результатов расчета характеристик электромагнитных полей простых антенн – была выбрана система математических расчетов –MATLAB.

Программа визуализации электромагнитных полей простых антенн состоит из четырех рабочих окон:

- Окно представления результатов расчета с возможностью навигации по кадрам анимированных роликов;
- Окно указания параметров ЭМП;
- Окно отображения вида излучаемого процесса;
- Окно отображения траекторий движения поверхностей $OT E_R(R,t)=0$, $E_\theta(R,t)=0$ и $H_\varphi(R,t)=0$.

1.1. Окно представления результатов расчета характеристик ЭМП - «Visualization structure of the electric field»

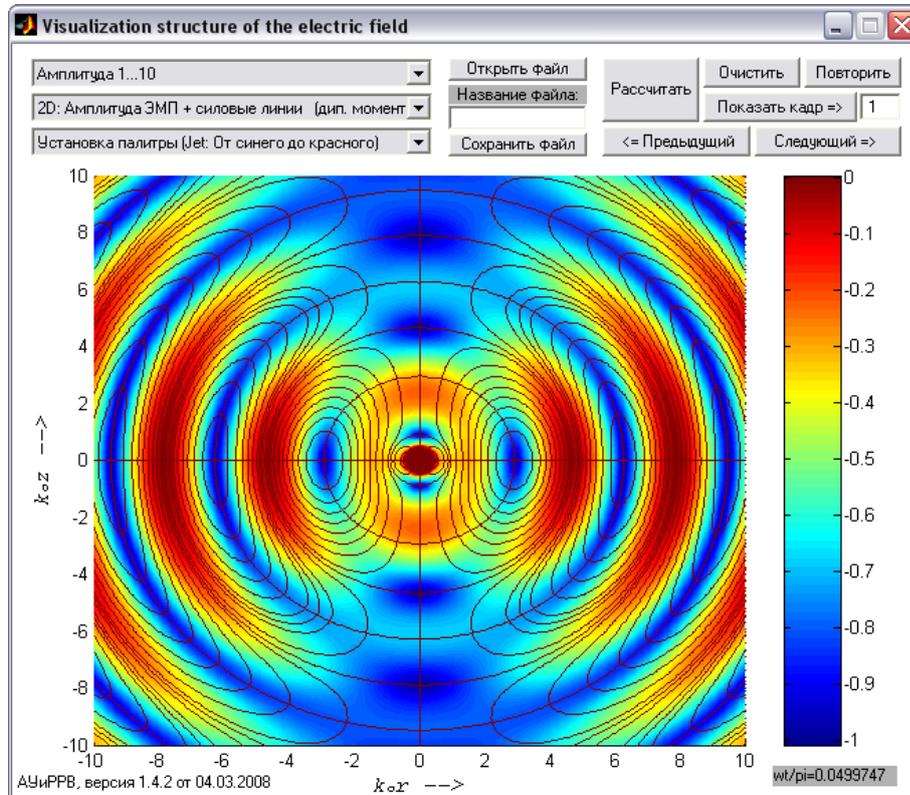
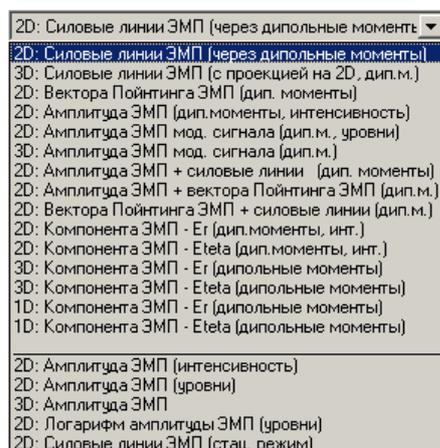


Рис. 1 Окно представления результатов расчета

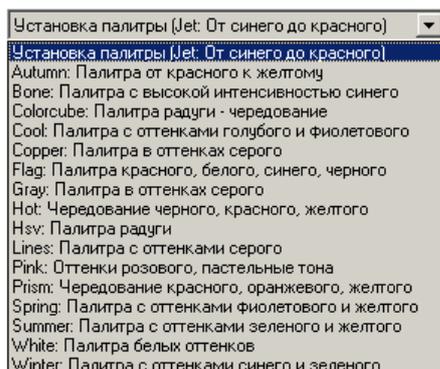
В данном окне пользователем программы визуализации указываются:

- **Один из вариантов набора параметров ЭМП** (верхнее, левое поле - «Установка параметров – установка по умолчанию»): при выборе значения в данном поле выполняется автоматическое заполнение всех полей – параметров ЭМП, тип рассчитываемой характеристики ЭМП, способ представления результатов расчета (в текущем окне и в окне - «Parameters»). Варианты наборов параметров ЭМП, отображаемых в выпадающем поле – создаются на этапе разработки программы визуализации и не могут быть изменены. После выбора одного из наборов параметров ЭМП – любой параметр ЭМП, а также тип рассчитываемой характеристики ЭМП и способ представления результатов расчета могут быть изменены пользователем вручную в соответствующих окнах. (Параметры ЭМП задаются до выполнения расчета характеристик ЭМП.)
- **Тип рассчитываемой характеристики ЭМП и способ представления результатов расчета** (второе сверху, левое поле). При нажатии на поле открывается выпадающий список из следующих значений:



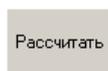
Пользователь может задать тип рассчитываемых характеристик ЭМП, выбрав одно из значений (предлагаемые варианты расчетов характеристик ЭМП сверху до горизонтальной черты – выполняются по формулам через дипольные моменты; после горизонтальной черты – по формулам через явное представление компонент ЭМП).

- **Цветовая палитра графического представления результатов выполненных расчетов** (третье сверху, левое поле). При нажатии на поле открывается выпадающий список из следующих значений:



Выбрав одно из значений, пользователь может задать цветовую палитру графического представления результатов расчета.

После указания всех необходимых параметров ЭМП, типа рассчитываемой характеристики ЭМП и способа представления выполненных расчетов, для запуска расчета необходимо нажать на кнопку «**Рассчитать**»:



В момент выполнения расчета заданных характеристик ЭМП откроется окно, в котором в процентах будет отображаться доля выполнения расчета для каждого кадра анимационного ролика:



Результаты расчетов в соответствии с указанным способом представления результатов будут выводиться по кадрам в центральной части окна «Visualizationstructureoftheelectricfield» после расчета каждого кадра. После окончания расчета последнего кадра – анимационный ролик будет показан полностью, указанное (в окне «Parameters») количество раз.

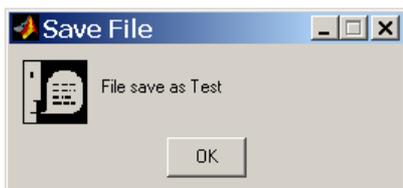
После окончания показа анимационного ролика – пользователь программы визуализации может:

- Просмотреть ролик еще раз, нажав на кнопку «**Повторить**»;
- Перейти к просмотру одного из рассчитанных кадров, явно указав в поле «**Номер кадра**» - номер интересующего кадра и нажав на кнопку «**Показать кадр =>**»;
- Перейти к просмотру следующего кадра, нажав на кнопку «**Следующий =>**»;
- Перейти к просмотру предыдущего кадра, нажав на кнопку «**Предыдущий =>**»;
- Очистить рабочее окно представления результатов расчета, нажав на кнопку «**Очистить**».

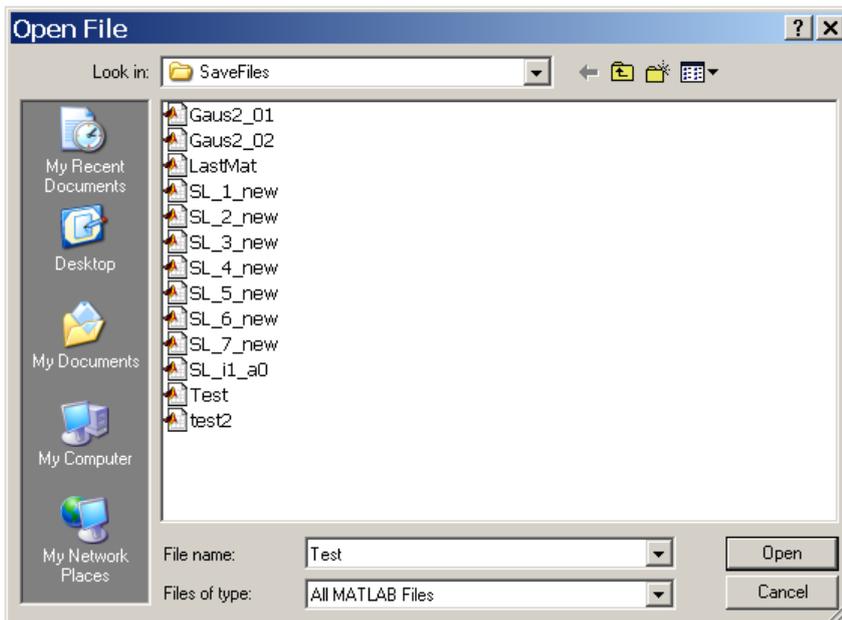
Навигация по результатам расчета характеристик ЭМП:



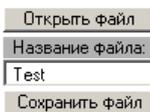
Результаты выполненного расчета можно записать в файл (*.mat). Для этого в поле «**Название файла:**» необходимо указать желаемое название файла (без расширения) и нажать на кнопку «**Сохранить файл**». В случае успешного сохранения результатов расчета в файл (*.mat) – будет выдано сообщение:



Сохраненные ранее результаты расчетов можно загрузить в программу визуализации для повторного изучения (просмотра). Для этого необходимо нажать на кнопку «**Открыть файл**», после чего будет открыто окно «**OpenFile**», в котором необходимо выбрать интересующий файл (*.mat) с результатами расчетов и нажать на кнопку «**Открыть**» («**Open**»):



Сохранение и восстановление ранее сохраненных результатов расчета для повторного изучения (просмотра):



1.2. Окно ввода параметров ЭМП и способов выполнения расчета характеристик ЭМП - «Parameters»



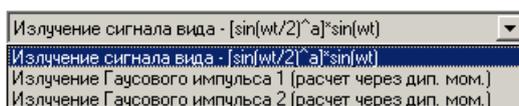
Рис. 2 Окно ввода параметров ЭМП и способов выполнения расчета характеристик ЭМП

Виды сигналов, изучаемые в программе визуализации:

- $q(t) = \sin^a(\omega t) \sin(\omega t)$
- $q(t) = \exp[-((\omega t - 2\tau)/\tau)^2] - \exp[-((\omega t - 4\tau)/\tau)^2]$
- $q(t) = \exp[-((\omega t - 2\tau)/\tau)^2] - 2\exp[-((\omega t - 3\tau)/\tau)^2] + \exp[-((\omega t - 4\tau)/\tau)^2]$
- $q(t) = \exp[-((\omega t - 3\tau)/\tau)^2]$
- $q(t) = \exp[-((\omega t - 3\tau)/\tau)^2] - (1/2)\exp[-((\omega t - 6\tau)/2\tau)^2]$

В окне «Parameters» пользователем программы визуализации указываются следующие параметры ЭМП, способ расчета характеристик ЭМП и способ представления результатов расчета:

- **Тип излучаемого сигнала** – при нажатии на стрелочку выпадающего списка (с правой стороны поля) в поле раскрывается список из трех вариантов:



(Виды сигналов представлены выше)

- **Количество повторений (показов) анимации** – количество повторных показов анимированного ролика с результатами расчетов;
- **Количество кадров к расчету (от t_0 до t_1)**–количество рассчитываемых кадров на указанном интервале времени (количество кадров в анимированном ролике); в случае, если в поле указано значение = 1, то будет выполнен расчет одного кадра, в один момент времени, указанный в поле t_0 ;
- **Начало расчета ЭМП (t_0)** – начальная точка по координате времени, время расчета первого кадра;
- **Конец расчета ЭМП (t_1)** – конечная точка по координате времени, время расчета последнего кадра;
- **Количество расчетных точек по оси k_0z** - количество точек расчета на промежутке $[z_0, z_1]$ по координате k_0z ;
- **Координата начала расчета (по оси z) z_0** ;
- **Координата конца расчета (по оси z) z_1** ;
- **Количество расчетных точек по оси k_0r** - количество точек расчета на промежутке $[r_0, r_1]$ по координате k_0r ;
- **Координата начала расчета (по оси x) r_0** ;
- **Координата конца расчета (по оси x) r_1** ;
- **Радиус отступа от точки источника ЭМП** – указывается отступ от точки источника в относительной величине координат по оси k_0r и k_0z ; в случае, если указанное значение в поле – больше нуля, то расчет характеристик ЭМП будет выполнен, начиная с указанной координаты по оси k_0r и k_0z ;
- **Степень «а» (функции модулированного сигнала $*\sin(..)^a$)**– значение степени «а» в функции модулированного сигнала;
- **Количество импульсов сигнала**(если указано значение = 0, то изучается непрерывное излучение сигнала);
- **Количество силовых линий (уровней)** – указывается количество уровней, которое необходимо прорисовать для каждой картинке силовых линий (на каждом кадре анимированного ролика, в случае расчета силовых линий – прорисовывается одинаковое количество силовых линий);
- **Точность расчета сепаратрис $[10^{-k}] \Rightarrow k$** – указывается относительная величина степенного показателя точности расчета сепаратрис при построении картин силовых линий; данной величиной можно регулировать плотность отображения сепаратрис на картинках силовых линий (нормальное значение = 3, присваивается по умолчанию);
- **Длина гауссового импульса на уровне e^{-1}** – параметр L в формулах расчета формы гауссового импульса;
- **Включить сетку на расчетной области** – при указании чека в поле - на расчетной области будет отображаться сетка координат;

- **Черно-белое представление** – при указании чека – результаты расчетов будут представлены в черно-белом виде;
- **Сглаживание 3D поверхности** – при указании чека отображаемые поверхности будут более гладкими;
- **3D сетка (соединенные между собой точки расчета)** – при указании чека – 3D поверхность не закрашивается, точки расчета соединяются между собой линиями;
- **Нормировка амплитуды ЭМП по r**–при указании чека в формулах компонент ЭМП выполняется нормировка по R (умножение на величину R);
- **Показать уровни $E_r=0$** – при построении силовых линий достраиваются линии уровней $E_r=0$;
- **Показать уровни $E_\theta=0$** - при построении силовых линий достраиваются линии уровней $E_\theta=0$;
- **Показать сепаратрисы** - при построении силовых линий достраиваются сепаратрисы.

1.3. Окно представления вида входного сигнала антенны - «InputSignal»

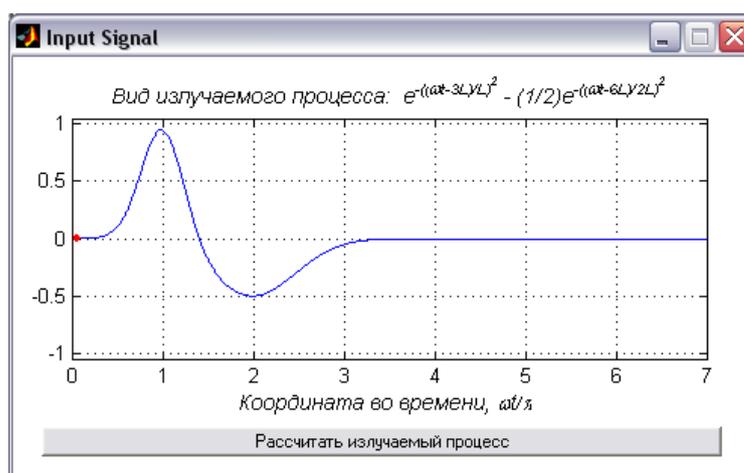


Рис. 3 Окно представления вида входного сигнала антенны

В данном окне отображается вид входного сигнала антенны. Расчет вида входного сигнала выполняется после указания всех параметров ЭМП и нажатии на кнопку «**Рассчитать излучаемый процесс**» в данном окне. Расчет и отображение входного сигнала также выполняется автоматически после нажатия на кнопку «**Рассчитать**» в окне «**Visualization structure of the electric field**».

Красными точками на синей кривой излучаемого сигнала – отображаются моменты времени (в соответствии с указанным интервалом времени $[t_0, t_1]$ и количеством кадров – расчетных точек в окне «**Parameters**»), в которые выполняется расчет характеристик ЭМП.

1.4. Окно представления траекторий движения ОТ

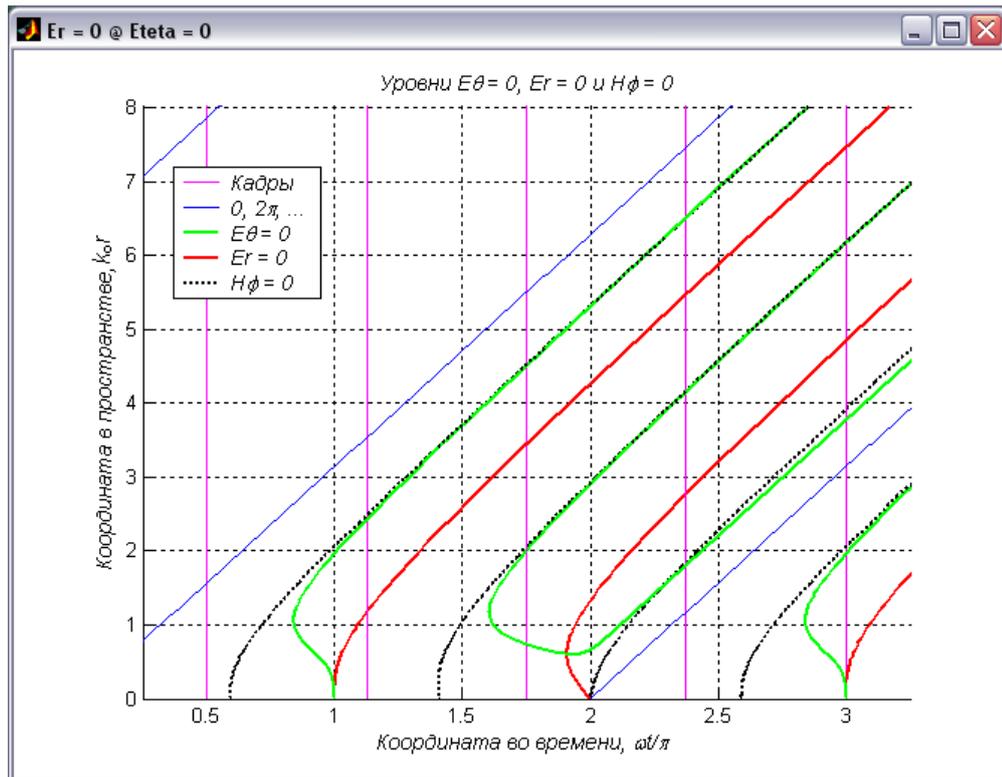


Рис. 4 Окно представления траекторий движения ОТ

В данном окне отображаются траектории движения ОТ $E_R(R,t)=0$, $E_\theta(R,t)=0$ и $H_\phi(R,t)=0$.

- Зеленые кривые – траектории движения ОТ $E_\theta(R,t)=0$;
- Красные кривые – траектории движения ОТ $E_R(R,t)=0$;
- Черные пунктирные кривые - траектории движения ОТ $H_\phi(R,t)=0$;
- Розовые кривые – моменты времени, в которые выполняется расчет характеристик полей (кадры анимационного ролика);
- Синие прямые – показывают уровни разделения импульсов с интервалом в 2π .

Траектории движения ОТ рассчитываются автоматически при нажатии на кнопку «**Рассчитать**» в окне «**Visualization structure of the electric field**» и также при нажатии на кнопку «**Рассчитать излучаемый процесс**» в окне «**InputSignal**».

2. Структура программы визуализации

Программа визуализации состоит из нескольких модулей, каждый из которых выполняет свою задачу.

2.1. Запуск программы визуализации

Описание свойств и подготовка пользовательского интерфейса (окон программы визуализации) описано в файле «**done.m**».

Для запуска программы визуализации характеристик ЭМП необходимо сделать следующее:

1. Переписать файлы (*.m) программы визуализации в рабочую папку;
2. В рабочей папке создать папку «SaveFiles»;
3. Загрузить систему математических расчетов MATLAB;
4. В окне «Рабочая директория» («Current Directory») указать путь к папке, где размещены файлы (*.m) программы визуализации (Рис. 5).
5. В командной строке (>>) набрать команду «done» и нажать ввод (Рис.5), после чего открываются окна для работы с программой визуализации ЭМП (описание окон выполнено в разделе 1).

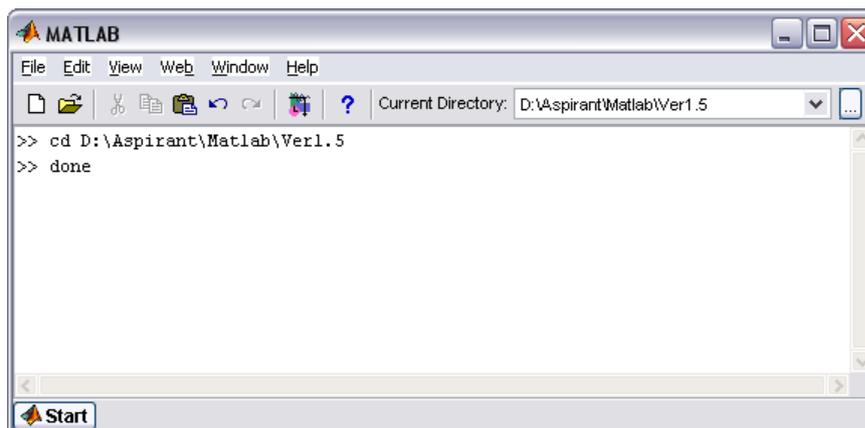


Рис. 5 Программа MATLAB: изменение рабочей директории, запуск программы визуализации

Предположим, что все файлы программы визуализации размещены в каталоге «D:\Aspirant\Matlab\Ver1.5», тогда для запуска программы визуализации необходимо в командной строке программы MATLAB набрать следующие команды:

- **cd D:\Aspirant\Matlab\Ver1.5** <ввод>
- (выполняется изменение рабочей директории);
- **done**<ввод> - (команда запуска программы визуализации).

После ввода данных команд откроются четыре окна программы визуализации характеристик ЭМП (описанных в разделе 1).

2.2. Установка параметров ЭМП

После выбора одного из наборов параметров ЭМП (в верхнем левом поле - «Установка параметров – установка по умолчанию», в окне «Visualization structure of the electric field») выполняется заполнение всех полей – параметров ЭМП в окнах «Parameters» и «Visualization structure of the electric field». Правила заполнения полей в зависимости от выбранного варианта набора характеристик ЭМП описаны в файле – «Setbest.m».

2.3. Расчет характеристик ЭМП

После нажатия на кнопку «**Рассчитать**» в окне «Visualization structure of the electric field» - выполняется работа файла «**fp70.m**». После завершения работы файла: расчета характеристик ЭМП и отображения полученных результатов по кадрам, а затем анимационным роликом – модуль расчета характеристик ЭМП выполняет запись выполненных расчетов в файл «LastMat.mat» для обеспечения возможности повторения показа анимационного ролика и записи выполненных расчетов в указанный пользователем файл.

2.4. Расчет вида входного сигнала антенны и траекторий движения ОТ

Расчет вида входного сигнала антенны и траекторий движения ОТ выполняется в файле **fp20d.m**. Работа данного файла запускается из файла **fp70.m** (после нажатия на кнопку «**Рассчитать**» в окне «Visualization structure of the electric field») и также при нажатии на кнопку «**Рассчитать излучаемый процесс**» в окне «**Input Signal**».

Приложение 2. Расчет траекторий нулей и экстремумов компонент полей, вектора Пойнтинга и их скоростей для импульса специальной формы

Функцию дипольного момента импульса возьмем в виде

$$p(\omega t - kR) = [\sin((\omega t - kR)/2)]^2 \sin(\omega t - kR) \quad (1)$$

Функция (1) задана на интервале $0 < \omega t - kR < 2\pi$, вне этого интервала равна нулю. Функция (1), ее первая и вторая производные на концах интервала равны нулю.

Введем безразмерные переменные

$$t = \omega t, \quad R = kR, \quad \tau = t - R \quad (2)$$

В новых переменных функция (1) примет вид

$$p(\tau) = [\sin(\tau/2)]^2 \sin(\tau) \quad (1a)$$

а компоненты полей запишутся в виде (с точностью до постоянного множителя)

$$E_R(R, \theta, t) = \frac{\cos\theta}{2\pi\epsilon_0 R^3} f_1, \quad f_1 = p(\tau) + Rp'(\tau), \quad (3)$$

$$E_\theta(R, \theta, t) = \frac{\sin\theta}{4\pi\epsilon_0 R^3} f_2, \quad f_2 = p(\tau) + Rp'(\tau) + R^2 p''(\tau), \quad (4)$$

$$H_\varphi(R, \theta, t) = \frac{c \sin\theta}{4\pi R^2} f_3, \quad f_3 = p'(\tau) + Rp''(\tau) \quad (5)$$

Скорости движения нулей компонент полей.

Фазовые скорости компонент $E_R(R, t)$, $E_\theta(R, t)$, $H_\varphi(R, t)$ вычисляются по общей формуле

$$\frac{v_j}{c} = - \frac{(f_j)_R^{(1)}}{(f_j)_t^{(1)}} \quad (6)$$

где индекс $j=1,2,3$ соответствует компонентам E_R , E_θ , H_φ .

В результате после аналитических преобразований получаем формулы для скоростей нулей компонент полей

$$\frac{v_R}{c} = 1 + \frac{p^{(1)}}{Rp^{(2)}} \quad (7)$$

$$\frac{V_{\theta}}{c} = 1 + \frac{2Rp^{(2)} + p^{(1)}}{R^2p^{(3)} - Rp^{(2)}} \quad (8)$$

$$\frac{V_{\varphi}}{c} = 1 + \frac{p''}{Rp'''} \quad (9)$$

Фазовая скорость компоненты ВП $S_R = E_{\theta}(R, t) \cdot H_{\varphi}(R, t)$ определяется скоростями компонент электрического и магнитного полей

Определение экстремумов компонент полей.

Условия определения экстремумов

$$\frac{dE_R}{dR} \equiv g_1 = [3p(\tau) + 3Rp'(\tau) + R^2p''(\tau)] = 0 \quad (10)$$

$$\frac{dE_{\theta}}{dR} \equiv g_2 = [3p(\tau) + 3Rp'(\tau) + 2R^2p''(\tau) + R^3p'''(\tau)] = 0 \quad (11)$$

$$\frac{dH_{\varphi}}{dR} \equiv g_3 = [2p'(\tau) + 2Rp''(\tau) + R^2p'''(\tau)] = 0 \quad (12)$$

Для ВП ограничимся вычислением экстремумов R -компоненты ВП при $\theta = 90^\circ$

$$S'_R = E'_R H + E_{\theta} H' = g_2 f_3 + f_2 g_3 = 0, \quad (13)$$

где функции f_2, f_3 берутся из формул (4), (5), функции g_2, g_3 – из (11), (12).

Условия определения экстремумов – приравнивание нулю функций (10)-(13).

Определение мгновенных скоростей экстремумов.

Полагая, что условия (10)-(13) выполнены, находим из этих условий скорости экстремумов компонент полей

$$\frac{V_{extER}}{c} = 1 + \frac{3p' + 2Rp''}{Rp'' + R^2p^{(3)}} \quad (14)$$

$$\frac{V_{extE\theta}}{c} = 1 + \frac{3R^2p^{(3)} + 4Rp'' + 3p'}{R^3p^{(4)} - R^2p^{(3)} - Rp''} \quad (15)$$

$$\frac{V_{extH\varphi}}{c} = 1 + \frac{2Rp^{(3)} + 2p''}{R^2p^{(4)}} \quad (16)$$

Скорости (14)-(16) находятся по формуле (6) с той разницей, что вместо функций f_j в нее подставляются функции g_j из (10)-(12). Выражения (14)-(16) получены с помощью «ручных» аналитических преобразований.

Скорость экстремумов R -компоненты ВП находится аналогичным образом:

$$\frac{V_{SR}}{c} = - \frac{(g_2 f_3 + g_3 f_2)_t^{(1)}}{(g_2 f_3 + g_3 f_2)_R^{(1)}} \quad (17)$$

При дифференцировании в (17) следует учесть, что функции в (17) берутся из формул (4), (5), (11), (12), причем при дифференцировании по R следует учесть, что функция $p(\tau)$ и ее производные по τ зависят от аргумента $\tau = t - R$. Поэтому $dp/dR = -dp/d\tau$. После проведения процедуры аналитического дифференцирования мгновенная скорость R компоненты ВП рассчитывается для аргументов, определенных из условия (13).

Более детально можно расписать формулу (17) следующим образом:

$$\frac{V_{SR}}{c} = - \frac{g_{2t}^{(1)} f_3 + g_{2f_3t}^{(1)} + g_{3t}^{(1)} f_2 + g_{3f_2t}^{(1)}}{g_{2R}^{(1)} f_3 + g_{2f_3R}^{(1)} + g_{3R}^{(1)} f_2 + g_{3f_2R}^{(1)}} \quad (18)$$

Чтобы упростить проверку формул (17) и (18), распишем производные, входящие в (18), в форме, в которой все производные взяты по переменной. При этом индекс дифференцирования по τ убирается.

Соответствующие формулы для производных функций f_2 , f_3 и g_2 , g_3 приводятся ниже

$$(f_2)_R^{(1)} = R p^{(2)} - R^2 p^{(3)} \quad (19)$$

$$(f_2)_t^{(1)} = p^{(1)} + R p^{(2)} + R^2 p^{(3)} \quad (20)$$

$$(f_3)_R^{(1)} = -R p^{(3)} \quad (21)$$

$$(f_3)_t^{(1)} = p^{(2)} + R p^{(3)} \quad (22)$$

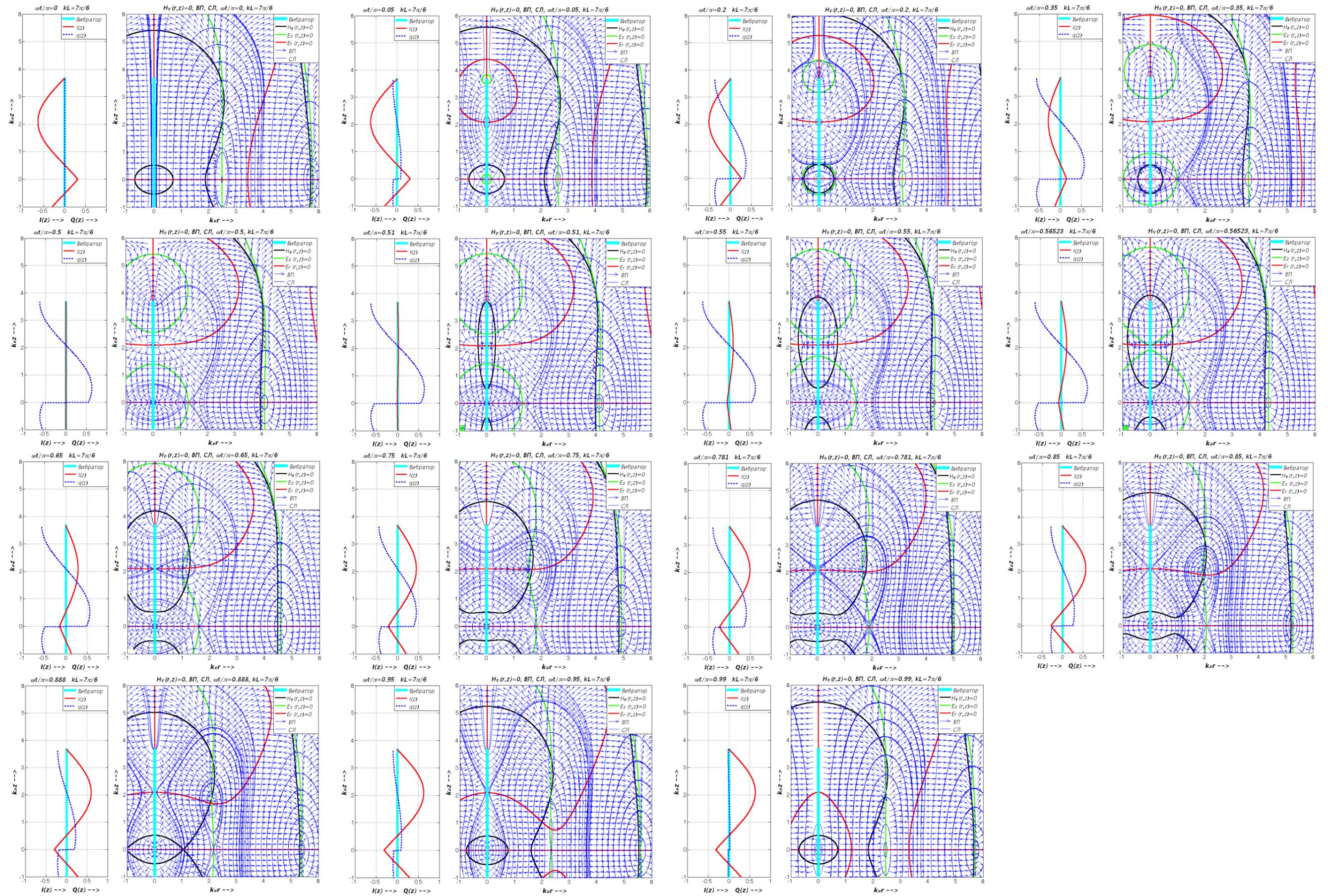
$$(g_2)_R^{(1)} = R p^{(2)} + R^2 p^{(3)} - R^3 p^{(4)} \quad (23)$$

$$(g_2)_t^{(1)} = 3p^{(1)} + 3R p^{(2)} + 2R^2 p^{(3)} + R^3 p^{(4)} \quad (24)$$

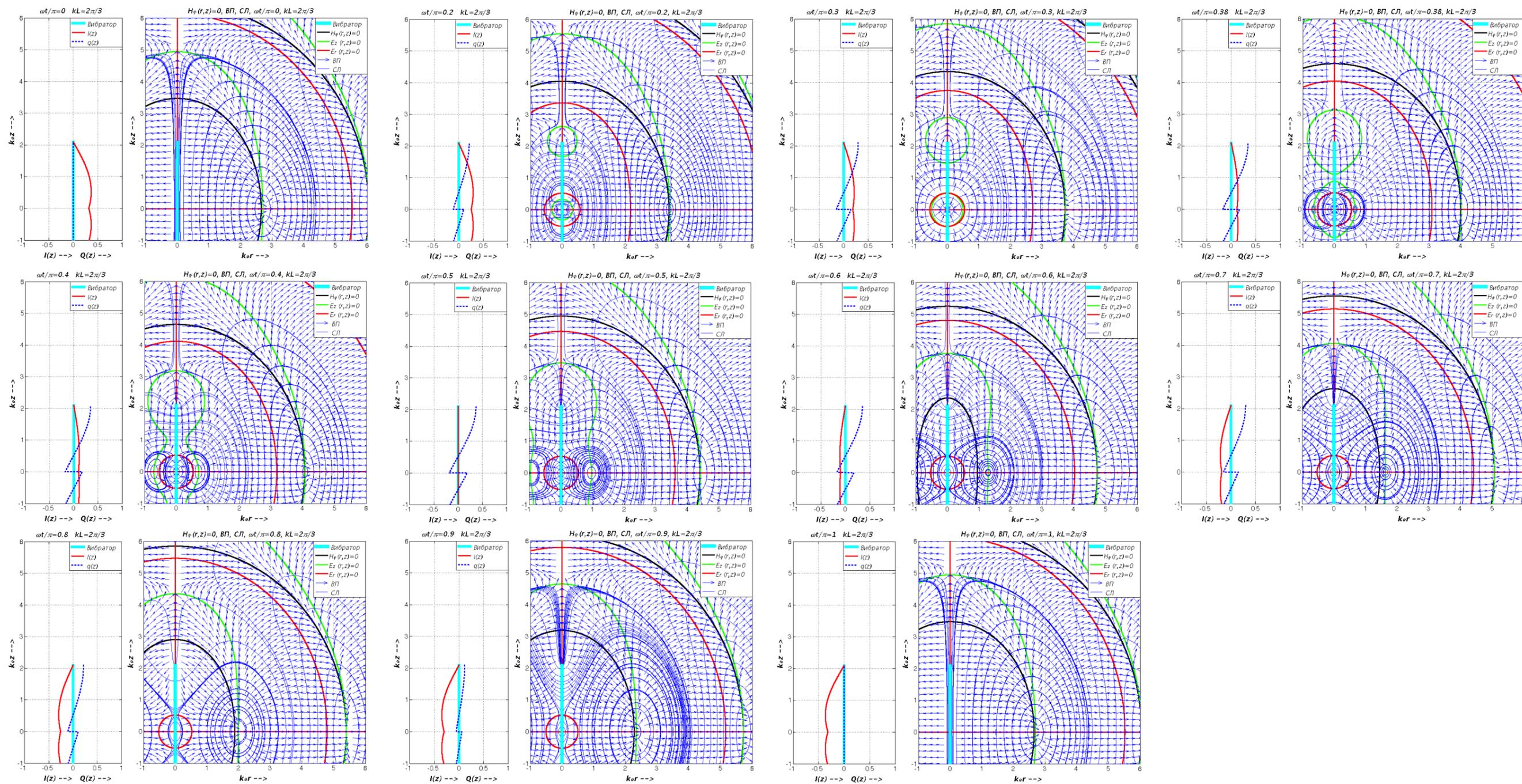
$$(g_3)_R^{(1)} = -R^2 p^{(4)} \quad (25)$$

$$(g_3)_t^{(1)} = 2p^{(2)} + 2R p^{(3)} + R^2 p^{(4)} \quad (26)$$

Приложение 3. Характеристики электромагнитного поля и вектора Пойнтинга вибратора с длиной плеча $kL=7\pi/6$



Приложение 4. Характеристики электромагнитного поля и вектора Пойнтинга вибратора с длиной плеча $kL=2\pi/3$



Список литературы

1. Hertz H. Die Kräfte elektrischer Schwingungen, behandeltnach der Maxwell'schen Theorie. / Ann.d.Phys. 1889, В. 36, s. 1-22.
2. Физическая энциклопедия, т.1, статья «Антенны». –М.: Сов. Энциклопедия, 1983.
3. Марков Г.Т., Петров Б.М., Грудинская Г.П. Электродинамика и распространение радиоволн. -М.: Советское Радио. 1977. 374 с.
4. Петров Б.М. Электродинамика и распространение радиоволн.–М.: Радио и связь, 2000, –559 с.
5. Никольский В.В., Никольская Т.И. Электродинамика и распространение радиоволн. –М.: Наука, 1987, –543 с.
6. Гольдштейн Л.Д. и Зернов Н.В. Электромагнитные поля и волны. –М.; Советское радио, 1971, – 662 с.
7. Горшков Г.Ф., Никольская Т.И., Никольский В.В. Электродинамика в изображениях на ЭВМ. М.: МИРЭА. 1987. 80 с.
8. Smith G.S., Hertel T.W. On the Transient Radiation of Energy from Simple Current Distribution and Linear Antennas. // IEEE Antennas and Propagation Magazine. V.43, No.3, June 2001, pp. 49-63.
9. Bantin C. C. Radiation from a Pulse – excited Thin Wire Monopole. // Ibid, pp. 64-69.
10. Schantz H.G. Electromagnetic Energy Around Hertzian Dipoles. // IEEE Antennas and Propagation Magazine. V.43, No.2, April 2001, pp. 50-62.
11. Schantz H.G. The Art and Science of Ultrawideband Antennas. Artech House. 2005. 340 pp.
12. Вопросы подповерхностной радиолокации. /Под.ред. Гринева А.Ю. – М.: Радиотехника, 2005, - 416 с.
13. Подповерхностная радиолокация. / Под. ред. Финкельштейна М.В. Радио и связь, -М.: 1994.
14. Сверхширокополосные сигналы в радиолокации, связи и акустике. Сборник докладов Всероссийской научной конференции. Муром, 1-3 июля 2003 г., -Муром: Изд.-полиграфический центр МиВлГУ, 2003 г. - 546 с. /См. работы Арманда Н.А., Астанина Л.Ю., Иммореева И.Я., Кардо-Сысоева А.Ф., Кошелева В.И, Сарычева В.А., Французова А.Д. и др.
15. Сверхширокополосные сигналы в радиолокации, связи и акустике. Сборник докладов 2-й Всероссийской научной конференции. Муром, 4-7 июля 2006 г., -Муром: Изд.-полиграфический центр МиВлГУ, 2003 г. -507 с.

16. Introduction to Ultra-Wideband Radar Systems. Edited by James D. Taylor. CRC Press, Boca Raton, Ann Arbor, London, Tokyo, 1995.
17. Астанин Л.Ю., Костылев А.А. Основы сверхширокополосных радиолокационных измерений. – М.: Радио и связь, 1989, - 192 с.
18. Ranfagni A., Mugnai D. Anomalous pulse delay in microwave propagation: A case of superluminal behavior. /Phys. ReviewE, v. 54, No. 5, 1996, pp. 5692- 5696
19. Ranfagni A., Fabeni P., Pazzi G.P., Mugnai D. Anomalous pulse delay in microwave propagation: A plausible connection to tunneling time. /Phys. ReviewE, v. 48, No. 2, 1993, pp. 1453-1460
20. Walker W.D. Superluminal Near – Field Dipole Electromagnetic Fields. // In “Lorentz Group, CPT and Neutrios”, ed. by A. Chubucalo, V. Dvoeglazov, D. Ernst, V. Kadyshevsky and Y.S.Kim. World Scientific, Singapore, 2000, p. 327.
21. Kholmetskii A.L., Missevich O.V., Smirnov-Rueda R. Measurement of propagation velocity of bound electromagnetic fields in near zone. / Journal of Applied Physics. 102, 013529, (2007)
22. Missevich O.V., Kholmetskii A.L., Smirnov-Rueda R. Anomalous Retardation of Bound Electromagnetic Fields in Antenna Near Zone. / EPL, 93 (2011) 64004
23. Авдеев В.Б. Угло-временные, угло-частотные и углоэнергетические характеристик излучения и приема негармонических сигналов. / Моделирование малогабаритных сверхширокополосных антенн. /Под ред. Авдеева В.Б., Ашихмина А.В. – Воронеж: Воронежский гос. университет, 2005, с. 8-31.
24. Зернов Н.В. Коэффициент направленного действия и эффективная площадь апертурной антенны при излучении и приеме несинусоидальных сигналов. / Радиотехника, 1995, №3, с. 51-52.
25. Иммореев И.Я., Синявин А.Н. Излучение сверхширокополосных сигналов. Антенны, 2001, №1, с.8-16.
26. Анцев Г.В., Сарычев В.А., Французов А.Д., Кардо-Сысоев А.Ф. и др. О ключевых понятиях, используемых в теории сверхширокополосных сигналов. / Сверхширокополосные сигналы в радиолокации, связи и акустике. Сборник докладов Всероссийской научной конференции. Муром, 1-3 июля 2003 г., -Муром: Изд.-полиграфический центр МиВлГУ, 2003 г. с. 405-406.
27. Ковалев И.П., Пономарев Д.М. Анализ процессов излучения и приема импульсных сигналов во временной области. -М.: Рикел. Радио и связь. 1996. 109 с.

28. Кошелев В.И., Лю Ш., Петкун А.А. О критериях границ зон сверхширокополосного излучателя с аксиальной симметрией. //Известия ВУЗов, Физика, 2008, №9, с. 46-51
29. Крымский В.В., Бухарин В.А., Заляпин В.И. Теория несинусоидальных электромагнитных волн. –Челябинск, Изд. Челябинского гос. технич. ун-та, 1995. – 128 с.
30. Smith G.S. On the Interpretation for Radiation from Simple Current Distributions / IEEE Antenna and Propagation Magazine, Vol. 40, pp. 39-44, August 1998
31. В Хармут Х.Ф. Передача информации ортогональными функциями. М.: Связь, 1975.-272 с.
32. Хармут Х.Ф. Теория секвентного анализа. М.: МИР, 1980. -574 с.
33. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. –М.: Физматгиз, 1959, 915 с.
34. Баутин Н.Н., Леонтович Е.А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. –М.: Наука. 1976. - 496 с.
35. Пермяков В.А., Онучин В.В. Калибровочная инвариантность и использование кулоновских потенциалов для представления электромагнитного поля суперпозицией вихревого и невихревого полей. // Материалы Всероссийской конференции «Излучение и рассеяние электромагнитных волн» ИРЭМВ-2001. С. 13-15.
36. Пермяков В.А. Кулоновская калибровка, теорема Гельмгольца и представление нестационарного электромагнитного поля суммой вихревого и потенциального полей. // Труды 12-й Всероссийской школы – конференции по дифракции и распространению волн. М. 2001. С. 192-209.
37. Пермяков В.А., Голобородько А.С. Структура электромагнитного поля ортогональных электрического и магнитного диполей с произвольным соотношением токов. // Вестник МЭИ, 1999, № 5, с. 49-53
38. Каценеленбаум Б.З., Левин Б.М.. Синтез антенн с областью малого поля в ближней зоне. //Антенны, 2005, №6(97), с. 38-46.
39. Bank M., Levin B. The Development of a Cellular Phone Antenna with small Irradiation of Human-Organism Tissues. /IEEE Antennas and Propagation Magazine, 2007, No.9
40. Пермяков В.А., Корюкин А.Н. Качественный анализ электромагнитных полей обобщенного элемента Гюйгенса. //Нелинейный мир, 2008, т.6, № 4, с.296-299
41. Корюкин А.Н. Качественный анализ электромагнитных полей простых антенн. /Дисс. на соискание ученой степени к.т.н. -М.: МЭИ(ТУ), 2008.

42. Пермяков В.А., Корюкин А.Н., Михайлов М.С., Сороковик Д.В. О формировании областей с малым значением электрического поля на конечном расстоянии от системы излучателей. / III Всероссийская научно-техническая конференция «Радиолокация и радиосвязь» 26-30 октября 2009 г. Доклады. Том 1. Москва-2009. С.17-21.
43. Пуанкаре А. О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями. – М-Л.: ОГИЗ, ГИТТЛ, 1947,-392 с.
44. Арнольд В.И. Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений. –М.: МНЦМО, 2002, - 400 с.
45. Арнольд В.И., Варченко А.Н., Гусейн-заде С.М. Особенности дифференцируемых отображений. –М.: Наука, главная редакция физико – математической литературы, 1982, -304 с.
46. Крюковский А.С. Равномерная асимптотическая теория краевых и угловых волновых катастроф. –М: РосНОУ, 2013, -368 с.
47. Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: Наука. 1966. 624 с.
48. Морс Ф. М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. Т. 1. -М.: ИЛ. 1958. 930 с.
49. Самсонов А.В. Пространственно - временные преобразования сигналов. -М. МЭИ. 1997, 164 с.
50. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т.6. -М.: МИР. 1966. 343 с.
51. Пермяков В.А., Онучин В.В. О проблемах описания импульсного излучения в зарядовой модели линейных антенн. //Сверхширокополосные сигналы в радиолокации, связи и акустике. Сборник докладов. Всероссийская научная конференция. Муром, 1-3 июля 2003 г. Муром, 2003. С. 39-42.
52. Иваненко Д.Д., Соколов А.А. Классическая теория поля. -М.: Гостехиздат, 1951.
53. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Физматгиз. 1962. 422 с.
54. Миллер Э.К., Ландт Д.Э. Прямые временные методы расчета излучения и рассеяния волн проводниками в неустановившемся режиме. //ТИИЭР. 1988. Т.76.№ 11. С. 44-75.
55. Harrison C.W., Jr., Williams C.S. // IEEE Trans. 1965. V. AP-13.N.2. P.236.
56. Franceschetti G., Papas G.H. // IEEE Trans. 1974. V. AP-22.N.5. P.651.
57. Содин Л.Г. Импульсное излучение антенны. // Радиотехника и электроника. 1998, т.43, №2, с.166-174.
58. Miller E.K., Deadrick F.J. Visualizing Near-Field Energy Flow and Radiation. // IEEE Antennas and Propagation Magazine. V.42, No.6, December 2000, pp. 46-53.

59. Clenet M., Morin G.A. Visualization of Radiation Pattern Characteristics of Phased Arrays Using Digital Phase Shifters. // *IEEE Antennas and Propagation Magazine*. V.45, No.2, April 2003, pp.20-35.
60. Скулкин С.П. Анализ критерия дальней зоны при измерениях больших антенн на основе импульсных характеристик. / *Изв. ВУЗов. Радиофизика*. 1997ю т40. №4. С. 290-293.
61. Содин Л.Г. Импульсное излучение антенны (электромагнитный снаряд). // *Радиотехника и электроника*. 1991, т.36, №5, с.1014-1021.
62. Содин Л.Г. Фокусировка электромагнитного снаряда. // *Радиотехника и электроника*. 1998, т.43, №2, с.238-243.
63. Yaghjan A.D., Hansen T.B. Theorems on Time-Domain Far Field. // *Ultra Wideband, Short Pulse Electromagnetics 3*. Ed. By Baum et al. Plenum Press, New York, 1997, p. 195.
64. Yee K. S. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 14, no. 3, 302-307, March, 1966.
65. Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method. // Taflove A., Hagness C.D. -London: Artech House. 2000. 878 pp.
66. Kunz K., Liebbbers R. The Finite Difference Time Domain for Electromagnetics. -London: CRC Press. 1993.
67. Данилина А.А., Малышев В.Н., Егурнов В.И., Малюхов М.В., Четвертков И.О. Электродинамическое моделирование методом конечных разностей во временной области. Изд. СПбГЭТУ (ЛЭТИ), 1999.
68. Кухаркин Е. С., Сестрорецкий Б. В. Машинные методы расчета в инженерной электрофизике. М.: Моск. энерг. ин-т, 1986. 68 с.
69. Климов К.Н., Сестрорецкий Б.В. Построение алгоритмов для решения двумерных задач электродинамического анализа систем с произвольным распределением диэлектрической и магнитной проницаемостей на основе метода импедансных сеток. // *Радиотехника и электроника*, 2002, т. 46, №. 4, с. 389-413.
70. Климов К.Н. Применение методов импедансного аналога электромагнитного пространства к электродинамическому анализу двумерных моделей неоднородных, в том числе плазменных, сред. Дисс. на соискание ученой степени к.т.н. -М.: МЭИ. 2002 г. -245 с.
71. Вычислительные методы в электродинамике. /Под ред. Р.Миттры.- М.: Мир, 1977.- 485с.
72. Васильев Е.Н. Возбуждение тел вращения. -М.: Радио и связь, 1987.- 272с.

73. Капранов М.В., Кулешов В.Н., Уткин Г.М. Теория колебаний в радиотехнике. –М.: Наука. 1984. 320 с.
74. Бутенин Н.В., Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. Введение в теорию нелинейных колебаний. –М.: Наука. 1976. -384 с.
75. Скотт Э. Волны в активных и нелинейных средах в приложении к электронике. -М.: Советское радио. 1977. -368 с.
76. Литвак А.Г., Фрайман Г.М. Волноводные каналы в непрозрачной плазме. //ЖЭТФ, 1975, т. 68, вып. 4, с. 1288-1298.
77. Багдасарян О.В., Пермяков В.А. Качественный анализ распространения Н волн в среде с ионизационной нелинейностью. Труды МЭИ, вып. 301, М., 1976, с. 72-73.
78. Багдасарян О.В., Пермяков В.А. Ветвление режимов и эффект ограничения потока энергии ТЕ волны в среде с ионизационной нелинейностью Известия ВУЗов, Радиофизика, 1978, т. 21, № 9, с. 1352-1362
79. Пермяков В.А. О структуре плоских нелинейных поверхностных волн в ионизирующей среде. Известия ВУЗов, Радиофизика. 1985, т.28, №.2, с. 153-160
80. Багдасарян О.В., Лебедев А.М. Пермяков В.А. Электромагнитные волны в средах с отрицательной нелинейностью Сб. научн. трудов № 182. М. МЭИ. 1988, с. 120 – 136.
81. Пермяков В.А., Корюкин А.Н. Качественный анализ электромагнитных полей обобщенного элемента Гюйгенса. //Нелинейный мир, 2008, т.6, № 4, с.296-299.
82. Корюкин А.Н. Качественный анализ электромагнитных полей простых антенн. /Дисс. на соискание ученой степени к.т.н. -М.: МЭИ(ТУ), 2008.
83. Пермяков В.А., Корюкин А.Н. Можно ли причесать электромагнитного ежа? О мгновенных и средних по времени диаграммах направленности антенн. /Антенны, 2008, № 4.
84. Силовые линии. / В кн. Физический энциклопедический словарь, -М.: Советская энциклопедия. 1965, т.4, с. 524.
85. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М. Наука. 1964. 272 с.
86. 50 лет волн Герца. –М.: Изд. АН СССР, 1938, с. 92-119.
87. Brillouin L. Wave propagation and group velocity. Academic press. New York – London. 1960. 154 p.
88. Стреттон Дж.А. Теория электромагнетизма. М.-Л.: ОГИЗ. ГОСТЕХИЗДАТ, 1948, -539 с.
89. Миллер М.А., Цейтлин Н.М. Антенны. /В кн. Физический энциклопедический словарь. М.: Советская энциклопедия. 1983, с. 24.

90. Григорьян А.Т., Вяльцев А.Н. Генрих Герц. -М.: Наука. 1968. – 308 с.
91. Зоммерфельд А. Т.И. Оптика.–М.: ИЛ. 1953.
92. Вайнштейн Л.А. Распространение импульсов / УФН, т.118, вып.2, 1976, с.339-367
93. Владимиров В.С. Уравнения математической физики, М.: Наука, 1971, 512 с.
94. Шварцбург А.Б. Туннелирование электромагнитных волн – парадоксы и перспективы / УФН, т.177, вып.1, 2007, с.43-58
95. Давидович М.В. О парадоксе Хартмана, туннелировании электромагнитных волн и сверхсветовых скоростях. /УФН, т.179, вып.4, 2009, с. 443-446.
96. Enders A., Nimitz G. On superluminal barrier traversal . / J. Phys. I. France, V.2, 1992, pp 1693-1698.
97. Permyakov V.A., Koryukin A.N., Sorokovik D.V. Qualitative Analysis of Elementary Antennas Impuls Radiation./ The Third International Conference. Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals. UWBUSIS-2006. September 18-22, 2006. Sevastopol, Ukraine. Pp. 308-310.
98. Кроуфорд Ф. Волны. М.: Наука, 1976, 528 с.
99. Walker W.D. Experimental Evidence of Near-Field Superluminally Propagating Electromagnetic Field. / lanl.gov/abs/physics/0009023.
100. Степанкова С.В. Магистерская диссертация, НИУ МЭИ, 2013 г.
101. Марков Г.Т., Сазонов Д.М. Антенны. –М.: Энергия, 1975. – 528 с.
102. Hallen E. Exact Treatment of Antenna Current Wave Reflection at the End of a Tube-Shaped Cylindrical Antenna. / IRE Trans. on Antennas and Propagation, V. AP-4, No. 3, pp. 479-494, 1956.
103. Вайнштейн Л.А. Волны тока в тонком цилиндрическом проводнике. I /ЖТФ, т. XXIX, вып.6, 1959, с. 673-688.
104. Richmond J.H., Digital computer solutions of the rigorous equations for scattering problems,” Proc. IEEE, 1965.- № 53. p.796.
105. Неганов В.А. Сингулярные интегральные представления электромагнитного поля электрического вибратора в его ближней зоне. / ДАН, 2004, №5, с. 617-619.
106. Неганов В.А. , Клюев Д.С., Табаков В.А. Устройства СВЧ и антенны, Ч.2. Теория и техника антенн. –М.: УРСС, 2014, - 728 с.
107. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1979, 856 с.
108. Давыдов А.Г., Калошин В.А. Моделирование ближнего поля зеркальной антенны и его измерений датчиком в виде электрического вибратора. // Журнал радиоэлектроники, 2004, №3.

109. Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980, 304 с.
110. Боровиков В.А., Кинбер Б.Е. Геометрическая теория дифракции. - М.: Связь, 1973,
111. Уфимцев П.Я. Основы физической теории дифракции. -М.: Бином, 2009
112. Levy M. Parabolic equation methods for electromagnetic waves propagation. London, UK, IEE, 2000.
113. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Палкин Е.А. Специальные функции волновых катастроф. Препринт. /ИРЭ РАН СССР. –М.: 1984, №43 (415), 75 с.
114. Пермяков В.А., Корюкин А.Н., Михайлов М.С., Сороковик Д.В. О формировании областей с малым значением электрического поля на конечном расстоянии от системы излучателей. / III Всероссийская научно-техническая конференция «Радиолокация и радиосвязь» 26-30 октября 2009 г. Доклады. Том 1. Москва-2009. С.17-21.
115. Пермяков В.А., Корюкин А.Н., Михайлов М.С., Сороковик Д.В. О формировании областей с малым значением электрического поля на конечном расстоянии от системы излучателей. / Журнал радиоэлектроники [электронный журнал], 2013. – №7. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/jul13/3/text.html>
116. Пермяков В.А., Сороковик Д.В., Рукавицын А.А. О приближенном представлении импульсных сигналов в однородной среде с малыми потерями и границах его применимости. /Сверхширокополосные сигналы в радиолокации, связи и акустике. Сборник докладов. Вторая Всероссийская научная конференция- семинар. Муром, 4-7 июля 2006 г. Муром. 2006, с.301-305.
117. Пермяков В.А., Сороковик Д.В., Рукавицын А.А. О приближенном представлении импульсных сигналов в однородной среде с малыми потерями и границах его применимости. /Юбилейная научно-техническая конференция «Инновации в радиотехнических информационно-телекоммуникационных технологиях», М. МАИ, 2006 г. Т. 2, с. 290-295.
118. Пермяков В.А., Онучин В.В. О проблемах описания импульсного излучения в зарядовой модели вибраторных антенн. / Сверхширокополосные сигналы в радиолокации, связи и акустике. Сборник докладов Всероссийской научной конференции. Муром, 1-3 июля 2003 г., -Муром: Изд.-полиграфический центр МиВлГУ, 2003 г. с. 39-42.

Список публикаций автора

Журналы по списку ВАК

1. Пермяков В.А., Сороковик Д.В. Локальный качественный анализ векторной структуры поля электрического диполя в нестационарном режиме излучения. *Нелинейный мир*, 2007, т.5, №12, с. 757-764.
2. Пермяков В.А., Сороковик Д.В. Качественный анализ в целом векторной структуры поля электрического диполя в нестационарном режиме излучения. *Нелинейный мир*, 2008, т.6, №4, с.288-295.
3. Пермяков В.А., Корюкин А.Н., Михайлов М.С., Сороковик Д.В. О формировании областей с малым значением электрического поля на конечном расстоянии от системы излучателей. / *Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]*, 2013. – №7. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/jul13/3/text.html>

Другие журналы

4. O.V. Missevich, A.L. Kholmetskii, V.A. Permyakov, D.V. Sorokovik. On the Velocities of Motion of the Electromagnetic Field in the Near Zone of Elementary Radiators./ *PIERS Proceedings*, 1191-1195, August 19-23, Moscow, Russia 2012 **ISSN 1559-9450**

Доклады, конференции

5. Пермяков В.А., Сороковик Д.В. Качественный анализ импульсного излучения линейных антенн в свободном пространстве. // *Сверхширокополосные сигналы в радиолокации, связи и акустике. Сборник докладов Всероссийской научной конференции. Муром, 1-3 июля 2003 г.* –Муром: Изд. МИ ВлГУ, 2003, с. 43-47.
6. Пермяков В.А., Сороковик Д.В. Качественный анализ нестационарного излучения вибраторных антенн. // *Международная научная конференция к 95-летию академика В.А.Котельникова «Современная радиоэлектроника в ретроспективе идей В.А.Котельникова».* Москва. 29-30 октября 2003 г. Тезисы докладов, - М.: Издательский дом МЭИ, с.45-47.
7. Корюкин А.Н., Сороковик Д.В. ЭВМ программа для изучения нестационарных процессов излучения простых антенн. / *10 Междунар. науч.-техн. конф. студентов и аспирантов. Тез. докл.* –М: Издательский дом МЭИ, 2004, т.1, с.86

8. В.А.Пермяков, Д.В. Сороковик, А.Н.Корюкин. Применение методов качественной теории дифференциальных уравнений к анализу процессов нестационарного излучения простых антенн. / Излучение и рассеяние электромагнитных волн: материалы международной научной конференции ИРЭМВ-2005. –Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2005, с. 31-33.
9. Пермяков В.А., Сороковик Д.В., Корюкин А.Н. Анализ процессов нестационарного излучения простых антенн методами качественной теории дифференциальных уравнений. /Сверхширокополосные сигналы в радиолокации, связи и акустике. Сб.докладов. Вторая Всероссийская научная конференция. Муром, 4-7 июля 2006 г. – Муром: МИ ВлГУ, 2006, с. 67-70.
10. Пермяков В.А., Сороковик Д.В., Рукавицын А.А. О приближенном представлении импульсных сигналов в однородной среде с малыми потерями и границах его применимости. /Сверхширокополосные сигналы в радиолокации, связи и акустике. Сб. докладов. Вторая Всероссийская научная конференция. Муром, 4-7 июля 2006 г. – Муром: МИ ВлГУ. 2006, с.301-305.
11. Пермяков В.А., Сороковик Д.В., Рукавицын А.А. О приближенном представлении импульсных сигналов в однородной среде с малыми потерями и границах его применимости. /Юбилейная научно-техническая конференция «Инновации в радиотехнических информационно-телекоммуникационных технологиях», -М.: МАИ, 2006. Т. 2, с. 290-295.
12. Permyakov V.A., Sorokovik D.V., Korykin A.N. Qualitative analysis of impulse radiation of an elementary antennas./ Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals, 19-22 September, 2006, Sebastopol, Ukraine, p. 308-310.
13. Пермяков В.А., Сороковик Д.В., Корюкин А.Н. Качественный анализ полей простых антенн. / Международная научно-техническая конференция к 100-летию со дня рождения академика В.А.Котельникова. Москва, 21-23 октября 2008. Тезисы докладов. – М.: Издательский дом МЭИ, 2008, с. 59-61.
14. Пермяков В.А., Сороковик Д.В. О работе Г.Герца «Силы электрических колебаний, рассматриваемые с точки зрения теории Максвелла» / Международная научно-техническая конференция к 100-летию со дня рождения академика В.А.Котельникова. Москва, 21-23 октября 2008. Тезисы докладов. –М.: Издательский дом МЭИ, 2008 г., с.63-65

15. Пермяков В.А., Корюкин А.Н., Михайлов М.С., Сороковик Д.В. //О формировании областей с малым значением электрического поля на конечном расстоянии от системы излучателей.//3 Всероссийская научно-техническая конференция «Радиолокация и радиосвязь» 26-30 октября 2009 г., Москва, Доклады. Том 1, --М.:, ИРЭ РАН, 2009, с. 17-21.
16. Permyakov V.A., Sorokovik D.V., Korykin A.N. Qualitative analysis of dipole antenna impulse radiation. //Progress In Electromagnetic Research Symposium. Russia, Moscow, 18-21 August 2009 (electron edition)
17. Пермяков В.А., Сороковик Д.В., Степанкова С.В. Качественный анализ электромагнитных полей вблизи линейного электрического вибратора. /5 Всероссийская научно-техническая конференция «Радиолокация и радиосвязь», Москва, 21-25 ноября 2011г. –М.: ИРЭ РАН, 2011, с. 314-319.
18. Мисевич О.В., Холмецкий А.Л., Пермяков В.А., Сороковик Д.В. О сверхсветовых скоростях движения электромагнитных полей вблизи элементарных излучателей. / 6 Всероссийская научно-техническая конференция «Радиолокация и радиосвязь», Том II. Москва,19-22 ноября 2012 г. –М.: ИРЭ РАН, 2012, с. 98-102.